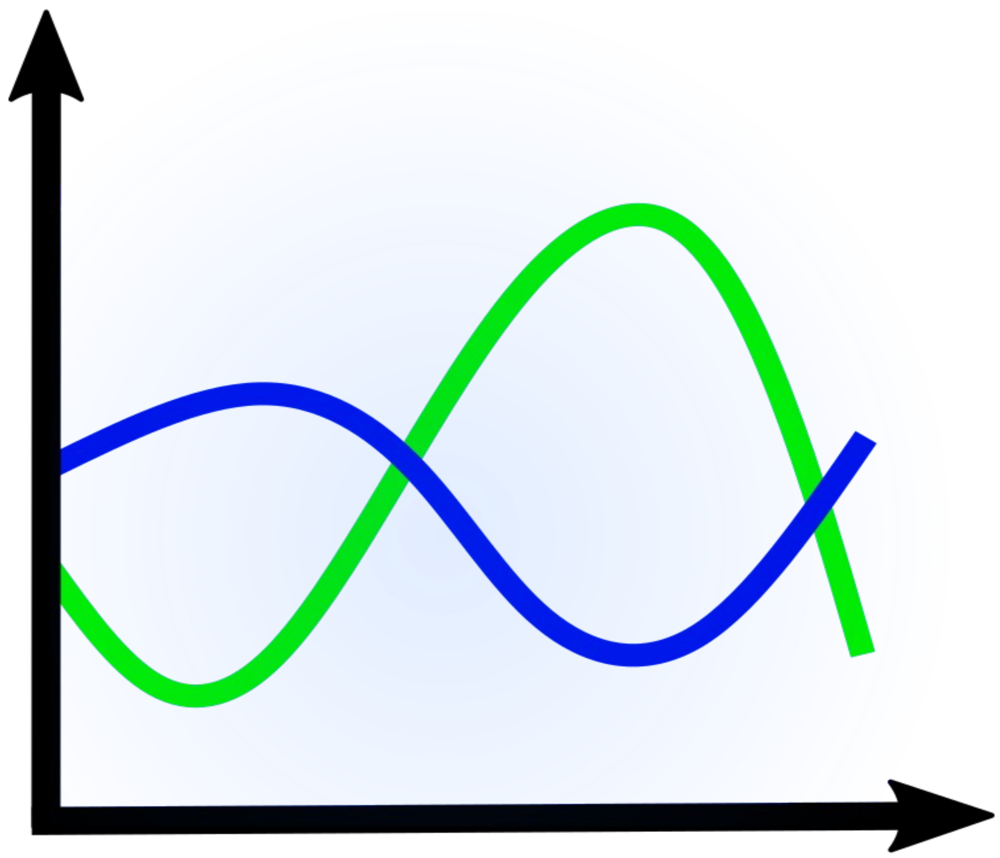
XUNTA DE GALICIA
CONSELLERÍA DE EDUCACIÓN, CIENCIA, UNIVERSIDADES E FORMACIÓN PROFESIONAL

AS FUNCIÓNS



Ámbito científico-tecnolóxico

Módulo 4

XUNTA DE GALICIA | CONSELLERÍA DE EDUCACIÓN, CIENCIA, UNIVERSIDADES E FORMACIÓN PROFESIONAL

ÍNDICE

AS FUNCIÓNS

1. AS FUNCIÓNS..1

1.1 Función dada por un enunciado..1

1.2 Función dada por unha táboa..2

1.3 Función dada por unha gráfica..2

1.4 Función dada por unha expresión analítica..3

Exercicios..4

2. TIPOS DE FUNCIÓNS...5

2.1 A función constante..5

2.2 A función lineal ou de proporcionalidade directa.....................................5

2.3 A función afín..5

2.4 A función de proporcionalidade inversa...5

2.5 A función cuadrática..6

Exercicios..6

3. REPRESENTACIÓN GRÁFICA DAS FUNCIÓNS MATEMÁTICAS..7

Exercicios..9

4. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS..10

Exercicios..10

SOLUCIÓNS...11

1. AS FUNCIÓNS

Na vida diaria necesitamos describir algunhas situacións para analizalas e darlles unha explicación. Son situacións nas cales se relacionan dúas variables, e unha depende da outra. Esas situacións exprésanse mediante funcións. Unha **función** é unha relación entre dous conxuntos que cumpre que todo elemento do primeiro conxunto se relaciona cun único elemento do segundo.

Os elementos dunha función son:

- As **constantes**, que son valores numéricos que non se modifican.
- As **variables**, que cambian de valor. Unha variable é **independente (*x*)** se cambia de valores sen restricións, e é **dependente (*y*)** se depende dos valores da independente.

Unha función pódese representar dando:

- Un enunciado.
- Unha táboa de valores.
- Unha gráfica.
- Unha expresión alxébrica.

1.1 Función dada por un enunciado

A relación entre as dúas magnitudes dáse mediante unha ou varias frases que explican a relación que existe entre as variables.

Exemplo:

Unha cadea de montaxe de ordenadores ten os seguintes gastos:

- *Gastos fixos de 75000 € ao día (electricidade, man de obra e espazo de almacenamento).*
- *Gastos de montaxe de cada ordenador de 20 € por unidade.*

a) Cal é o custo diario se o número de ordenadores que se montan ao día é descoñecido?

b) Cal será o custo se se producen 3000 ordenadores ao día?

a) Chamamos x ao número de ordenadores e y aos gastos totais diarios.

Entón, para calcular os gastos totais diarios débese multiplicar o que custa cada ordenador polo número de ordenadores e sumarlle os gastos fixos diarios. É dicir,

$$y=20x+75000$$

b) Neste caso $x=3000$, logo $y=20\cdot 3000+75000=60000+75000=135000$ €

1.2 Función dada por unha táboa

En ocasións, dunha relación entre dúas magnitudes podemos obter un conxunto de datos relacionados, que se os ordenamos nunha táboa nos facilitan a súa interpretación. Na táboa damos un conxunto de pares de valores (x,y) da función.

Exemplo:

A seguinte táboa amosa a distancia percorrida por un ciclista que vai a unha velocidade constante de 200 m/min, en función do tempo transcorrido:

Tempo en minutos	1	2	3	...
Distancia en metros	200	400	600	...

a) *Escribe a función que dá a distancia percorrida en función do tempo transcorrido.*

b) *Que distancia percorre en 15 minutos?*

a) Chamamos x ao tempo en minutos e y á distancia en metros.

Entón, para calcular a distancia percorrida débese multiplicar o tempo en minutos pola velocidade que leva o ciclista. É dicir,

$$y=200x$$

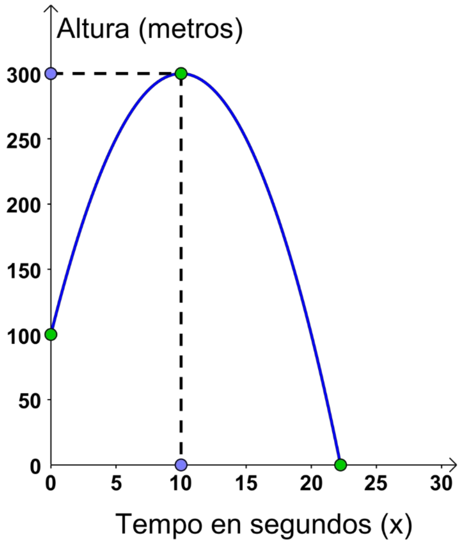
b) Neste caso $x=15$, logo $y=200\cdot 15=3000$ metros. É dicir 3 km.

1.3 Función dada por unha gráfica

En moitas situacións da vida cotiá ou relacionadas con fenómenos naturais, a información pódese representar mediante unha gráfica. A gráfica é o conxunto de todos os puntos (x,y) representados nos eixes de coordenadas cartesianos.

Exemplo:

Para as festas da Ascensión planificouse realizar unha exhibición de fogos artificiais, que estoupan ao acadar a súa máxima altura. A seguinte gráfica amosa a altura en metros cando transcorreron t segundos desde o lanzamento de cada proxectil:



a) *Canto tardan os fogos artificiais en acadar a súa altura máxima?*

b) *A que altura estoupan os fogos artificiais?*

a) Os fogos artificiais tardan 10 segundos en acadar a súa altura máxima.

b) Estoupan a 300 metros de altura.

1.4 Función dada por unha expresión analítica

A expresión analítica é a relación matemática entre as dúas variables, a independente (*x*) e a dependente (*y*), na cal a variable dependente (*y*) está despexada.

Exemplo:

Un quilogramo de plátanos custa 2 € e a función que expresa o custo dos plátanos en función do número de quilogramos vén definida pola expresión $y=2x$.

a) Elabora unha táboa de valores para o prezo de 2, 3, 4, 5 e 6 kg de plátanos.

b) Representa os valores nun sistema de coordenadas e debuxa a gráfica obtida.

a)

$x=2 \Rightarrow 7=2\cdot 2=4$

$x=3 \Rightarrow 7=2\cdot 3=6$

$x=4 \Rightarrow 7=2\cdot 4=8$

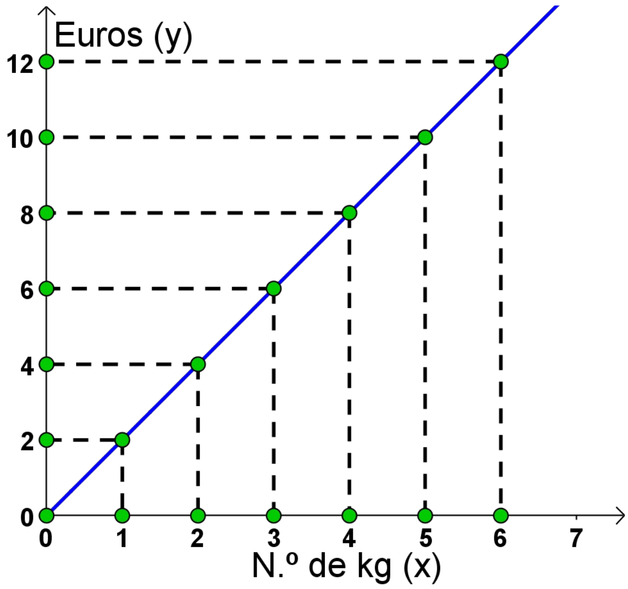
$x=5 \Rightarrow 7=2\cdot 5=10$

$x=6 \Rightarrow 7=2\cdot 6=12$

b)

N.º de quilogramos	1	2	3	4	5	6	...
Prezo (euros)	2	4	6	8	10	12	...

c)



EXERCICIOS

Exercicio 1

Se o custo de fabricar un bolígrafo é de 0,10 € e este se vende a 0,24 € cada unidade, calcula:

a) A función de beneficios en función do número de bolígrafos vendidos.

b) Calcula os beneficios se se venden 10000 bolígrafos.

c) Cantos bolígrafos deben venderse para obter uns beneficios de 1190 €?

2. TIPOS DE FUNCIÓNS

Coñecer as expresións xerais das funcións, como a constante, lineal, afín, cuadrática, de proporcionalidade inversa... é importante para coñecer como se relacionan as variables.

2.1 A función constante

Este tipo de funcións matemáticas teñen a forma: $f(x)=c$ onde c é unha constante. A súa gráfica é unha liña horizontal.

Exemplos: $y=4$, $y=-3$

2.2 A función lineal ou de proporcionalidade directa

A función lineal ou de proporcionalidade directa relaciona dúas magnitudes directamente proporcionais. É dicir, as dúas variables están relacionadas de xeito que cando unha aumenta a outra, faino tamén e analogamente cando diminúe.

Este tipo de funcións matemáticas teñen a forma: $f(x)=ax$ con $a\neq 0$. A súa gráfica é unha liña recta que pasa pola orixe de coordenadas.

Exemplos: $y=5x$, $y=-3x$

2.3 A función afín

Este tipo de funcións matemáticas teñen a forma: $f(x)=ax+b$ con $a,b\neq 0$. A súa gráfica é unha liña recta.

Exemplos: $y=2x+1$, $y=-3x+2$

2.4 A función de proporcionalidade inversa

A función de proporcionalidade inversa relaciona dúas magnitudes inversamente proporcionais. É dicir, as dúas variables están relacionadas de xeito que cando unha aumenta, a outra diminúe, pero en todo momento o seu produto é constante.

Este tipo de funcións matemáticas teñen a forma: $f(x)=\frac{k}{x}$, onde k é unha constante ($x\neq 0$).

A súa gráfica é unha hipérbole.

Exemplos: $y=\frac{3}{x}$, $y=\frac{-2}{x}$

2.5 A función cuadrática

Este tipo de funcións matemáticas teñen a forma: $f(x)=ax^2+bx+c$, onde a, b, c son constantes e $a \neq 0$. A súa gráfica é unha parábola.

Exemplo: $y=x^2-6x+5$, $y=10x-x^2$

EXERCICIOS

Exercicio 2

Indica de que tipo é cada función:

a) $y=5x-x^2$

b) $y=\frac{-3}{x}$

c) $y=\frac{x}{2}$

d) $y=3-4x$

Exercicio 3

A función $y=6-5x$ é unha función...

a) Lineal.

b) Afín.

c) Cuadrática.

d) De proporcionalidade inversa.

Exercicio 4

Relaciona cada función co tipo de que se trata:

a) $y=3-2x+x^2$

b) $y=\frac{2}{x}$

c) $y=\frac{3x}{2}$

d) $y=-3x+5$

1. Lineal
2. Afín
3. Cuadrática
4. De proporcionalidade inversa

3. REPRESENTACIÓN GRÁFICA DAS FUNCIÓNS MATEMÁTICAS

Para representar unha función:

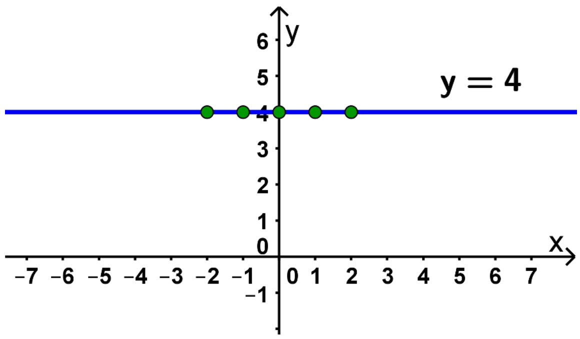
- Debuxamos os eixes de coordenadas.
  - O eixe horizontal ou eixe de abscisas: x
  - O eixe vertical ou eixe de ordenadas: y
- Marcamos os puntos nos eixes: -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5. A distancia debe ser a mesma entre os puntos.
- Facemos unha táboa de valores da función.
- Debuxamos os puntos da táboa de valores.
- Debuxamos a liña ou a curva que pasa polos puntos representados.

Para representar funcións matemáticas podemos empregar calquera ferramenta gráfica: unha calculadora gráfica, Geogebra... Se empregamos Geogebra só temos que introducir a súa expresión na liña de comandos.

Exemplos:

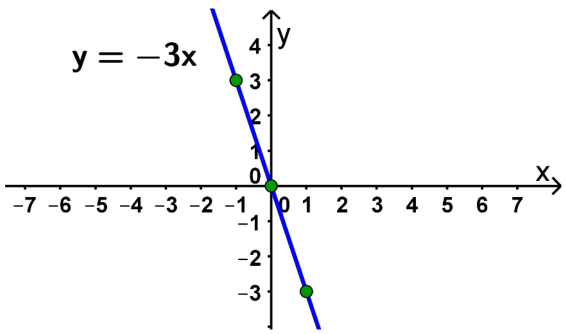
- $y=4$

x	y
-2	4
-1	4
0	4
1	4
2	4



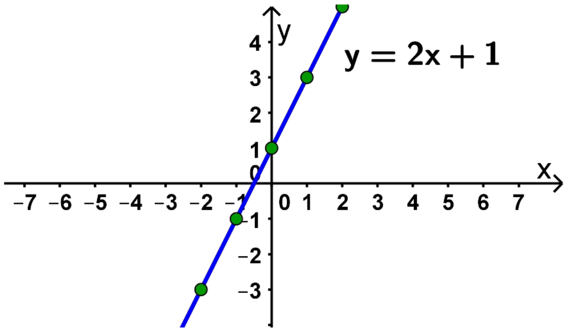
- $y=-3x$

x	y
-2	6
-1	3
0	0
1	-3
2	-6



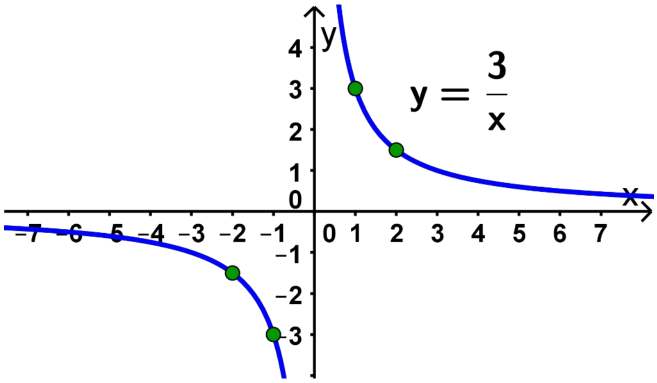
- $y = 2x+1$

x	y
-2	-3
-1	-1
0	1
1	3
2	5



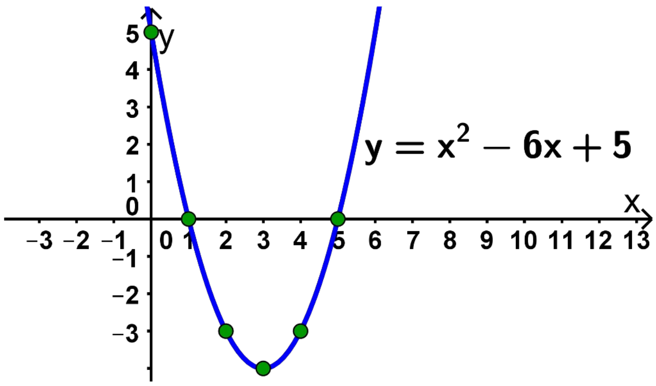
- $y = \dfrac{3}{x}$

x	y
-2	-1,5
-1	-3
0	
1	3
2	1,5



- $y = x^2 - 6x + 5$

x	y
-1	12
0	5
1	0
2	-3
3	-4
4	-3
5	0



EXERCICIOS

Exercicio 5

Constrúe unha táboa de valores para cada función e represéntaa graficamente empregando Geogebra:

a) $y=-3$

b) $y=4x$

c) $y=3x+4$

d) $y=-x^2-2x-2$

4. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Para resolver problemas débense seguir os pasos:

- Ler atentamente o enunciado do problema cantas veces faga falla, ata saber o que piden e coñecer os datos de que se dispón.
- Atopar os elementos coñecidos (datos) e os descoñecidos (incógnita).
- A partir da información que dá o problema, trazar unha estratexia para atopar a solución, construíndo unha táboa, representando unha gráfica ou buscando unha fórmula para a función do problema.
- Interpretar a solución do problema no seu contexto. Eliximos os valores da solución que teñan sentido e descartaremos os que non o teñen. Por exemplo, non ten sentido que unha lonxitude sexa negativa.

EXERCICIOS

Exercicio 6

Un técnico de reparacións de electrodomésticos cobra 25 € pola visita, máis 20 € por cada hora de traballo.

a) Escribe a función que dá o diñeiro que temos que pagar en total y, en función do tempo que estea traballando x.

b) Represéntaa graficamente.

c) Canto teriamos que pagar se estivese 3 horas?

Exercicio 7

Un malabarista lanza cara arriba tres pelotas, cada unha delas desprázase seguindo unha traxectoria que cumpre coa gráfica da función cuadrática:

$$y=-x^2+6x+7$$

Onde y indica a altura (en centímetros) acadada polas pelotas ao cabo de x segundos de transcorrido o lanzamento.

a) Canto tempo tarda unha pelota en alcanzar a súa altura máxima?

b) Cal é a altura máxima que alcanza cada pelota?

c) Que altura alcanza unha pelota transcorridos dous segundos desde o seu lanzamento?

SOLUCIÓNS

Exercicio 1

Se o custo de fabricar un bolígrafo é de 0,10 € e se vende a 0,24 € cada unidade, calcula:

a) A función de beneficios en función do número de bolígrafos vendidos.

b) Calcula os beneficios se se venden 10000 bolígrafos.

c) Cantos bolígrafos deben venderse para obter uns beneficios de 1190 €?

a) Chamamos x ao número de bolígrafos e y aos beneficios.

Entón para calcular os beneficios débense calcular:

- Os ingresos pola venda de x bolígrafos: $0,24x$
- Os custos de fabricar x bolígrafos: 0,10x

Para calcular os beneficios débense restar os ingresos menos os custos:

$$y=0,24x-0,10x=0,14x$$

b) Neste caso $x=10000$, logo $y=0,14\cdot 10000=1400$ €

c) Neste caso $y=1190$ logo $1190=0,14x \rightarrow x=\frac{1190}{0,14}=8500$ bolígrafos

Exercicio 2

Indica de que tipo é cada función:

a) $y=5x-x^2$ función cuadrática

b) $y=\frac{-3}{x}$ función de proporcionalidade inversa

c) $y=\frac{x}{2}$ función lineal

d) $y=3-4x$ función afín

Exercicio 3

A función $y=6-5x$ é unha función afín.

Exercicio 4

Relaciona cada función co tipo de que se trata:

a) $y=3-2x+x^2$
b) $y=\frac{2}{x}$
c) $y=\frac{3x}{2}$
d) $y=-3x+5$

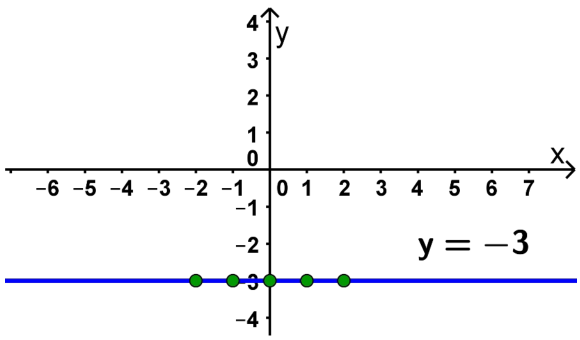
1. Lineal
2. Afín
3. Cuadrática
4. De proporcionalidade inversa

Exercicio 5

Constrúe unha táboa de valores para cada función e represéntaa graficamente empregando Geogebra:

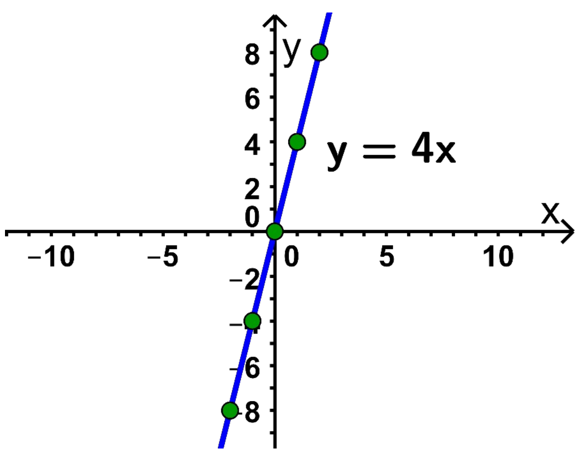
a) $y=-3$

x	y
-2	-3
-1	-3
0	-3
1	-3
2	-3



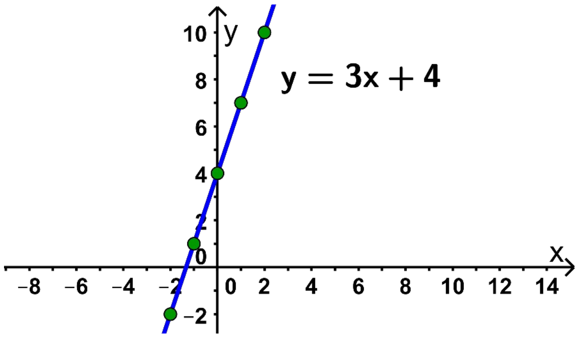
b) $y=4x$

x	y
-2	-8
-1	-4
0	0
1	4
2	8



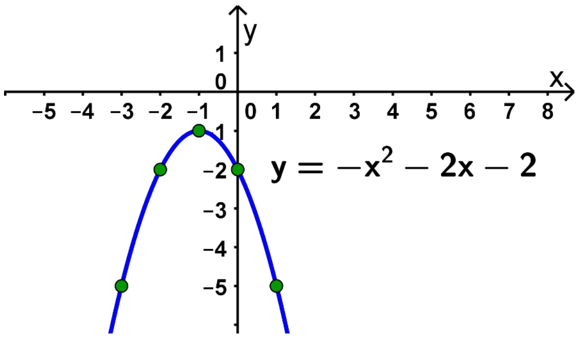
c) $y=3x+4$

x	y
-2	-2
-1	1
0	4
1	7
2	10



d) $y=-x^2-2x-2$

x	y
-3	-5
-2	-2
-1	-1
0	-2
1	-5



Exercicio 6

Un técnico de reparacións de electrodomésticos cobra 25 € pola visita, máis 20 € por cada hora de traballo.

a) Escribe a función que dá o diñeiro que temos que pagar en total y, en función do tempo que estea traballando x.

b) Represéntaa graficamente.

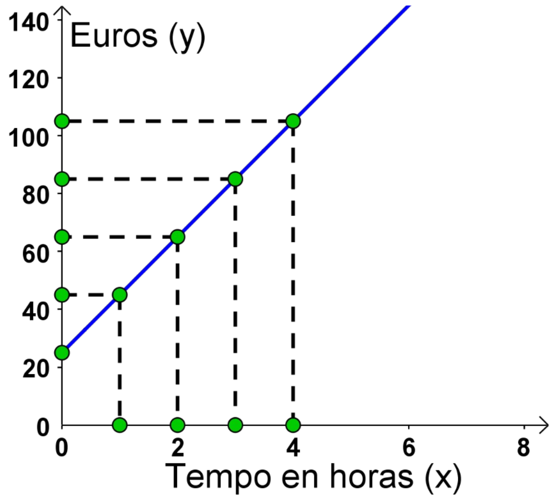
c) Canto teriamos que pagar se estivese 3 horas?

a) A función que dá o diñeiro que temos que pagar en total y, en euros, en función do tempo que estea traballando x en horas é:

$$y=25+20x$$

b)

x	y
0	25
1	45
2	65
3	85
4	105



c) Neste caso $x=3$, logo $y=25+20\cdot 3=25+60=85$ €

Exercicio 7

Un malabarista lanza cara arriba tres pelotas, cada unha delas desprázase seguindo unha traxectoria que cumpre coa gráfica da función cuadrática:

$$y=-x^2+6x+7$$

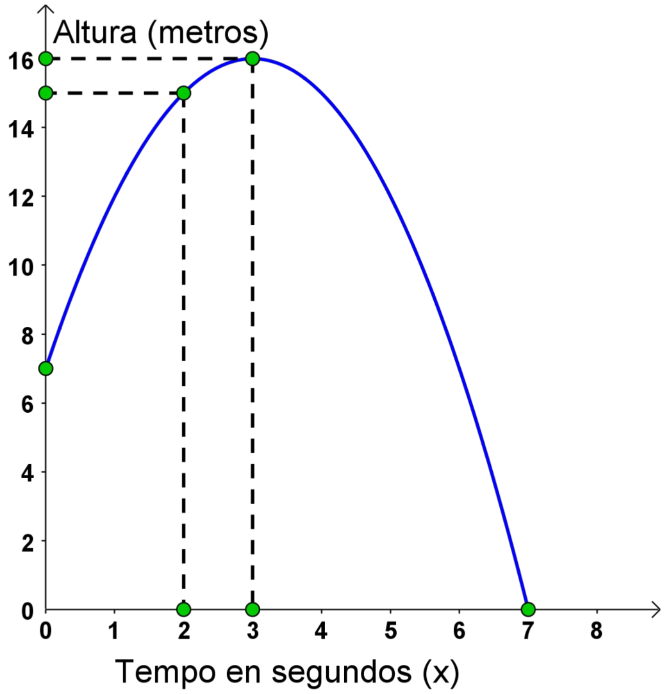
Onde y indica a altura (en centímetros) acadada polas pelotas ao cabo de x segundos de transcorrido o lanzamento.

a) Canto tempo tarda unha pelota en alcanzar a súa altura máxima?

b) Cal é a altura máxima que alcanza cada pelota?

c) Que altura alcanza unha pelota transcorridos dous segundos desde o seu lanzamento?

x	y
0	7
1	12
2	15
3	16
4	15
5	12
6	7
7	0



a) Tarda 3 segundos en alcanzar a súa altura máxima.

b) A altura máxima que alcanza cada pelota é de 16 metros.

c) Neste caso $x=2$, logo $y=-2^2+6\cdot 2+7=-4+12+7=15$ metros.