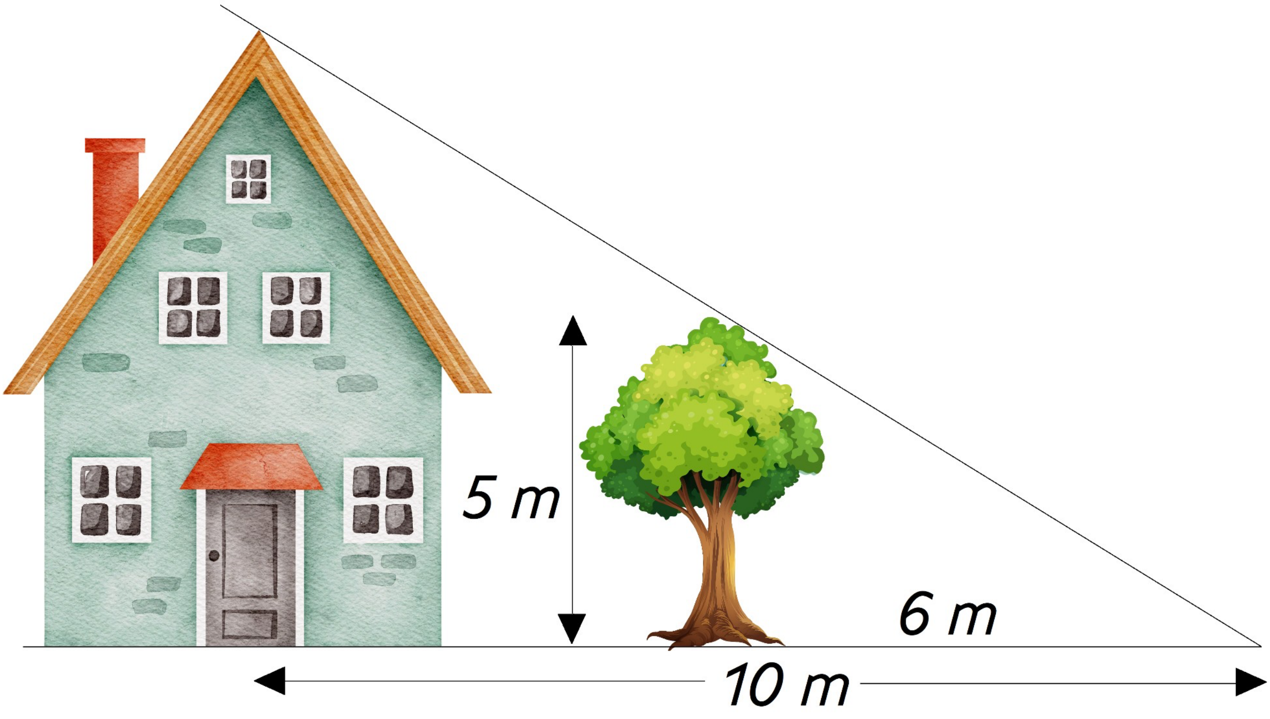
XEOMETRÍA PLANA



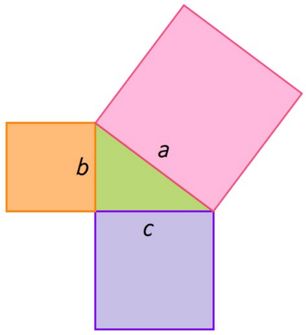
"Exemplo da altura dunha casa a partir da súa sombra" (elaboración propia)

XUNTA DE GALICIA | CONSELLERÍA DE EDUCACIÓN, CIENCIA, UNIVERSIDADES E FORMACIÓN PROFESIONAL

ÍNDICE

1. TEOREMA DE PITÁGORAS

Nun triángulo rectángulo, os lados menores son os que forman o ángulo recto. Chámanse **catetos**. O lado maior chámase **hipotenusa**. En xeral, chamaremos a a hipotenusa e b e c os catetos.



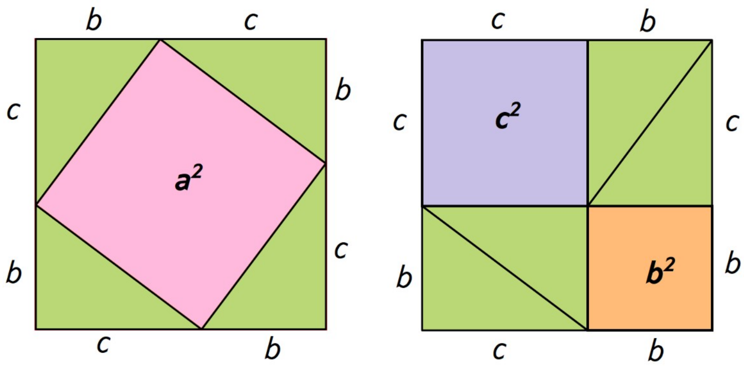
"Teorema de Pitágoras" (elaboración propia)

O **teorema de Pitágoras** afirma o seguinte:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Isto quere dicir que a área dun cadrado construído sobre a hipotenusa é igual á suma das áreas dos cadrados construídos sobre os catetos. Esta relación é certa soamente se o triángulo é rectángulo.

Demostración:



"Demostración do Teorema de Pitágoras" (elaboración propia)

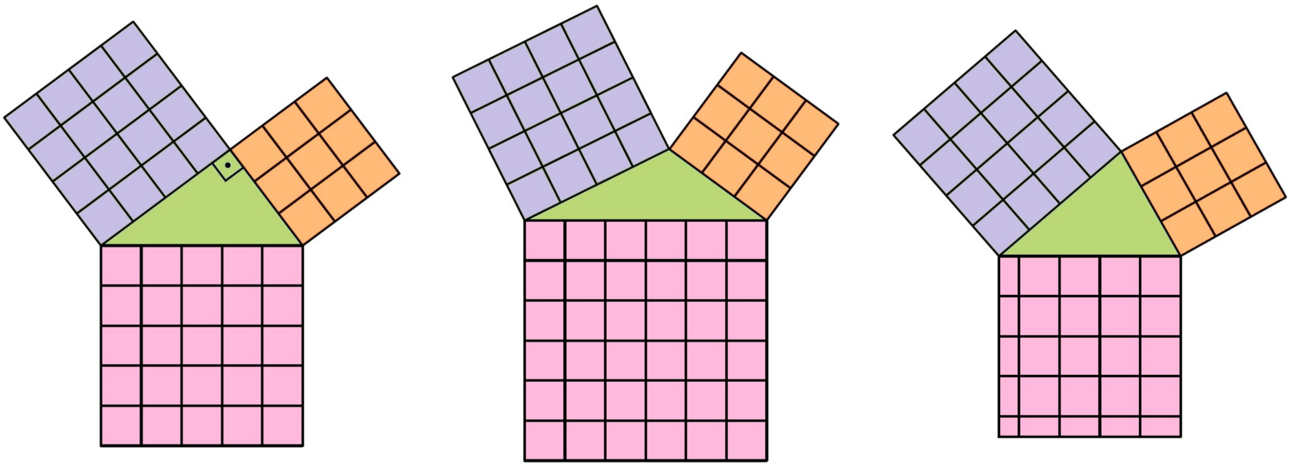
Os dous cadrados seguintes teñen por lados $b+c$. Comparando as dúas descomposicións, é claro que $a^2 = b^2 + c^2$

1.1 Triángulos rectángulos, obtusángulos e acutángulos

Se coñecemos os lados dun triángulo, podemos pescudar se é ou non rectángulo, comparando o cadrado do lado maior coa suma dos cadrados dos outros dous.

- Se $a^2 = b^2 + c^2$, o triángulo é **rectángulo**.
- Se $a^2 > b^2 + c^2$, o triángulo é **obtusángulo**.
- Se $a^2 < b^2 + c^2$, o triángulo é **acutángulo**.

Rectángulo	**Obtusángulo**	**Acutángulo**
5^2 é igual que 3^2+4^2	6^2 é maior que 3^2+4^2	$4{,}5^2$ é menor que 3^2+4^2



"Triángulos rectángulos, obtusángulos e acutángulos" (elaboración propia)

1.2 Cálculo dun dos lados dun triángulo rectángulo coñecendo os outros dous

Se sabemos que un triángulo é rectángulo e coñecemos a lonxitude de dous dos seus lados, o Teorema de Pitágoras permítenos calcular a lonxitude do terceiro.

Cálculo da hipotenusa coñecendo os dous catetos

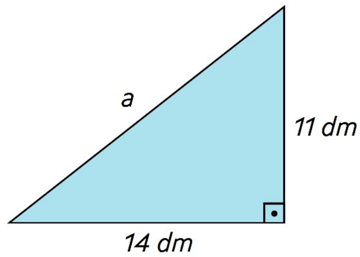
$$a^2=b^2+c^2 \rightarrow a=\sqrt{b^2+c^2}$$

Exemplo 1. *Nun triángulo rectángulo, os seus catetos miden* $88\,m$ *e* $105\,m$. *Calcula a lonxitude da hipotenusa.*

$$a=\sqrt{b^2+c^2} \rightarrow a=\sqrt{88^2+105^2} \rightarrow a=\sqrt{7744+11025} \rightarrow a=\sqrt{18769} \rightarrow a=137$$

A hipotenusa mide $137\,m$.

Exemplo 2. *Calcula a hipotenusa do triángulo da marxe.*



"Exemplo 2" (elaboración propia)

$$a=\sqrt{b^2+c^2} \rightarrow a=\sqrt{14^2+11^2} \rightarrow a=\sqrt{196+121} \rightarrow a=\sqrt{317} \rightarrow a=17{,}8$$

A hipotenusa mide $17{,}8\,dm$ aproximadamente.

Cálculo dun cateto coñecendo o outro e a hipotenusa

$$a^2=b^2+c^2 \rightarrow b^2=a^2-c^2 \rightarrow b=\sqrt{a^2-c^2}$$

Exemplo 3. *Nun triángulo rectángulo a hipotenusa mide* $130\,cm$ *e un dos catetos* $32\,cm$. *Calcula a lonxitude do outro cateto.*

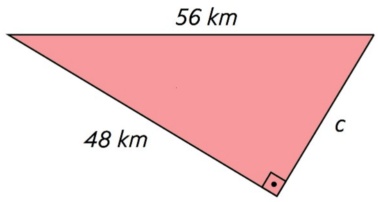
$$b=\sqrt{a^2-c^2} \rightarrow b=\sqrt{130^2-32^2} \rightarrow b=\sqrt{16900-1024} \rightarrow b=\sqrt{15876} \rightarrow b=126$$

O outro cateto mide $126\,cm$.

Exemplo 4. *Calcula a lonxitude do cateto descoñecido no triángulo da marxe.*

$c=\sqrt{a^2-b^2} \rightarrow c=\sqrt{56^2-48^2} \rightarrow c=\sqrt{3136-2304} \rightarrow c=\sqrt{832} \rightarrow c=28{,}8$

O cateto descoñecido mide $28{,}8\,km$ aproximadamente.



"Exemplo 4" (elaboración propia)

EXERCICIOS

Exercicio 1

Pescuda, a partir das lonxitudes dos seus lados, se os seguintes triángulos son rectángulos, obtusángulos ou acutángulos.

a) $70\,cm, 240\,cm, 245\,cm$

b) $15\,dm, 36\,dm, 39\,dm$

c) $18\,m, 80\,m, 83\,m$

d) $17\,m, 6\,m, 14\,m$

e) $64\,cm, 84\,cm, 57\,cm$

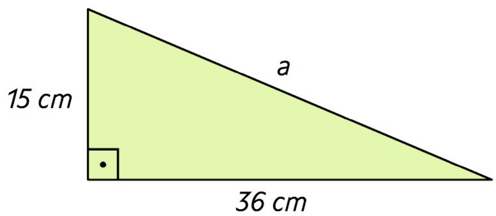
f) $45\,dm, 28\,dm, 53\,dm$

Exercicio 2

Calcula a lonxitude do lado descoñecido nestes triángulos rectángulos (onde a é a hipotenusa) aproximando até dúas cifras decimais cando faga falta.

a) $c=70\,mm\,;a=74\,mm$

b)



"Exercicio 2 b)_de" (elaboración propia)

c) A hipotenusa do triángulo rectángulo mide $10{,}7\,m$ e un dos seus catetos mide $7{,}6\,m$.

d) $b=15\,cm\,;a=25\,cm$

e) $b=14\,m\,;c=48\,m$

1.3 Aplicación ao cálculo de elementos en polígonos e na circunferencia. Repaso do cálculo de perímetros e áreas

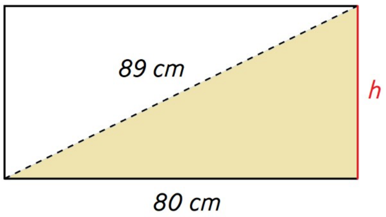
Algúns dos elementos dos polígonos e das circunferencias son lados dun triángulo rectángulo. Iso permite relacionalos mediante o Teorema de Pitágoras e calcular a lonxitude dun deles coñecendo os outros dous.

Unha vez coñecida a lonxitude deses elementos, pódese obter o perímetro e a área do polígono ou da circunferencia correspondentes.

Exemplo 1. *A diagonal dun rectángulo mide* $89\,cm$ *e a súa base mide* $80\,cm$.

a) Calcula a lonxitude da súa altura.

b) Calcula a súa área (área dun rectángulo de base b *e altura* h: $A=b\cdot h$*)*



"Aplicación 1" (elaboración propia)

a) Calcúlase a altura do rectángulo aplicando o Teorema de Pitágoras no triángulo marrón:

$$h=\sqrt{89^2-80^2} \rightarrow h=\sqrt{7921-6400} \rightarrow h=\sqrt{1521} \rightarrow h=39\,cm$$

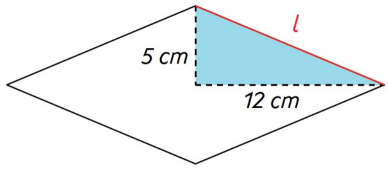
b) Calcúlase a área do rectángulo:

$$A=80\cdot 39 \rightarrow A=3120\,cm^2$$

Exemplo 2. *As diagonais dun rombo miden* $24\,cm$ *e* $10\,cm$.

a) Calcula a lonxitude do seu lado.

b) Calcula o seu perímetro (perímetro dun rombo de lado l: $P=4\cdot l$*)*



"Aplicación 2" (elaboración propia)

a) No triángulo azul, o cateto maior mide $24:2=12\,cm$ e o cateto menor mide $10:2=5\,cm$

Calcúlase a lonxitude do lado do rombo aplicando o Teorema de Pitágoras no triángulo azul:

$$l=\sqrt{12^2+5^2} \rightarrow =\sqrt{144+25} \rightarrow l=\sqrt{169} \rightarrow l=13\,cm$$

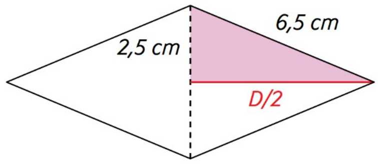
b) Calcúlase o perímetro do rombo:

$$P=4\cdot 13 \rightarrow P=52\,cm$$

Exemplo 3. *O lado dun rombo mide* $6{,}5\,cm$ *e a súa diagonal menor mide* $5\,cm$.

a) Calcula a lonxitude da súa diagonal maior.

b) Calcula a súa área (área dun rombo de diagonais D *e* d: $A=\frac{D\cdot d}{2}$*)*



"Aplicación 3" (elaboración propia)

a) No triángulo lila, o cateto menor mide $5:2=2{,}5\,cm$

Calcúlase a metade da diagonal maior do rombo aplicando o Teorema de Pitágoras no triángulo lila:

$$\frac{D}{2}=\sqrt{6{,}5^2-2{,}5^2} \rightarrow \frac{D}{2}=\sqrt{42{,}25-6{,}25} \rightarrow \frac{D}{2}=\sqrt{36} \rightarrow \frac{D}{2}=6\,cm$$

Calcúlase a diagonal maior do rombo:

$$D=6\cdot 2 \rightarrow D=12\,cm$$

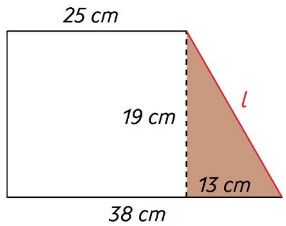
b) Calcúlase a área do rombo:

$$A=\frac{D\cdot d}{2}\rightarrow A=\frac{12\cdot 5}{2}\rightarrow A=30\,cm^2$$

Exemplo 4. *As bases dun trapecio rectángulo miden $25\,cm$ e $38\,cm$; a súa altura mide $19\,cm$.*

a) Calcula a lonxitude do seu lado oblicuo.

b) Calcula o seu perímetro (o perímetro dun polígono é a suma das lonxitudes de todos os seus lados).



"Aplicación 4" (elaboración propia)

a) No triángulo marrón, o cateto menor mide $38-25=13\,cm$

Calcúlase o lado oblicuo do trapecio aplicando o Teorema de Pitágoras no triángulo marrón:

$$l=\sqrt{13^2+19^2}\rightarrow l=\sqrt{169+361}\rightarrow l=\sqrt{530}\rightarrow l=23{,}02\,cm$$

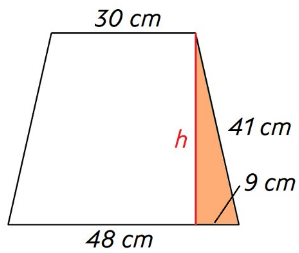
b) Calcúlase o perímetro do trapecio:

$$P=38+19+25+23{,}02\rightarrow P=105{,}02\,cm$$

Exemplo 5. *As bases dun trapecio isóscele miden $30\,cm$ e $48\,cm$; o seu lado oblicuo mide $41\,cm$.*

a) Calcula a lonxitude da súa altura.

b) Calcula a súa área (área dun trapecio de bases B e b e altura h: $A=\frac{B+b}{2}\cdot h$)



"Aplicación 5" (elaboración propia)

a) No triángulo laranxa, o cateto menor mide $(48-30):2=9\,cm$

Calcúlase a altura do trapecio aplicando o Teorema de Pitágoras no triángulo laranxa:

$$h=\sqrt{41^2-9^2}\rightarrow h=\sqrt{1681-81}\rightarrow h=\sqrt{1600}\rightarrow h=40\,cm$$

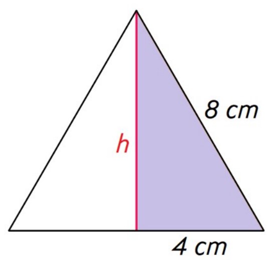
b) Calcúlase a área do trapecio:

$$A=\frac{48+30}{2}\cdot 40\rightarrow A=\frac{78}{2}\cdot 40\rightarrow A=39\cdot 40\rightarrow A=1560\,cm^2$$

Exemplo 6. *O lado dun triángulo equilátero mide $8\,cm$.*

a) Calcula a lonxitude da súa altura.

b) Calcula a súa área (área dun triángulo de base b e altura h: $A=\frac{b\cdot h}{2}$)



"Aplicación 6" (elaboración propia)

a) No triángulo lila, o cateto menor mide $8:2=4\,cm$

Calcúlase a altura do triángulo equilátero aplicando o Teorema de Pitágoras no triángulo lila:

$$h=\sqrt{8^2-4^2} \rightarrow h=\sqrt{64-16} \rightarrow h=\sqrt{48} \rightarrow h=6{,}93\,cm$$

b) Calcúlase a área do triángulo equilátero:

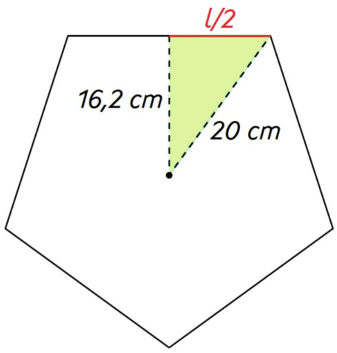
$$A=\frac{8\cdot 6{,}93}{2} \rightarrow A=\frac{55{,}44}{2} \rightarrow A=27{,}72\,cm^2$$

Exemplo 7. *O apotema dun pentágono regular mide $16{,}2\,cm$ e o seu raio mide $20\,cm$.*

a) Calcula a lonxitude do seu lado.

b) Calcula o seu perímetro (perímetro dun pentágono regular de lado l: $P=5\cdot l$)

c) Calcula a súa área (área dun polígono regular de perímetro P e apotema a: $A=\frac{P\cdot a}{2}$)



"Aplicación 7" (elaboración propia)

a) Calcúlase a metade do lado do pentágono aplicando o Teorema de Pitágoras no triángulo verde:

$$\frac{l}{2}=\sqrt{20^2-16{,}2^2} \rightarrow \frac{l}{2}=\sqrt{400-262{,}44} \rightarrow \frac{l}{2}=\sqrt{137{,}56} \rightarrow \frac{l}{2}=11{,}73\,cm$$

Calcúlase o lado do pentágono:

$$l=11{,}73\cdot 2=23{,}46\,cm$$

b) Calcúlase o perímetro do pentágono:

$$P=5\cdot 23{,}46 \rightarrow P=117{,}3\,cm$$

c) Calcúlase a área do pentágono:

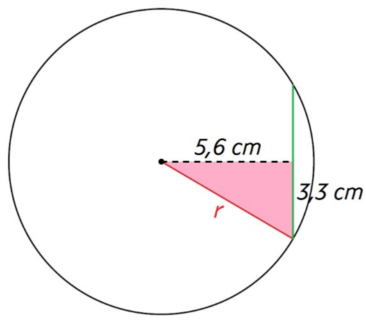
$$A=\frac{P\cdot a}{2} \rightarrow A=\frac{117{,}3\cdot 16{,}2}{2} \rightarrow A=\frac{1900{,}26}{2} \rightarrow A=950{,}13\,cm^2$$

Exemplo 8. *Nunha circunferencia trazouse unha corda de $6{,}6\,cm$ a unha distancia de $5{,}6\,cm$ do centro.*

a) Calcula o raio da circunferencia.

b) Calcula a lonxitude da circunferencia (lonxitude dunha circunferencia de raio r: $P=2\cdot\pi\cdot r$)

c) Calcula a área do círculo correspondente (área dun círculo de raio r: $A=\pi\cdot r^2$)



"Aplicación 8" (elaboración propia)

a) No triángulo rosa, o cateto menor mide $6{,}6:2=3{,}3\,cm$

Calcúlase o raio da circunferencia aplicando o Teorema de Pitágoras no triángulo rosa:

$$r=\sqrt{5{,}6^2+3{,}3^2}\rightarrow r=\sqrt{31{,}36+10{,}89}\rightarrow r=\sqrt{42{,}25}\rightarrow r=6{,}5\,cm$$

b) Calcúlase a lonxitude da circunferencia:

$$P=2\cdot\pi\cdot 6{,}5\rightarrow P=40{,}84\,cm$$

c) Calcúlase a área do círculo:

$$A=\pi\cdot 6{,}5^2\rightarrow A=132{,}73\,cm^2$$

2. SEMELLANZA

Dúas **figuras** distintas son **semellantes** cando só difiren no seu tamaño. En tal caso, os segmentos correspondentes son proporcionais; é dicir, cada lonxitude nunha delas obtense multiplicando a lonxitude correspondente na outra por un número fixo, chamado **razón de semellanza**. En dúas figuras semellantes cúmprese que:

- Un ángulo medido na primeira é igual ao ángulo correspondente na segunda.
- Unha proporción na primeira é igual á proporción correspondente na segunda.

Por exemplo, cando dicimos que a razón de semellanza entre dúas figuras F e F' é 4, queremos dicir que:

$$\frac{lonxitude\,dun\,segmento\,de\,F}{lonxitude\,dun\,segmento\,de\,F'}=4$$

Por tanto, cando usamos a expresión da razón de semellanza, é importante especificar a orde das figuras. Se a razón de semellanza entre as figuras A e B é 2, a razón de semellanza entre B e A será $1/2$.

2.1 Escalas

Unha das aplicacións máis frecuentes de semellanza é a elaboración de **planos, mapas ou maquetas.** Neles reducimos, de maneira proporcional, as dimensións que teñen os obxectos na realidade, obtendo unha representación igual na forma, pero non no tamaño. Chámase **escala** a razón de semellanza entre a figura representada e a figura orixinal.

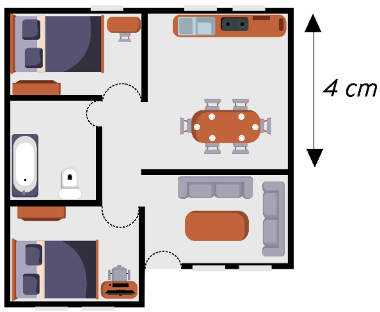
$$escala=\frac{distancia\,na\,representación}{distancia\,na\,realidade}$$

A escala represéntase da forma $1:a$, onde a é o número resultante de dividir, nas mesmas unidades, a $distancia\,na\,realidade$ entre a $distancia\,na\,representación$.

Obtención da escala

Cando se nos dá unha reprodución (plano, mapa ou maqueta) sen indicar a súa escala, podemos pescudala se coñecemos a distancia real entre dous dos seus puntos.

Supoñamos que temos o plano da nosa casa, pero déronnolo sen escala. Medimos, por exemplo, o longo da cociña tanto na realidade como no plano. As medidas que obtemos son: $4\,cm$ no plano e $4\,m$ na realidade.



"Plano a escala" (elaboración propia)

Para calcular a escala seguimos estes pasos:

1. Escribimos ambas as medidas nas mesmas unidades:

   No plano: $4\,cm$

   Na realidade: $4\,m=400\,cm$

2. Calculamos a dividindo a distancia na realidade entre a distancia na representación:

$$a=\frac{distancia\,na\,realidade}{distancia\,na\,presentación}\rightarrow a=\frac{400\,cm}{4\,cm}\rightarrow a=100$$

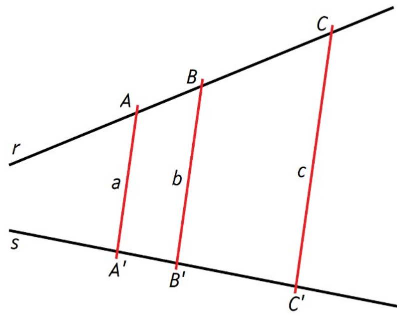
3. Escribimos a escala na forma $1:a$

   Neste caso, a escala é $1:100$

   Agora podemos obter calquera outra distancia na realidade medindo unicamente sobre o plano e multiplicando os resultados polo valor de a, é dicir, por 100.

2.2 Teorema de Tales

Se as rectas a, b e c son paralelas e cortan outras dúas rectas secantes r e s, entón os segmentos que determinan nelas son proporcionais: $\frac{AB}{BC}=\frac{A'B'}{B'C'}$

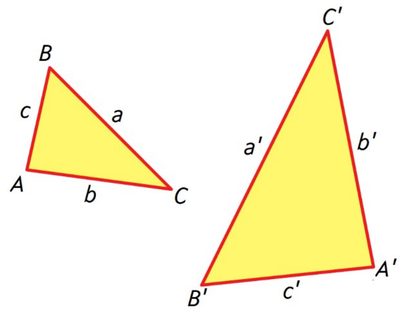


"Teorema de Tales" (elaboración propia)

2.3 Aplicación: semellanza de triángulos

Se os triángulos ABC e $A'B'C'$ son semellantes, entón cúmprense estas dúas igualdades:

$$\widehat{A}=\widehat{A}';\widehat{B}=\widehat{B}';\widehat{C}=\widehat{C}' \qquad \frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$$

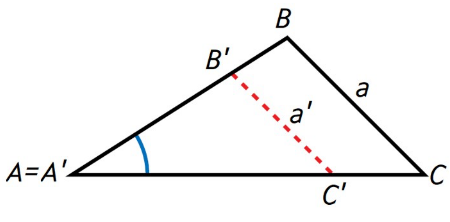


"Triángulos semellantes" (elaboración propia)

E viceversa, se dous triángulos cumpren estas igualdades, son semellantes.

Triángulos en posición de Tales

Os triángulos ABC e $A'B'C'$ teñen un ángulo común, o $\widehat{A}$. É dicir, o triángulo pequeno está "encaixado" no grande. Ademais, os lados opostos a $\widehat{A}$ son paralelos. Por iso dicimos que estes dous triángulos están en **posición de Tales**.



"Triángulos en posición de Tales" (elaboración propia)

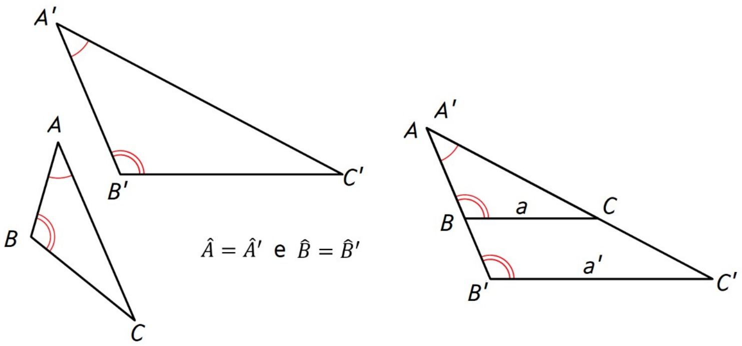
Dous triángulos en posición de Tales son semellantes.

Por tanto, se dous triángulos se poden poñer en posición de Tales, son semellantes.

Un criterio de semellanza de triángulos

Se dous ángulos dun triángulo son respectivamente iguais a dous ángulos doutro triángulo, entón os triángulos son semellantes.

Pois se $\widehat{A}=\widehat{A}'$, o triángulo pequeno pódese encaixar no grande. E se, ademais, $\widehat{B}=\widehat{B}'$, os lados a e a' quedan paralelos. Así, os dous triángulos puidéronse poñer en posición de Tales e, por tanto, son semellantes.

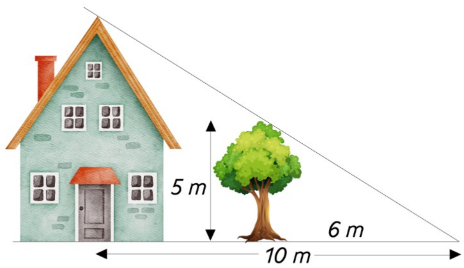


"Criterio de semellanza de triángulos" (elaboración propia)

Cálculo da altura dun obxecto vertical a partir da súa sombra

Considerando que a sombra dun obxecto é perpendicular a el e aplicando a semellanza de triángulos, podemos calcular a altura do devandito obxecto.

Exemplo. Unha árbore mide $5\,m$ de altura e, a unha determinada hora do día, proxecta unha sombra de $6\,m$. Que altura terá a casa da figura se á mesma hora proxecta unha sombra de $10\,m$?



"Exemplo da altura dunha casa a partir da súa sombra" (elaboración propia)

Chamamos h á altura da casa. Fórmanse dous triángulos semellantes, xa que os seus ángulos son iguais:

$$\frac{h}{10}=\frac{5}{6} \rightarrow 6\cdot h=5\cdot 10 \rightarrow h=\frac{5\cdot 10}{6} \rightarrow h=8{,}3\,m$$

EXERCICIOS

Exercicio 3

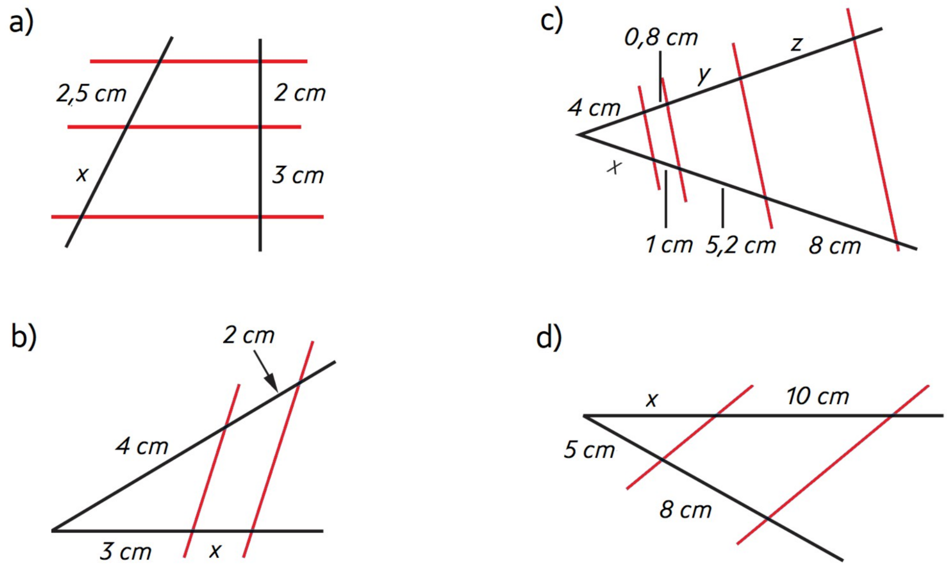
O ancho do xardín dunha casa mide $37{,}5\,m$. Se, no plano, o ancho do xardín é $2{,}5\,cm$, a que escala está debuxado o plano?

Exercicio 4

Realizamos un plano á escala $1{:}75$. Que medida real ten unha liña do plano de $5cm$ de lonxitude?

Exercicio 5

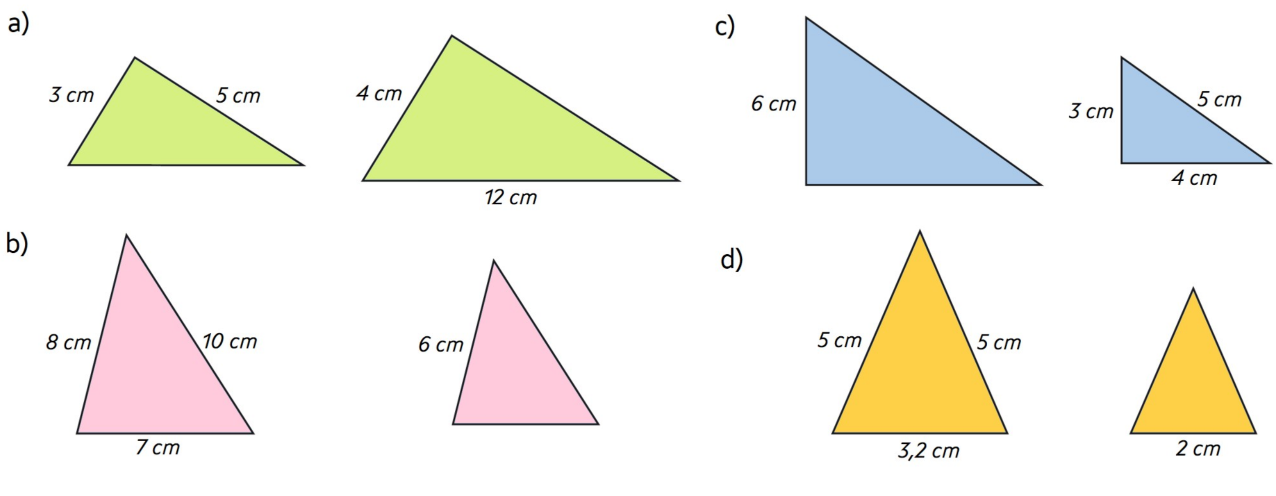
Calcula as lonxitudes descoñecidas aplicando o Teorema de Tales.



"Exercicio 5_de" (elaboración propia)

Exercicio 6

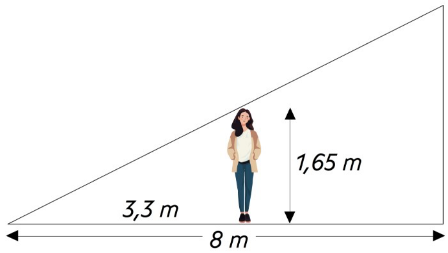
Calcula a lonxitude dos lados descoñecidos nos seguintes pares de triángulos semellantes, aproximando até dúas cifras decimais cando faga falta.



"Exercicio 6_de" (elaboración propia)

Exercicio 7

O teito do salón da casa de Alicia é inclinado. Para medir a altura da parede, Alicia colócase como se ve no debuxo. Tendo en conta as medidas, calcula a altura máxima do salón.

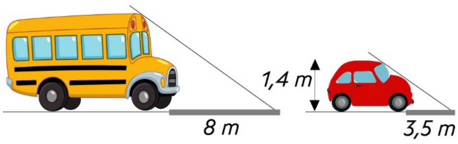


"Exercicio 7_de" (elaboración propia)

Exercicio 8

A sombra dun autobús a certa hora mide $8\,m$.

Á mesma hora, a sombra dun coche que mide $1{,}4\,m$ é de $3{,}5\,m$. Que altura ten o autobús?



"Exercicio 8_de" (elaboración propia)

SOLUCIÓNS

Exercicio 1

a) $70\,cm, 240\,cm, 245\,cm$

O lado maior é a hipotenusa, é dicir, $a=245\,cm$. Os outros dous lados son os catetos b e c.

$$\left.\begin{array}{r} a^2=245^2=60025 \\ b^2+c^2=70^2+240^2=4900+57600=62500 \end{array}\right\} \rightarrow a^2<b^2+c^2 \rightarrow \text{Triángulo acutángulo}$$

b) $15\,dm, 36\,dm, 39\,dm$

O lado maior é a hipotenusa, é dicir, $a=39\,dm$. Os outros dous lados son os catetos b e c.

$$\left.\begin{array}{r} a^2=39^2=1521 \\ b^2+c^2=15^2+36^2=225+1296=1521 \end{array}\right\} \rightarrow a^2=b^2+c^2 \rightarrow \text{Triángulo rectángulo}$$

c) $18\,m, 80\,m, 83\,m$

O lado maior é a hipotenusa, é dicir, $a=83\,m$. Os outros dous lados son os catetos b e c.

$$\left.\begin{array}{r} a^2=83^2=6889 \\ b^2+c^2=18^2+80^2=324+6400=6724 \end{array}\right\} \rightarrow a^2>b^2+c^2 \rightarrow \text{Triángulo obtusángulo}$$

d) $17\,m, 6\,m, 14\,m$

O lado maior é a hipotenusa, é dicir, $a=17\,m$. Os outros dous lados son os catetos b e c.

$$\left.\begin{array}{r} a^2=17^2=289 \\ b^2+c^2=6^2+14^2=36+196=232 \end{array}\right\} \rightarrow a^2>b^2+c^2 \rightarrow \text{Triángulo obtusángulo}$$

e) $64\,cm, 84\,cm, 57\,cm$

O lado maior é a hipotenusa, é dicir, $a=84\,cm$. Os outros dous lados son os catetos b e c.

$$\left.\begin{array}{r} a^2=84^2=7056 \\ b^2+c^2=64^2+57^2=4096+3249=7345 \end{array}\right\} \rightarrow a^2<b^2+c^2 \rightarrow \text{Triángulo acutángulo}$$

f) $45\,dm, 28\,dm, 53\,dm$

O lado maior é a hipotenusa, é dicir, $a=53\,dm$. Os outros dous lados son os catetos b e c.

$$\left.\begin{array}{r} a^2=53^2=2809 \\ b^2+c^2=45^2+28^2=2025+784=2809 \end{array}\right\} \rightarrow a^2=b^2+c^2 \rightarrow \text{Triángulo rectángulo}$$

Exercicio 2

a) $c=70\,mm; a=74\,mm$

$$b=\sqrt{a^2-c^2} \rightarrow b=\sqrt{74^2-70^2} \rightarrow b=\sqrt{5476-4900} \rightarrow b=\sqrt{576} \rightarrow b=24$$

O cateto descoñecido mide $24\,mm$.

b) $b=15\,cm\,;c=36\,cm$

$$a=\sqrt{b^2+c^2}\rightarrow a=\sqrt{15^2+36^2}\rightarrow a=\sqrt{225+1296}\rightarrow a=\sqrt{1521}\rightarrow a=39$$

A hipotenusa mide $39\,cm$.

c) A hipotenusa do triángulo rectángulo mide $10{,}7\,m$ e un dos catetos mide $7{,}6\,m$.

Supoñamos que o cateto coñecido é c.

$$b=\sqrt{a^2-c^2}\rightarrow b=\sqrt{10{,}7^2-7{,}6^2}\rightarrow b=\sqrt{114{,}49-57{,}76}\rightarrow b=\sqrt{56{,}73}\rightarrow b=7{,}53$$

O cateto descoñecido mide $7{,}53\,m$ aproximadamente

d) $b=15\,cm\,;a=25\,cm$

$$c=\sqrt{a^2-b^2}\rightarrow c=\sqrt{25^2-15^2}\rightarrow c=\sqrt{625-225}\rightarrow c=\sqrt{400}\rightarrow c=20$$

O cateto descoñecido mide $20\,cm$.

e) $b=14\,m\,;c=48\,m$

$$a=\sqrt{b^2+c^2}\rightarrow a=\sqrt{14^2+48^2}\rightarrow a=\sqrt{196+2304}\rightarrow a=\sqrt{2500}\rightarrow a=50$$

A hipotenusa mide $50\,m$.

Exercicio 3

1º) Escribimos ambas as medidas nas mesmas unidades:

No plano: $2{,}5\,cm$

Na realidade: $37{,}5\,m=3750\,cm$

2º) Calculamos a dividindo a distancia na realidade entre a distancia na representación:

$$a=\frac{distancia\,na\,realidade}{distancia\,na\,presentación}\rightarrow a=\frac{3750\,cm}{2{,}5\,cm}\rightarrow a=1500$$

3º) Escribimos a escala na forma $1:a$

Neste caso, a escala é $1:1500$

Exercicio 4

Para obter a medida real multiplicamos a medida no plano polo valor de a , é dicir, por 75. Así:

$$medida\,real=5\,cm\cdot 75\rightarrow medida\,real=375\,cm$$

Exercicio 5

a) Aplicando o Teorema de Tales:

$$\frac{x}{3}=\frac{2{,}5}{2}\rightarrow 2\cdot x=2{,}5\cdot 3\rightarrow x=\frac{2{,}5\cdot 3}{2}\rightarrow x=\frac{7{,}5}{2}\rightarrow x=3{,}75\,cm$$

b) Aplicando o Teorema de Tales:

$$\frac{x}{2}=\frac{3}{4} \rightarrow 4\cdot x=3\cdot 2 \rightarrow x=\frac{3\cdot 2}{4} \rightarrow x=\frac{6}{4} \rightarrow x=1,5\,cm$$

c) Aplicando o Teorema de Tales:

$$\frac{x}{4}=\frac{1}{0,8} \rightarrow 0,8\cdot x=1\cdot 4 \rightarrow x=\frac{1\cdot 4}{0,8} \rightarrow x=\frac{4}{0,8} \rightarrow x=5\,cm$$

$$\frac{y}{5,2}=\frac{0,8}{1} \rightarrow 1\cdot y=0,8\cdot 5,2 \rightarrow y=\frac{0,8\cdot 5,2}{1} \rightarrow y=\frac{4,16}{1} \rightarrow y=4,16\,cm$$

$$\frac{z}{8}=\frac{0,8}{1} \rightarrow 1\cdot z=0,8\cdot 8 \rightarrow z=\frac{0,8\cdot 8}{1} \rightarrow z=\frac{6,4}{1} \rightarrow z=6,4\,cm$$

d) Aplicando o Teorema de Tales:

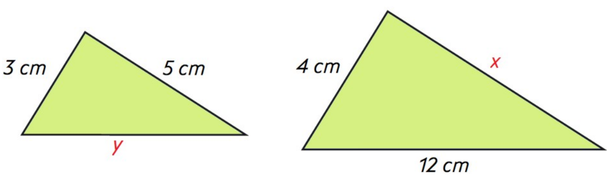
$$\frac{x}{5}=\frac{10}{8} \rightarrow 8\cdot x=10\cdot 5 \rightarrow x=\frac{10\cdot 5}{8} \rightarrow x=\frac{50}{8} \rightarrow x=6,25\,cm$$

Exercicio 6

a) Chamamos x e y os lados descoñecidos.

Como os triángulos son semellantes cúmprese que:

$$\frac{3}{4}=\frac{5}{x}=\frac{y}{12}$$



"Exercicio 6_de_sol_a" (elaboración propia)

Entón:

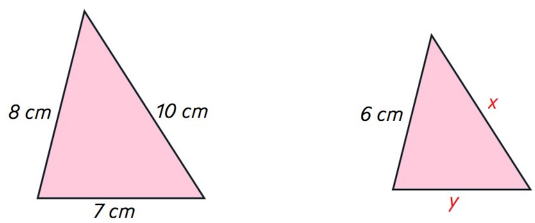
$$\frac{3}{4}=\frac{5}{x} \rightarrow 3\cdot x=5\cdot 4 \rightarrow x=\frac{5\cdot 4}{3} \rightarrow x=6,67\,cm$$

$$\frac{3}{4}=\frac{y}{12} \rightarrow 3\cdot 12=y\cdot 4 \rightarrow \frac{3\cdot 12}{4}=y \rightarrow 9\,cm=y$$

b) Chamamos x e y os lados descoñecidos.

Como os triángulos son semellantes cúmprese que:

$$\frac{8}{6}=\frac{10}{x}=\frac{7}{y}$$



"Exercicio 6_de_sol_b" (elaboración propia)

Entón:

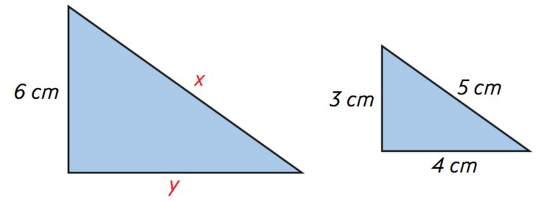
$$\frac{8}{6}=\frac{10}{x} \rightarrow 8\cdot x=10\cdot 6 \rightarrow x=\frac{10\cdot 6}{8} \rightarrow x=7,5\,cm$$

$$\frac{8}{6}=\frac{7}{y} \rightarrow 8\cdot y=7\cdot 6 \rightarrow y=\frac{7\cdot 6}{8} \rightarrow y=5,25\,cm$$

c) Chamamos x e y os lados descoñecidos.

Como os triángulos son semellantes cúmprese que:

$$\frac{6}{3}=\frac{x}{5}=\frac{y}{4}$$



"Exercicio 6_de_sol_c" (elaboración propia)

Entón:

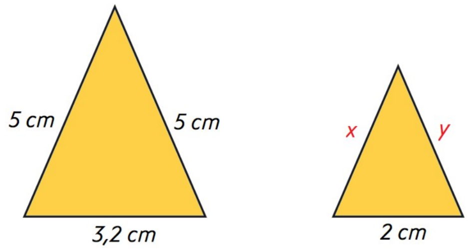
$$\frac{6}{3}=\frac{x}{5}\rightarrow 6\cdot 5=x\cdot 3\rightarrow \frac{6\cdot 5}{3}=x\rightarrow 10\,cm=x$$

$$\frac{6}{3}=\frac{y}{4}\rightarrow 6\cdot 4=y\cdot 3\rightarrow \frac{6\cdot 4}{3}=y\rightarrow 8\,cm=y$$

d) Chamamos x e y os lados descoñecidos.

Como os triángulos son semellantes cúmprese que:

$$\frac{5}{x}=\frac{5}{y}=\frac{3{,}2}{2}$$



"Exercicio 6_de_sol_d" (elaboración propia)

Entón:

$$\frac{5}{x}=\frac{3{,}2}{2}\rightarrow 2\cdot 5=3{,}2\cdot x\rightarrow \frac{2\cdot 5}{3{,}2}=x\rightarrow 3{,}13\,cm=x$$

$$\frac{5}{y}=\frac{3{,}2}{2}\rightarrow 2\cdot 5=3{,}2\cdot y\rightarrow \frac{2\cdot 5}{3{,}2}=y\rightarrow 3{,}13\,cm=y$$

Exercicio 7

Chamamos h a altura máxima do salón de Alicia. Como son dous triángulos en posición de Tales, son semellantes. Por tanto:

$$\frac{1{,}65}{3{,}3}=\frac{h}{8}\rightarrow 1{,}65\cdot 8=3{,}3\cdot h\rightarrow \frac{1{,}65\cdot 8}{3{,}3}=h\rightarrow 4=h$$

A altura máxima do salón de Alicia é $4\,m$.

Exercicio 8

Chamamos h a altura do autobús. Fórmanse dous triángulos semellantes, xa que os seus ángulos son iguais.

$$\frac{h}{8}=\frac{1{,}4}{3{,}5}\rightarrow 3{,}5\cdot h=1{,}4\cdot 8\rightarrow h=\frac{1{,}4\cdot 8}{3{,}5}\rightarrow h=3{,}2$$

A altura do autobús é $3{,}2\,m$.