



ÁLXEBRA



"Letters numbers" (deFerrer, CC-0-1.0)



ÍNDICE

ÁLXEBRA

1. LINGUAXE ALXÉBRICA.....	3
<i>Exercicios</i>	3
2. EXPRESIÓNS ALXÉBRICAS.....	4
2.1 Monomios.....	4
2.2 Suma e resta de monomios.....	5
<i>Exercicios</i>	5
2.3 Multiplicación de monomios.....	6
2.4 División de monomios.....	6
<i>Exercicios</i>	7
3. POLINOMIOS.....	8
3.1 Valor numérico dun polinomio.....	8
<i>Exercicios</i>	8
3.2 Suma de polinomios.....	9
3.3 Oposto dun polinomio.....	9
3.4 Resta de polinomios.....	9
3.5 Produto dun polinomio por un número.....	10
3.6 Produto dun polinomio por un monomio.....	10
3.7 División dun polinomio entre un número.....	10
3.8 División dun polinomio entre un monomio.....	11
<i>Exercicios</i>	11
4. PRODUTOS NOTABLES.....	12
4.1 Cadrado dunha suma de monomios.....	12
4.2 Cadrado dunha diferenza de monomios.....	12
4.3 Suma de dous monomios pola súa diferenza.....	13
<i>Exercicios</i>	13
5. EXTRACCIÓN DE FACTOR COMÚN.....	15
<i>Exercicios</i>	16
SOLUCIÓNS.....	17



1. LINGUAXE ALXÉBRICA

A linguaxe numérica serve para expresar operacións nas cales só aparecen números.

A linguaxe que utiliza letras e números unidos mediante os signos das operacións aritméticas denomínase **linguaxe alxébrica**.

As **letras** que se empregan na linguaxe alxébrica representan, en realidade, **números descoñecidos**. Para representar estes números descoñecidos adoitan empregarse as letras x , y , z , a , b , c , etc.

Vexamos algúns exemplos sobre como expresar diferentes enunciados en linguaxe alxébrica:

- O triplo dun número: $3 \cdot x$
- Un número aumentado en dúas unidades: $x+2$
- O dobre dun número máis outro número: $2 \cdot x+y$
- A metade dun número: $\frac{x}{2}$
- A idade dunha persoa hai tres anos: $a-3$
- A idade dunha persoa dentro de cinco anos: $a+5$
- A área dun rectángulo de base b e altura h : $b \cdot h$
- O perímetro dun triángulo equilátero de lado l : $3 \cdot l$



EXERCICIOS

Exercicio 1

Expresa os seguintes enunciados en linguaxe alxébrica:

- a) A terceira parte dun número.
- b) Un número diminuído en tres unidades.
- c) O triplo dun número máis cinco unidades.
- d) A cuarta parte dun número menos o dobre doutro número.
- e) A idade dunha persoa dentro de dez anos.
- f) A metade da idade dunha persoa.
- g) A área dun cadrado de lado l .
- h) O perímetro dun rectángulo de base b e altura h .



2. EXPRESIÓNS ALXÉBRICAS

Unha **expresión alxébrica** é unha expresión formada por letras e números. As expresións alxébricas máis comúns son os monomios e os polinomios.

2.1 Monomios

Un **monomio** é o produto dun número (**coeficiente**) por unha ou varias letras (**parte literal**). Por exemplo, no monomio $5 \cdot x \cdot y^2$ o coeficiente é 5 e a parte literal é $x \cdot y^2$

Nun monomio non se adoitan incluír os signos de produto. Cando atopamos un número seguido dunha ou varias letras, entendemos que están multiplicados. Así, o monomio $5 \cdot x \cdot y^2$ adoita escribirse $5xy^2$

O expoñente 1 non se escribe, é dicir, o monomio $3a^1b^1$ debe escribirse $3ab$

Se un monomio está formado só por letras, o seu coeficiente é 1; así, o monomio x^3 é equivalente ao monomio $1x^3$

O **grao dun monomio** é a suma dos expoñentes das letras que o forman. Por exemplo, no monomio $5xy^2$ o grao é $1+2=3$

Un monomio de grao 0 é un número. Por exemplo, o monomio $7x^0$ é equivalente ao número 7.

Vexamos algúns exemplos:

Monomio	Coeficiente	Parte literal	Grao
$-4x$	-4	x	1
$\frac{2}{3}a^2b$	$\frac{2}{3}$	a^2b	$2+1=3$
xy	1	xy	$1+1=2$
$-x^2y^2z$	-1	x^2y^2z	$2+2+1=5$

O **valor numérico dun monomio** é o valor que toma cando as letras se transforman en números coñecidos. Por exemplo, o valor numérico do monomio $5a^2b$ cando $a=2$ e $b=3$ é: $5 \cdot 2^2 \cdot 3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$

Os **monomios semellantes** son aqueles que teñen a mesma parte literal. Por exemplo, os monomios $4a^2b$ e a^2b son semellantes.

As operacións con monomios seguen as mesmas regras que as operacións con números.



2.2 Suma e resta de monomios

Dous monomios só se poden sumar (ou restar) se son semellantes. Nese caso, súmanse (ou réstanse) os coeficientes, deixando a mesma parte literal. Por exemplo:
 $5z + 2z = (5+2)z = 7z$.

Se os monomios non son semellantes, a suma (ou a resta) queda indicada. Por exemplo, a resta $3x - 3x^2$ queda indicada.

EXERCICIOS

Exercicio 2

Indica o coeficiente, a parte literal e o grao dos seguintes monomios:

- | | | | |
|----------------|----------------|----------|-----------------------|
| a) $7x^2yz$ | d) $8xy^2$ | g) m^2 | i) $\frac{-2}{3}ab^4$ |
| b) $-2xy^3z^2$ | e) $3abc$ | h) 6 | |
| c) $15x^2$ | f) $-4a^2bc^4$ | | j) $\frac{1}{4}ab$ |

Exercicio 3

Realiza as seguintes operacións con monomios semellantes:

- | | | |
|---------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| a) $x+x$ | e) $4x^2+3x^2$ | i) $x^3-\frac{1}{3}x^3$ |
| b) $3x+x$ | f) $\frac{1}{2}n^3+\frac{2}{5}n^3$ | j) $4a^2-a^2$ |
| c) $\frac{1}{3}x+x$ | g) $5x-x$ | k) $5x^4-2x^4$ |
| d) a^2+a^2 | h) $2a-6a$ | l) $\frac{2}{3}n^3-\frac{2}{5}n^3$ |

Exercicio 4

Reduce todo o posible:

- | | | |
|----------------|----------------|----------------|
| a) $3x+x+2+6$ | d) $5-3x+4x-4$ | g) $7-4a-7+5a$ |
| b) $4a+2a-7+5$ | e) $5x+2-3x+x$ | h) $4x-3-4x+2$ |
| c) $3a+3-2a+1$ | f) $2a-3-2+3a$ | |



Exercicio 5

Quita as parénteses e reduce:

a) $3x + (2x - 1)$

b) $7x - (5x - 4)$

c) $6x - (4x + 2)$

d) $3x - (x + 5)$

e) $(x - 5) + (x - 3)$

f) $(3x^2 - 2x + 1) - (x^2 + x - 4)$

g) $(x - 2) + (x^2 - 4x + 5)$

Exercicio 6

Calcula:

a) O valor numérico de $4x^2$ para $x = 2$

b) O valor numérico de $-2x^2$ para $x = 1$

c) O valor numérico de $3xy$ para $x = -1$ e $y = -5$

d) O valor numérico de $-xy$ para $x = 3$ e $y = -2$

e) O valor numérico de $5y^2$ para $y = -1$

2.3 Multiplicación de monomios

Para multiplicar monomios, multiplícanse, por unha banda, os seus coeficientes e, por outra, as súas partes literais (se se pode). O grao do produto é igual á suma dos graos dos factores. Vexamos algúns exemplos:

$$3a \cdot 2a = (3 \cdot 2) \cdot (a \cdot a) = 6 \cdot a^{1+1} = 6a^2$$

$$5x \cdot (-3x^2) = (5 \cdot (-3)) \cdot (x \cdot x^2) = -15 \cdot x^{1+2} = -15x^3$$

$$3x \cdot \frac{5}{6}x^2y = \left(\frac{3}{1} \cdot \frac{5}{6}\right) \cdot (x \cdot x^2y) = \frac{3 \cdot 5}{1 \cdot 6} \cdot x^{1+2}y = \frac{15}{6}x^3y = \frac{5}{2}x^3y$$

2.4 División de monomios

Para dividir monomios, divídense, por unha banda, os seus coeficientes e, por outra, as súas partes literais (se se pode). Vexamos algúns exemplos:

$$15x^4 : 3x^3 = (15 : 3) \cdot (x^4 : x^3) = 5 \cdot x^{4-3} = 5x$$

$$6ab^2 : 2b = (6 : 2) \cdot (ab^2 : b) = 3 \cdot ab^{2-1} = 3ab$$

$$\frac{-2}{5}x^4 : \frac{7}{10}x^2 = \left(\frac{-2}{5} : \frac{7}{10}\right) \cdot (x^4 : x^2) = \frac{-2 \cdot 10}{5 \cdot 7} \cdot x^{4-2} = \frac{-20}{35}x^2 = \frac{-4}{7}x^2$$



EXERCICIOS

Exercicio 7

Multiplica estes monomios:

a) $3x \cdot 5x$

b) $4a \cdot (-a)$

c) $4a \cdot (-5a^2)$

d) $\frac{1}{2}x^2 \cdot 6x$

e) $\frac{1}{3}x^2 \cdot \frac{1}{2}x^2$

f) $5a \cdot \frac{-1}{5}a^2$

g) $3x \cdot 5xy$

h) $-2ab \cdot 4b$

i) $4xy \cdot x^3y$

j) $\frac{-2}{3}ab \cdot \frac{-3}{2}ab$

k) $2ab^2 \cdot 3a^2b^2$

Exercicio 8

Divide estes monomios:

a) $10x : 2x$

b) $14a^2 : (-7)a$

c) $-6a^2b : 3ab$

d) $9x^2y^3 : (-3xy)$

e) $12x^3y^3 : 4x^2y^2$

f) $\frac{3}{5}x^4 : \frac{2}{3}x^2$

g) $\frac{-2}{3}a^5 : \frac{1}{2}a$

h) $4a^3b^2 : \frac{2}{5}a^2$

i) $\frac{-2}{7}x^3y^2 : \frac{-4}{3}x^2y$

j) $\frac{1}{3}ab^2 : \frac{-5}{3}ab$

k) $\frac{-8}{5}x^3y^2 : 4xy$



3. POLINOMIOS

Un **polinomio** é unha expresión alxébrica formada pola suma ou a resta de dous ou máis monomios non semellantes. Para designar un polinomio emprégase unha letra maiúscula e indícase entre parénteses a letra ou as letras que aparecen no polinomio. Por exemplo, $P(x)=3x^5+4x^4+x^2-7$ e $Q(x,y)=-22xy^3+3y^3+y^2-14y+3x+5$ son polinomios.

Cada un dos monomios dun polinomio chámase **termo** e, se non ten parte literal, **termo independente**.

O maior dos graos de todos os seus termos denomínase **grao do polinomio**.

Por exemplo, no polinomio $P(x)=3x^5+4x^4+x^2-7$, os termos son $3x^5, 4x^4, x^2, -7$; o termo de maior grao é $3x^5$, o grao do polinomio é 5 e o termo independente é -7 .

Por exemplo, no polinomio $Q(x,y)=-22xy^3+3y^3+y^2-14y+3x+5$, os termos son $-22xy^3, 3y^3, y^2, -14y, 3x, 5$, o termo de maior grao é $-22xy^3$, o grao do polinomio é $1+3=4$ e o termo independente é 5.

3.1 Valor numérico dun polinomio

O **valor numérico dun polinomio** é o valor que toma cando a letra ou as letras se transforman en números coñecidos.

Por exemplo, o valor numérico do polinomio $P(x)=3x^5+4x^4+x^2-7$ cando $x=0$ é:

$$P(0)=3\cdot 0^5+4\cdot 0^4+0^2-7=3\cdot 0+4\cdot 0+0-7=-7$$

E o valor numérico do mesmo polinomio cando $x=-1$ é:

$$P(-1)=3\cdot (-1)^5+4\cdot (-1)^4+(-1)^2-7=3\cdot (-1)+4\cdot 1+1-7=-3+4+1-7=-5$$



EXERCICIOS

Exercicio 9

Indica, para os seguintes polinomios, os termos, o termo de maior grao, o grao do polinomio e o termo independente:

a) $P(x)=x^3+3x^2+2x-6$

d) $S(x)=7x^4-x^3+x^2+2$

b) $Q(x)=4-6x^2$

e) $T(x)=9x^6+2x^3+x^2+2x$

c) $R(x)=2x^5-4x^2+1$

Exercicio 10

Calcula o valor numérico dos seguintes polinomios para os valores que se indican:

a) $P(x) = x^3 + 3x^2 + 2x - 6$ para $x=0$ e para $x=-1$

b) $Q(x) = 4 - 6x^2$ para $x=2$ e para $x=-2$

c) $R(x) = -5x^2 + 2x^4$ para $x=-1$ e para $x=1$

d) $S(x) = 7x^3 + 2x^2 - 5$ para $x=0$ e para $x=-1$

3.2 Suma de polinomios

Para sumar polinomios súmanse os seus monomios semellantes e déixase indicada a suma dos monomios non semellantes. Por exemplo, dados os polinomios $P(x) = 2x^3 - 3x^2 + 6$ e $Q(x) = x^2 - 5x + 4$, pídesenos realizar a suma $P(x) + Q(x)$. Na práctica, a suma realízase en vertical:

$$P(x) \quad \rightarrow \quad +2x^3 \quad -3x^2 \quad 0x \quad +6$$

$$Q(x) \quad \rightarrow \quad 0x^3 \quad +1x^2 \quad -5x \quad +4$$

$$P(x) + Q(x) \quad \rightarrow \quad +2x^3 \quad -2x^2 \quad -5x \quad +10$$

Así: $P(x) + Q(x) = 2x^3 - 2x^2 - 5x + 10$

3.3 Oposto dun polinomio

O polinomio oposto de $P(x)$, que se designa como $-P(x)$, obtense cambiando de signo os coeficientes de todos os termos de $P(x)$. Por exemplo, dado o polinomio $P(x) = -2x^4 + 3x^3 + x - 7$, o seu polinomio oposto é $-P(x) = 2x^4 - 3x^3 - x + 7$.

3.4 Resta de polinomios

Para restar polinomios súmaselle ao primeiro o polinomio oposto do segundo. Por exemplo, dados os polinomios $P(x) = 2x^3 - 3x^2 + 6$ e $Q(x) = x^2 - 5x + 4$, pídesenos realizar a resta $P(x) - Q(x)$.

Primeiro búscase o polinomio oposto de $Q(x)$, é dicir, $-Q(x) = -x^2 + 5x - 4$. Agora realízase a suma $P(x) + (-Q(x))$:



$$P(x) \quad \rightarrow \quad +2x^3 \quad -3x^2 \quad 0x \quad +6$$

$$-Q(x) \quad \rightarrow \quad 0x^3 \quad -1x^2 \quad +5x \quad -4$$

$$P(x)+(-Q(x)) \quad \rightarrow \quad +2x^3 \quad -4x^2 \quad +5x \quad +2$$

Así: $P(x)-Q(x)=2x^3-4x^2+5x+2$

3.5 Produto dun polinomio por un número

Para multiplicar un polinomio por un número, multiplícase o número por cada un dos termos do polinomio. Por exemplo, pídesenos multiplicar o polinomio $P(x)=x^3-4x^2+5x-1$ polo número 2. Na práctica, o produto realízase en vertical:

$$\begin{array}{r} x^3 \quad -4x^2 \quad +5x \quad -1 \\ \times \quad 2 \\ \hline \end{array}$$

$$2x^3 \quad -8x^2 \quad +10x \quad -2$$

Así: $2 \cdot P(x)=2x^3-8x^2+10x-2$

3.6 Produto dun polinomio por un monomio

Para multiplicar un polinomio por un monomio, multiplícase o monomio por cada un dos termos do polinomio. Por exemplo, pídesenos multiplicar o polinomio $P(x)=x^3-4x^2+5x-1$ polo monomio $-3x$. Na práctica, o produto realízase en vertical:

$$\begin{array}{r} x^3 \quad -4x^2 \quad +5x \quad -1 \\ \times \quad -3x \\ \hline \end{array}$$

$$-3x^4 \quad +12x^3 \quad -15x^2 \quad +3x$$

Así: $-3x \cdot P(x)=-3x^4+12x^3-15x^2+3x$

3.7 División dun polinomio entre un número

Para dividir un polinomio entre un número, divídese cada termo do polinomio entre o número. Por exemplo, pídesenos dividir o polinomio $P(x)=24x^6-6x^4+8x-12$ entre o número 2. Na práctica, a división realízase en forma de fracción:

$$(24x^6-6x^4+8x-12):2=\frac{24x^6-6x^4+8x-12}{2}=\frac{24x^6}{2}-\frac{6x^4}{2}+\frac{8x}{2}-\frac{12}{2}=12x^6-3x^4+4x-6$$

Así: $P(x):2=12x^6-3x^4+4x-6$



3.8 División dun polinomio entre un monomio

Para dividir un polinomio entre un monomio, divídese cada termo do polinomio entre o monomio. Por exemplo, pídese nos dividir o polinomio $P(x)=6x^5+3x^4-9x$ entre o monomio $3x$. Na práctica, a división realízase en forma de fracción:

$$(6x^5+3x^4-9x):3x=\frac{6x^5+3x^4-9x}{3x}=\frac{6x^5}{3x}+\frac{3x^4}{3x}-\frac{9x}{3x}=2x^4+x^3-3$$

Así: $P(x):3x=2x^4+x^3-3$



EXERCICIOS

Exercicio 11

Realiza as seguintes operacións con estes polinomios:

$$P(x)=x^2-3x+7$$

$$Q(x)=5x^3-6x^2+x-3$$

$$R(x)=7x^2+4x$$

$$S(x)=8x-2$$

a) $P(x)+Q(x)$

c) $P(x)+R(x)+S(x)$

e) $P(x)-S(x)$

b) $Q(x)+R(x)$

d) $Q(x)-P(x)$

f) $R(x)-P(x)$

Exercicio 12

Realiza estas operacións:

a) $(3x+4)\cdot 2$

c) $(4x^2+x-2)\cdot(-5)$

e) $(6x^3-10x^2+4)\cdot(-3x)$

b) $(x-2)\cdot 4x$

d) $(x^2+3x-6)\cdot 2x^2$

f) $(2x^4-8x^3+x^2)\cdot 3x^2$

Exercicio 13

Realiza estas operacións:

a) $(12x^5-18x^4+9x^2+21x-27):3$

d) $(9x^4+12x^3-3x^2):x^2$

b) $(5x^5-20x^3-45x^2+55x):(-5)$

e) $(18x^5-10x^4+6x^3-4x^2):(-2x^2)$

c) $(7x^4-21x^3+42x^2-14x):(-7x)$



4. PRODUTOS NOTABLES

Reciben o nome de **produtos notables** certos produtos de binomios cuxa memorización resulta útil para abreviar os cálculos con expresións alxébricas.

4.1 Cadrado dunha suma de monomios

O **cadrado dunha suma de monomios** é igual ao cadrado do primeiro, máis o dobre do primeiro polo segundo, máis o cadrado do segundo: $(a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$

Demostración:

$$\begin{array}{r}
 \\
 \\
 \hline
 \\
 \\
 \hline
 a^2 \\
 \hline
 a^2 2 \cdot a \cdot b b^2
 \end{array}$$

Por exemplo:

$$(x+5)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = x^2 + 10x + 25$$

$$(2+3x)^2 = 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot 3x + (3x)^2 = 4 + 12x + 9x^2$$

4.2 Cadrado dunha diferenza de monomios

O **cadrado dunha diferenza de monomios** é igual ao cadrado do primeiro, menos o dobre do primeiro polo segundo, máis o cadrado do segundo: $(a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$

Demostración:

$$\begin{array}{r}
 \\
 \\
 \hline
 \\
 \\
 \hline
 a^2 \\
 \hline
 a^2 2 \cdot a \cdot b b^2
 \end{array}$$



Por exemplo:

$$(x-3)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = x^2 - 6x + 9$$

$$(3-5x)^2 = 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5x + (5x)^2 = 9 - 30x + 25x^2$$

4.3 Suma de dous monomios pola súa diferenza

A **suma de dous monomios pola súa diferenza** é igual á diferenza dos seus cadrados:

$$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$$

Demostración:

		a	+	b
×		a	-	b
	-	$a \cdot b$	-	b^2
a^2	+	$a \cdot b$		
a^2	+	0	-	b^2

Por exemplo:

$$(x+3) \cdot (x-3) = x^2 - 3^2 = x^2 - 9$$

$$(2-3x) \cdot (2+3x) = 2^2 - (3x)^2 = 4 - 9x^2$$



EXERCICIOS

Exercicio 14

Copia e completa:

a) $(x+1)^2 = x^2 + 2 \cdot \square \cdot \square + \square^2 = x^2 + 2 \square + \square$

b) $(a+3)^2 = \square^2 + \square \cdot a \cdot 3 + \square^2 = a^2 + \square a + \square$

c) $(x-5)^2 = x^2 - 2 \cdot \square \cdot \square + 5^2 = x^2 - \square x + \square$

d) $(a-2)^2 = \square^2 - 2 \cdot \square \cdot \square + \square^2 = a^2 - \square a + \square$

e) $(x+5) \cdot (x-5) = \square^2 - 5^2 = x^2 - \square$

f) $(a-1) \cdot (a+1) = \square^2 - \square^2 = a^2 - \square$



Exercicio 15

Calcula:

a) $(x+5)^2$

c) $(x-6) \cdot (x+6)$

e) $(a-2)^2$

b) $(x-9)^2$

d) $(a+4)^2$

f) $(a+7) \cdot (a-7)$

Exercicio 16

Calcula:

a) $(3x+1)^2$

d) $(2x-y)^2$

f) $(3a+2b)^2$

b) $(2a-3b)^2$

e) $(1+2a)^2$

g) $(2x+1) \cdot (2x-1)$

c) $(4x-5) \cdot (4x+5)$

h) $(3a-5b) \cdot (3a+5b)$



5. EXTRACCIÓN DE FACTOR COMÚN

A **propiedade distributiva** permite transformar un produto nunha suma ou nunha resta, e viceversa. Vexamos tres exemplos:

<i>De produto a suma/resta</i>	<i>De suma/resta a produto</i>
$7 \cdot (3+5) = 7 \cdot 3 + 7 \cdot 5$	$7 \cdot 3 + 7 \cdot 5 = 7 \cdot (3+5)$
$4 \cdot (3-2) = 4 \cdot 3 - 4 \cdot 2$	$4 \cdot 3 - 4 \cdot 2 = 4 \cdot (3-2)$
$3 \cdot (5-2+4) = 3 \cdot 5 - 3 \cdot 2 + 3 \cdot 4$	$3 \cdot 5 - 3 \cdot 2 + 3 \cdot 4 = 3 \cdot (5-2+4)$

O último proceso (pasar de suma/resta a produto) denomínase **extracción de factor común**.

Extraer factor común consiste en transformar unha expresión de suma ou resta en produto.

Extracción de factor común



$$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$$



Propiedade distributiva

Extracción de factor común



$$a \cdot b - a \cdot c = a \cdot (b - c)$$



Propiedade distributiva

Extracción de factor común



$$a \cdot b - a \cdot c + a \cdot d = a \cdot (b - c + d)$$



Propiedade distributiva

Por exemplo, pídesenos extraer factor común nos seguintes polinomios:

$$4x + 4y \rightarrow 4x + 4y = 4 \cdot x + 4 \cdot y = 4 \cdot (x + y)$$

$$a^2 + ab \rightarrow a^2 + ab = a \cdot a + a \cdot b = a \cdot (a + b)$$

$$x^3 - 2x^2 + 5x \rightarrow x^3 - 2x^2 + 5x = x \cdot x \cdot x - 2 \cdot x \cdot x + 5 \cdot x = x \cdot (x \cdot x - 2 \cdot x + 5) = x \cdot (x^2 - 2x + 5)$$



EXERCICIOS

Exercicio 17

Copia e completa:

a) $7x+7y=7\cdot(\square+\square)$

b) $6a-9b=3\cdot(\square-\square)$

c) $2x+xy=x\cdot(\square+\square)$

d) $x+x^2-x^3=x\cdot(\square+\square-\square)$

e) $5x^2+10xy+15x=5x\cdot(\square+\square+\square)$

f) $2a^2-8ab+4a^2b^2=2a\cdot(\square-\square+\square)$

g) $6a^2b+3ab^2-9ab=3ab\cdot(\square+\square-\square)$

Exercicio 18

Extrae factor común:

a) $8x+8y$

b) $3a+3b$

c) $5x+10$

d) $8+4a$

e) x^2+xy

f) $2a^2+6a$

g) y^3+7y

h) $5a+15a^3$



SOLUCIÓNS

Exercicio 1

- a) A terceira parte dun número: $\frac{x}{3}$
- b) Un número diminuído en tres unidades: $x-3$
- c) O triplo dun número máis cinco unidades: $3 \cdot x+5$
- d) A cuarta parte dun número menos o dobre doutro número: $\frac{x}{4}-2 \cdot y$
- e) A idade dunha persoa dentro de dez anos: $a+10$
- f) A metade da idade dunha persoa: $\frac{a}{2}$
- g) A área dun cadrado de lado l : $l \cdot l$
- h) O perímetro dun rectángulo de base b e altura h : $b+h+b+h$

Exercicio 2

Monomio	Coeficiente	Parte literal	Grao
$7x^2yz$	7	x^2yz	$2+1+1=4$
$-2xy^3z^2$	-2	xy^3z^2	$1+3+2=6$
$15x^2$	15	x^2	2
$8xy^2$	8	xy^2	$1+2=3$
$3abc$	3	abc	$1+1+1=3$
$-4a^2bc^4$	-4	a^2bc^4	$2+1+4=7$
m^2	1	m^2	2
6	6	x^0 (por exemplo)	0
$\frac{-2}{3}ab^4$	$\frac{-2}{3}$	ab^4	$1+4=5$
$\frac{1}{4}ab$	$\frac{1}{4}$	ab	$1+1=2$



Exercicio 3

a) $x+x=(1+1)x=2x$

b) $3x+x=(3+1)x=4x$

c) $\frac{1}{3}x+x=\left(\frac{1}{3}+1\right)x=\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{1}\right)x=\left(\frac{1}{3}+\frac{3}{3}\right)x=\frac{1+3}{3}x=\frac{4}{3}x$

d) $a^2+a^2=(1+1)a^2=2a^2$

e) $4x^2+3x^2=(4+3)x^2=7x^2$

f) $\frac{1}{2}n^3+\frac{2}{5}n^3=\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{5}\right)n^3=\left(\frac{5}{10}+\frac{4}{10}\right)n^3=\frac{5+4}{10}n^3=\frac{9}{10}n^3$

g) $5x-x=(5-1)x=4x$

h) $2a-6a=(2-6)a=-4a$

i) $x^3-\frac{1}{3}x^3=\left(1-\frac{1}{3}\right)x^3=\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}\right)x^3=\left(\frac{3}{3}-\frac{1}{3}\right)x^3=\frac{3-1}{3}x^3=\frac{2}{3}x^3$

j) $4a^2-a^2=(4-1)a^2=3a^2$

k) $5x^4-2x^4=(5-2)x^4=3x^4$

l) $\frac{2}{3}n^3-\frac{2}{5}n^3=\left(\frac{2}{3}-\frac{2}{5}\right)n^3=\left(\frac{10}{15}-\frac{6}{15}\right)n^3=\frac{10-6}{15}n^3=\frac{4}{15}n^3$

Exercicio 4

a) $3x+x+2+6=(3+1)x+(2+6)=4x+8$

b) $4a+2a-7+5=(4+2)a+(-7+5)=6a-2$

c) $3a+3-2a+1=(3-2)a+(3+1)=1a+4=a+4$

d) $5-3x+4x-4=(-3+4)x+(5-4)=1x+1=x+1$

e) $5x+2-3x+x=(5-3+1)x+2=3x+2$

f) $2a-3-2+3a=(2+3)a+(-3-2)=5a-5$

g) $7-4a-7+5a=(-4+5)a+(7-7)=1a+0=a$

h) $4x-3-4x+2=(4-4)x+(-3+2)=0x-1=-1$

Exercicio 5

a) $3x+(2x-1)=3x+2x-1=(3+2)x-1=5x-1$

b) $7x-(5x-4)=7x-5x+4=(7-5)x+4=2x+4$



c) $6x - (4x + 2) = 6x - 4x - 2 = (6 - 4)x - 2 = 2x - 2$

d) $3x - (x + 5) = 3x - x - 5 = (3 - 1)x - 5 = 2x - 5$

e) $(x - 5) + (x - 3) = x - 5 + x - 3 = (1 + 1)x + (-5 - 3) = 2x - 8$

f) $(3x^2 - 2x + 1) - (x^2 + x - 4) = 3x^2 - 2x + 1 - x^2 - x + 4 = (3 - 1)x^2 + (-2 - 1)x + (1 + 4) = 2x^2 - 3x + 5$

g) $(x - 2) + (x^2 - 4x + 5) = x - 2 + x^2 - 4x + 5 = x^2 + (1 - 4)x + (-2 + 5) = x^2 - 3x + 3$

Exercicio 6

a) $4 \cdot 2^2 = 4 \cdot 4 = 16$

b) $-2 \cdot 1^2 = -2 \cdot 1 = -2$

c) $3 \cdot (-1) \cdot (-5) = -3 \cdot (-5) = 15$

d) $-3 \cdot (-2) = 6$

e) $5 \cdot (-1)^2 = 5 \cdot 1 = 5$

Exercicio 7

a) $3x \cdot 5x = (3 \cdot 5) \cdot (x \cdot x) = 15 \cdot x^{1+1} = 15x^2$

b) $4a \cdot (-a) = (4 \cdot (-1)) \cdot (a \cdot a) = -4 \cdot a^{1+1} = -4a^2$

c) $4a \cdot (-5a^2) = (4 \cdot (-5)) \cdot (a \cdot a^2) = -20 \cdot a^{1+2} = -20a^3$

d) $\frac{1}{2}x^2 \cdot 6x = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{1}\right) \cdot (x^2 \cdot x) = \frac{1 \cdot 6}{2 \cdot 1} \cdot x^{2+1} = \frac{6}{2}x^3 = 3x^3$

e) $\frac{1}{3}x^2 \cdot \frac{1}{2}x^2 = \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}\right) \cdot (x^2 \cdot x^2) = \frac{1 \cdot 1}{3 \cdot 2} \cdot x^{2+2} = \frac{1}{6}x^4$

f) $5a \cdot \frac{-1}{5}a^2 = \left(\frac{5}{1} \cdot \frac{-1}{5}\right) \cdot (a \cdot a^2) = \frac{5 \cdot (-1)}{1 \cdot 5} \cdot a^{1+2} = \frac{-5}{5}a^3 = -1a^3 = -a^3$

g) $3x \cdot 5xy = (3 \cdot 5) \cdot (x \cdot xy) = 15 \cdot x^{1+1}y = 15x^2y$

h) $-2ab \cdot 4b = (-2 \cdot 4) \cdot (ab \cdot b) = -8 \cdot ab^{1+1} = -8ab^2$

i) $4xy \cdot x^3y = (4 \cdot 1) \cdot (xy \cdot x^3y) = 4 \cdot x^{1+3}y^{1+1} = 4x^4y^2$

j) $\frac{-2}{3}ab \cdot \frac{-3}{2}ab = \left(\frac{-2}{3} \cdot \frac{-3}{2}\right) \cdot (ab \cdot ab) = \frac{-2 \cdot (-3)}{3 \cdot 2} \cdot a^{1+1}b^{1+1} = \frac{6}{6}a^2b^2 = 1a^2b^2 = a^2b^2$

k) $2ab^2 \cdot 3a^2b^2 = (2 \cdot 3) \cdot (ab^2 \cdot a^2b^2) = 6 \cdot a^{1+2}b^{2+2} = 6a^3b^4$



Exercicio 8

$$a) 10x : 2x = (10:2) \cdot (x:x) = 5 \cdot x^{1-1} = 5x^0 = 5$$

$$b) 14a^2 : (-7)a = (14:(-7)) \cdot (a^2:a) = -2 \cdot a^{2-1} = -2a$$

$$c) -6a^2b : 3ab = (-6:3) \cdot (a^2b:ab) = -2 \cdot a^{2-1}b^{1-1} = -2ab^0 = -2a$$

$$d) 9x^2y^3 : (-3xy) = (9:(-3)) \cdot (x^2y^3:xy) = -3 \cdot x^{2-1}y^{3-1} = -3xy^2$$

$$e) 12x^3y^3 : 4x^2y^2 = (12:4) \cdot (x^3y^3:x^2y^2) = 3 \cdot x^{3-2}y^{3-2} = 3xy$$

$$f) \frac{3}{5}x^4 : \frac{2}{3}x^2 = \left(\frac{3}{5}:\frac{2}{3}\right) \cdot (x^4:x^2) = \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 2} \cdot x^{4-2} = \frac{9}{10}x^2$$

$$g) \frac{-2}{3}a^5 : \frac{1}{2}a = \left(\frac{-2}{3}:\frac{1}{2}\right) \cdot (a^5:a) = \frac{-2 \cdot 2}{3 \cdot 1} \cdot a^{5-1} = \frac{-4}{3}a^4$$

$$h) 4a^3b^2 : \frac{2}{5}a^2 = \left(\frac{4}{1}:\frac{2}{5}\right) \cdot (a^3b^2:a^2) = \frac{4 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot a^{3-2}b^2 = \frac{20}{2}ab^2 = 10ab^2$$

$$i) \frac{-2}{7}x^3y^2 : \frac{-4}{3}x^2y = \left(\frac{-2}{7}:\frac{-4}{3}\right) \cdot (x^3y^2:x^2y) = \frac{-2 \cdot 3}{7 \cdot (-4)} \cdot x^{3-2}y^{2-1} = \frac{-6}{-28}xy = \frac{3}{14}xy$$

$$j) \frac{1}{3}ab^2 : \frac{-5}{3}ab = \left(\frac{1}{3}:\frac{-5}{3}\right) \cdot (ab^2:ab) = \frac{1 \cdot 3}{3 \cdot (-5)} \cdot a^{1-1}b^{2-1} = \frac{3}{-15}a^0b = \frac{-1}{5}b$$

$$k) \frac{-8}{5}x^3y^2 : 4xy = \left(\frac{-8}{5}:\frac{4}{1}\right) \cdot (x^3y^2:xy) = \frac{-8 \cdot 1}{5 \cdot 4} \cdot x^{3-1}y^{2-1} = \frac{-8}{20}x^2y = \frac{-2}{5}x^2y$$

Exercicio 9

Polinomio	Termos	Termo de maior grao	Grao de polinomio	Termo independente
x^3+3x^2+2x-6	$x^3, 3x^2, 2x, -6$	x^3	3	-6
$4-6x^2$	$4, -6x^2$	$-6x^2$	2	4
$2x^5-4x^2+1$	$2x^5, -4x^2, 1$	$2x^5$	5	1
$7x^4-x^3+x^2+2$	$7x^4, -x^3, x^2, 2$	$7x^4$	4	2
$9x^6+2x^3+x^2+2x$	$9x^6, 2x^3, x^2, 2x$	$9x^6$	6	non ten



Exercicio 10

a) $P(0)=0^3+3\cdot 0^2+2\cdot 0-6=0+0+0-6=-6$

$$P(-1)=(-1)^3+3\cdot(-1)^2+2\cdot(-1)-6=-1+3\cdot 1+(-2)-6=-1+3-2-6=-6$$

b) $Q(2)=4-6\cdot 2^2=4-6\cdot 4=4-24=-20$

$$Q(-2)=4-6\cdot(-2)^2=4-6\cdot 4=4-24=-20$$

c) $R(-1)=-5\cdot(-1)^2+2\cdot(-1)^4=-5\cdot 1+2\cdot 1=-5+2=-3$

$$R(1)=-5\cdot 1^2+2\cdot 1^4=-5\cdot 1+2\cdot 1=-5+2=-3$$

d) $S(0)=7\cdot 0^3+2\cdot 0^2-5=7\cdot 0+2\cdot 0-5=0+0-5=-5$

$$S(-1)=7\cdot(-1)^3+2\cdot(-1)^2-5=7\cdot(-1)+2\cdot 1-5=-7+2-5=-10$$

Exercicio 11

a) $P(x)+Q(x)$

$$P(x) \quad \rightarrow \quad 0x^3 \quad +1x^2 \quad -3x \quad +7$$

$$Q(x) \quad \rightarrow \quad +5x^3 \quad -6x^2 \quad +1x \quad -3$$

$$P(x)+Q(x) \quad \rightarrow \quad +5x^3 \quad -5x^2 \quad -2x \quad +4$$

$$\text{Así: } P(x)+Q(x)=5x^3-5x^2-2x+4$$

b) $Q(x)+R(x)$

$$Q(x) \quad \rightarrow \quad +5x^3 \quad -6x^2 \quad +1x \quad -3$$

$$R(x) \quad \rightarrow \quad 0x^3 \quad +7x^2 \quad +4x \quad 0$$

$$Q(x)+R(x) \quad \rightarrow \quad +5x^3 \quad +1x^2 \quad +5x \quad -3$$

$$\text{Así: } Q(x)+R(x)=5x^3+x^2+5x-3$$



c) $P(x)+R(x)+S(x)$

$$P(x) \quad \rightarrow \quad +1x^2 \quad -3x \quad +7$$

$$R(x) \quad \rightarrow \quad +7x^2 \quad +4x \quad 0$$

$$S(x) \quad \rightarrow \quad 0x^2 \quad +8x \quad -2$$

$$P(x)+R(x)+S(x) \quad \rightarrow \quad +8x^2 \quad +9x \quad +5$$

Así: $P(x)+R(x)+S(x)=8x^2+9x+5$

d) $Q(x)-P(x)$

Primeiro búscase o polinomio oposto de $P(x)$, é dicir, $-P(x)=-x^2+3x-7$. Agora realízase a suma $Q(x)+(-P(x))$:

$$Q(x) \quad \rightarrow \quad +5x^3 \quad -6x^2 \quad +1x \quad -3$$

$$-P(x) \quad \rightarrow \quad 0x^3 \quad -1x^2 \quad +3x \quad -7$$

$$Q(x)+(-P(x)) \quad \rightarrow \quad +5x^3 \quad -7x^2 \quad +4x \quad -10$$

Así: $Q(x)-P(x)=5x^3-7x^2+4x-10$

e) $P(x)-S(x)$

Primeiro búscase o polinomio oposto de $S(x)$, é dicir, $-S(x)=-8x+2$. Agora realízase a suma $P(x)+(-S(x))$:

$$P(x) \quad \rightarrow \quad +1x^2 \quad -3x \quad +7$$

$$-S(x) \quad \rightarrow \quad 0x^2 \quad -8x \quad +2$$

$$P(x)+(-S(x)) \quad \rightarrow \quad +1x^2 \quad -11x \quad +9$$

Así: $P(x)-S(x)=x^2-11x+9$



f) $R(x) - P(x)$

Primeiro búscase o polinomio oposto de $P(x)$, é dicir, $-P(x) = -x^2 + 3x - 7$. Agora realízase a suma $R(x) + (-P(x))$:

$$\begin{array}{r} R(x) \quad \rightarrow \quad +7x^2 \quad +4x \quad +0 \\ -P(x) \quad \rightarrow \quad -1x^2 \quad +3x \quad -7 \\ \hline R(x) + (-P(x)) \quad \rightarrow \quad +6x^2 \quad +7x \quad -7 \end{array}$$

Así: $R(x) - P(x) = 6x^2 + 7x - 7$

Exercicio 12

- a) $(3x+4) \cdot 2 = 3x \cdot 2 + 4 \cdot 2 = 6x + 8$
 b) $(x-2) \cdot 4x = x \cdot 4x - 2 \cdot 4x = 4x^2 - 8x$
 c) $(4x^2+x-2) \cdot (-5) = 4x^2 \cdot (-5) + x \cdot (-5) - 2 \cdot (-5) = -20x^2 - 5x + 10$
 d) $(x^2+3x-6) \cdot 2x^2 = x^2 \cdot 2x^2 + 3x \cdot 2x^2 - 6 \cdot 2x^2 = 2x^4 + 6x^3 - 12x^2$
 e) $(6x^3-10x^2+4) \cdot (-3x) = 6x^3 \cdot (-3x) - 10x^2 \cdot (-3x) + 4 \cdot (-3x) = -18x^4 + 30x^3 - 12x$
 f) $(2x^4-8x^3+x^2) \cdot 3x^2 = 2x^4 \cdot 3x^2 - 8x^3 \cdot 3x^2 + x^2 \cdot 3x^2 = 6x^6 - 24x^5 + 3x^4$

Exercicio 13

- a) $(12x^5-18x^4+9x^2+21x-27):3 = 4x^5-6x^4+3x^2+7x-9$
 b) $(5x^5-20x^3-45x^2+55x):(-5) = -x^5+4x^3+9x^2-11x$
 c) $(7x^4-21x^3+42x^2-14x):(-7x) = -x^3+3x^2-6x+2$
 d) $(9x^4+12x^3-3x^2):x^2 = 9x^2+12x-3$
 e) $(18x^5-10x^4+6x^3-4x^2):(-2x^2) = -9x^3+5x^2-3x+2$

Exercicio 14

- a) $(x+1)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 1 + 1^2 = x^2 + 2x + 1$
 b) $(a+3)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot 3 + 3^2 = a^2 + 6a + 9$
 c) $(x-5)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = x^2 - 10x + 25$
 d) $(a-2)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot 2 + 2^2 = a^2 - 4a + 4$
 e) $(x+5) \cdot (x-5) = x^2 - 5^2 = x^2 - 25$
 f) $(a-1) \cdot (a+1) = a^2 - 1^2 = a^2 - 1$



Exercicio 15

- a) $(x+5)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = x^2 + 10x + 25$
- b) $(x-9)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 9 + 9^2 = x^2 - 18x + 81$
- c) $(x-6) \cdot (x+6) = x^2 - 6^2 = x^2 - 36$
- d) $(a+4)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot 4 + 4^2 = a^2 + 8a + 16$
- e) $(a-2)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot 2 + 2^2 = a^2 - 4a + 4$
- f) $(a+7) \cdot (a-7) = a^2 - 7^2 = a^2 - 49$

Exercicio 16

- a) $(3x+1)^2 = (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 1 + 1^2 = 9x^2 + 6x + 1$
- b) $(2a-3b)^2 = (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot 3b + (3b)^2 = 4a^2 - 12ab + 9b^2$
- c) $(4x-5) \cdot (4x+5) = (4x)^2 - 5^2 = 16x^2 - 25$
- d) $(2x-y)^2 = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot y + y^2 = 4x^2 - 4xy + y^2$
- e) $(1+2a)^2 = 1^2 + 2 \cdot 1 \cdot 2a + (2a)^2 = 1 + 4a + 4a^2$
- f) $(3a+2b)^2 = (3a)^2 + 2 \cdot 3a \cdot 2b + (2b)^2 = 9a^2 + 12ab + 4b^2$
- g) $(2x+1) \cdot (2x-1) = (2x)^2 - 1^2 = 4x^2 - 1$
- h) $(3a-5b) \cdot (3a+5b) = (3a)^2 - (5b)^2 = 9a^2 - 25b^2$

Exercicio 17

- a) $7x+7y=7 \cdot (x+y)$
- b) $6a-9b=3 \cdot (2a-3b)$
- c) $2x+xy=x \cdot (2+y)$
- d) $x+x^2-x^3=x \cdot (1+x-x^2)$
- e) $5x^2+10xy+15x=5x \cdot (x+2y+3)$
- f) $2a^2-8ab+4a^2b^2=2a \cdot (a-4b+2ab^2)$
- g) $6a^2b+3ab^2-9ab=3ab \cdot (2a+b-3)$



Exercicio 18

a) $8x+8y=8\cdot x+8\cdot y=8\cdot(x+y)$

b) $3a+3b=3\cdot a+3\cdot b=3\cdot(a+b)$

c) $5x+10=5\cdot x+2\cdot 5=5\cdot(x+2)$

d) $8+4a=2\cdot 2\cdot 2+2\cdot 2\cdot a=2\cdot 2\cdot(2+a)=4\cdot(2+a)$

e) $x^2+xy=x\cdot x+x\cdot y=x\cdot(x+y)$

f) $2a^2+6a=2\cdot a\cdot a+2\cdot 3\cdot a=2\cdot a\cdot(a+3)$

g) $y^3+7y=y\cdot y\cdot y+7\cdot y=y\cdot(y\cdot y+7)=y\cdot(y^2+7)$

h) $5a+15a^3=5\cdot a+3\cdot 5\cdot a\cdot a\cdot a=5\cdot a\cdot(1+3\cdot a\cdot a)=5\cdot a\cdot(1+3a^2)$