



O MOVEMENTO RECTILÍNEO UNIFORME (MRU)



"Aerobatic aircraft flying maneuver " (Bigwavephoto, CC-BY-SA-4.0)



ÍNDICE

O MOVEMENTO RECTILÍNEO UNIFORME (MRU)

1. MOVEMENTO.....	1
1.1 Sistema de referencia.....	1
1.2 Móbil.....	2
2. VELOCIDADE.....	3
2.1 Ecuación MRU.....	3
2.2 Interpretación matemática da ecuación fundamental do MRU.....	4
3. EXERCICIOS CON DOUS MÓBILES.....	7
3.1 Persecución.....	7
3.2 Cruzamento.....	9
<i>Exercicios</i>	11
SOLUCIÓN.....	13



1. MOVIMENTO

Falamos de **movemento** para referírmonos á variación da posición en función do tempo. Poderemos concluír que un corpo se move se logo do transcurso dun determinado tempo, este varía a súa posición. A rama da física encargada do estudo do movemento leva o nome de **cinemática**.

Existen diversos tipos de movemento, ben que se acostuma a empezar por aqueles que presentan unha traxectoria máis sinxela. A traxectoria é a liña descrita polo obxecto que se move. Polo tanto, teríamos:

- **Movementos rectilíneos:** aqueles en que o obxecto describe unha liña recta. Isto imposibilita que o obxecto xire ou describa curvas. Dentro deste tipo de movemento faremos unha distinción a maiores:
 - **Movemento rectilíneo uniforme (MRU):** se a velocidade á cal se move é constante. Este tipo de movemento será o protagonista desta unidade.
 - **Movemento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA):** se varía a súa velocidade pero o fai cunha aceleración constante.
 - Existirían movementos rectilíneos máis complexos pero non serán obxecto de estudo durante esta unidade.
- **Movementos curvilíneos circulares:** aqueles onde o obxecto é capaz de describir curvas. Dentro deste tipo de movemento teríamos o movemento circular, onde o móbil xira describindo unha circunferencia.

O movemento é un concepto primordial na física e moitas magnitudes poden ser relacionadas con este. Por exemplo, unha forza é unha magnitude capaz de modificar o movemento dun corpo. De igual xeito, a temperatura pode ser interpretada como unha medida do movemento dos átomos e moléculas que compoñen unha masa. É complicado pensar nunha magnitude que non garde relación co movemento.

A continuación imos definir unha serie de conceptos importantes dentro desta unidade.

1.1 Sistema de referencia

O primeiro concepto clave para poder resolver exercicios é o **sistema de referencia**. O sistema de referencia será a base sobre a cal operemos á hora de resolver os exercicios e precisa de dous elementos:

- **Orixe:** necesitamos decidir onde situamos o punto cero, esta é unha elección que depende unicamente de nós mesmos.
- **Sentido:** necesitamos decidir cara a onde van os números positivos e cara a onde van os negativos.



Para facérmonos unha idea de que é isto, abonda con pensar nos eixes cartesianos empregados nas matemáticas onde situamos unha orixe (xeralmente no punto 0,0) pero ademais consideramos que un movemento cara á dereita no eixo x nos leva a valores positivos, mentres un movemento cara á esquerda faíno a valores negativos. Iso é un sistema de referencia.

O emprego dun sistema de referencia é algo que facemos na vida cotiá de xeito inconsciente, porén, a orixe soe estar situada sempre en nós mesmos.

Imos pensar nunha situación onde debamos empregar un sistema de referencia distinto, así que supoñamos a seguinte situación: un amigo chámamos preguntando sobre como pode chegar á nosa casa dado que cre estar perdido. Sen dúbida ningunha, as primeiras preguntas que lle faremos terán como obxectivo determinar onde se atopa, o que estamos tratando de facer con isto é establecer a orixe para o novo sistema de referencia. Unha vez coñezamos onde se atopa, daremos un sentido para os distintos camiños posibles, é dicir, trataremos de facerlle entender ao noso amigo cara a onde debe ir. Xa temos os dous elementos do noso sistema de referencia, unha orixe e un sentido. A partir dese momento, ambos os dous empregaremos o mesmo sistema de referencia e, polo tanto, poderemos empezar a dar instrucións precisas como "*avanza 200 m e xira cara á esquerda*".

1.2 Móbil

O segundo concepto esencial é o **móbil**, que pode definirse como o obxecto que se move. Ademais, durante este curso, consideraremos o móbil como un punto e non terá sentido preguntarse polas súas dimensións. É dicir, falemos dun barco ou dunha formiga, para nós será o mesmo e será unicamente un punto que se despraza.



2. VELOCIDADE

A velocidade é unha magnitude que mide a variación que se produce na posición en función do tempo. Se nun mesmo intervalo de tempo un móbil varía a súa posición en 10 metros, mentres outro móbil varía a súa posición en 100 m, o segundo móbil viaxa a unha velocidade claramente maior. Matematicamente:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Onde **v** é a velocidade xeralmente expresada en metros/segundo (m/s), **Δx** é a variación na posición expresada en metros e **Δt** é o tempo transcorrido medido en segundos.

2.1 Ecuación MRU

Supoñamos que partimos desde un punto inicial ao cal chamaremos **x_0** . Se nos movemos ata un punto **x** (o valor que queiras), o desprazamento **Δx** será:

$$\Delta x = x - x_0$$

De igual forma, se consideramos o instante inicial como **t_0** . Mediremos o intervalo de tempo **Δt** como:

$$\Delta t = t - t_0$$

Combinando as tres expresións matemáticas, substituíndo **Δx** e **Δt** na primeira ecuación, teremos que:

$$v = \frac{x - x_0}{t - t_0}$$

E pasando o denominador para o outro membro, teremos que:

$$v \cdot (t - t_0) = x - x_0$$

Multiplicando:

$$v \cdot t - v \cdot t_0 = x - x_0$$

Durante este curso, o instante inicial **t_0** será 0. O cal permite considerar que o produto **$v \cdot t_0$** tamén será 0, polo tanto, a expresión matemática anterior pode simplificarse para quedar como:

$$v \cdot t = x - x_0$$



Agora intercambiamos os dous membros da expresión:

$$x - x_0 = v \cdot t$$

E, por último, reordenamos:

$$x = x_0 + v \cdot t$$

Onde x representa a posición do móbil, x_0 é a posición inicial, v é a velocidade que debe ser constante e, por último, t representa o tempo.

En canto ás unidades, estas deben ser coherentes. Isto é, se queremos expresar a posición en *km* e o tempo en *horas*, a velocidade estará expresada en *km/h*. Se preferimos empregar *metros* para a posición e *segundos* para o tempo, entón a velocidade estará expresada en *m/s*.

Podemos buscar a combinación que nos resulte máis cómoda para a resolución do exercicio pero **nunca** podemos empregar dúas unidades de distancia ou tempo distintas dentro da mesma fórmula. É dicir, se imos empregar unidades de *m/s* para a velocidade, entón o tempo virá expresado en *segundos* e a posición en *metros*.

Esta é a fórmula fundamental do movemento rectilíneo uniforme, e será coa que traballemos durante esta unidade.

2.2 Interpretación matemática da ecuación fundamental do MRU

Para entender que supón a fórmula:

$$x = x_0 + v \cdot t$$

Imos supoñer un exemplo sinxelo:

Un coche viaxa a unha velocidade constante de 72 km/h e parte desde Santiago de Compostela en dirección á Coruña. A distancia que separa ambas as localidades é de 80 km.

O primeiro que imos facer é transformar as unidades de distancia en metros e as de tempo en segundos (esta transformación de unidades é opcional).

Entón:

$$\text{distancia} = 80 \text{ km} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 80000 \text{ m}$$



E para a velocidade:

$$v = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 72000 \frac{\text{m}}{\text{h}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

É dicir, a distancia entre Santiago e A Coruña é de 80.000 m e a velocidade que leva o coche é de 20 m/s.

Agora imos establecer un sistema de referencia, neste caso, o máis cómodo é situar o punto de partida do vehículo como a orixe. Desta forma, o punto 0 estará situado en Santiago de Compostela e implicará que a posición inicial do noso coche x_0 será 0. O único que queda por facer é substituír na fórmula, sabendo que:

$$x = x_0 + v \cdot t$$

$$x_0 = 0$$

$$v = 20 \text{ m/s}$$

Ao substituír teremos que:

$$x = 0 + 20 \cdot t$$

Podemos prescindir do 0 e queda:

$$x = 20 \cdot t$$

Esta expresión matemática contén todo o necesario de cara á resolución de calquera exercicio desde tipo. Basicamente, a fórmula permite coñecer onde estará o coche para calquera tempo que nos interese, ou ben permite coñecer cando estará o coche nun punto en concreto.

Exemplo 1

Por exemplo, supoñamos que nos interesa saber cando estará o vehículo a 25 km de Santiago de Compostela. Nese caso, $x = 25.000 \text{ m}$, e podemos substituír:

$$x = 20 \cdot t$$

Se $x = 25.000$,

$$25000 = 20 \cdot t$$



E, por último, despexamos o tempo:

$$\frac{25000}{20} = t$$

E resolvemos:

$$t = 1250 \text{ s}$$

É importante recordar que as unidades que obtemos son as mesmas que empregamos na fórmula. Neste caso, obtemos segundos. O vehículo estará a 25 km de Santiago ao cabo de 1250 s, que son aproximadamente 21 minutos.

Exemplo 2

Supoñamos que queremos saber onde se atopará o vehículo ao cabo de 30 min. Debemos recordar que a única fórmula que precisamos é:

$$x = 20 \cdot t$$

Agora, debemos transformar os minutos a segundos:

$$30 \text{ min} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 1800 \text{ s}$$

Sabendo que 30 minutos son 1800 s, substituímos na fórmula:

$$x = 20 \cdot 1800 = 36000 \text{ m}$$

O vehículo estará a 36.000 m (36 km) de Santiago ao cabo de 30 min.

3. EXERCICIOS CON DOUS MÓBILES

Imos analizar dúas posibilidades máis complexas, en que participan **dous móbiles**. É importante aclarar que nestes casos o móbiles viaxan con velocidade constante. Neste sentido, existen dous tipos de exercicios: os exercicios de persecución e os exercicios de cruzamento.

3.1 Persecución

Os exercicios de persecución consisten nun móbil que parte cunha certa distancia de vantaxe mentres é perseguido por outro móbil que viaxa a unha maior velocidade. Isto implica que, nalgún momento, o móbil perseguidor alcanza o móbil que partía con vantaxe.

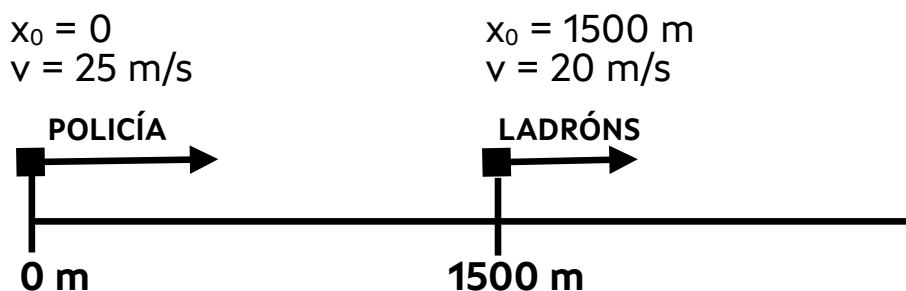
Supoñamos o seguinte:

Uns ladróns inician a súa fuga nun coche que viaxa a 20 m/s. Os policía que o perseguen levan unha velocidade de 25 m/s. Se ao iniciar a fuga os ladróns contaban cunha vantaxe de 1,5 km, cando e onde serán alcanzados?

O primeiro que debemos facer é fixarnos nas unidades que aparecen no enunciado e darnos conta de que estamos a empregar *m/s* para a velocidade e *km* para a distancia. Neste caso, necesitamos pasar os *km* a *m* para que exista coherencia. Para levar o cambio de unidades empregaremos factores de conversión da seguinte forma:

$$1,5 \text{ km} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 1500 \text{ m}$$

Agora que temos a distancia expresada en metros, establecemos un sistema de referencia no cal consideramos a orixe no punto de partida dos policía.



A continuación, debemos deducir as ecuacións de movemento de ambos os móbiles. Lembremos que a única ecuación que podemos empregar é:

$$x = x_0 + v \cdot t$$



Para os ladróns, temos que a velocidade v é de 20 m/s pero contan cunha vantaxe de 1500 m, é dicir, a súa posición inicial x_0 é 1500 m. A ecuación de movemento para o coche dos ladróns obtense substituíndo na fórmula, e quedaría como:

$$x_{LADRÓN} = 1500 + 20t$$

Os policía viaxarían a unha velocidade v de 25 m/s pero, dado que non contan con ningunha vantaxe, supoñemos que parten da orixe, de forma que x_0 será 0. Ao substituír na fórmula teremos que:

$$x_{POLICÍA} = 25t$$

Unha vez obtemos as ecuacións de movemento dos dous móbiles podemos pasar á resolución do exercicio.

Por lóxica, sabemos que nalgún momento a policía alcanzará os ladróns, xa que vai máis rápido. Xusto no instante no cal a policía alcance os ladróns, as posicións da policía e dos ladróns serán a mesma. Matematicamente:

$$x_{LADRÓN} = x_{POLICÍA}$$

Se isto é verdade, entón isto tamén debe ser certo:

$$1500 + 20t = 25t$$

Isto é unha ecuación que podemos resolver:

$$1500 + 20t = 25t$$

Movemos as incógnitas:

$$1500 = 25t - 20t$$

Operamos:

$$1500 = 5t$$

E, por último, resolvemos:

$$t = \frac{1500}{5} = 300s$$

Polo tanto, sabemos que os ladróns serán alcanzados pola policía ao cabo de 300 s, que son 5 minutos. Podemos determinar agora onde serán alcanzados substituíndo o tempo t por 300 s en calquera das dúas ecuacións de movemento. Ademais, podemos comprobar se o exercicio está ben resolto, xa que tanto a policía como os ladróns deben estar na mesma posición.

Ao cabo de 300 s, os ladróns atoparanse nesta posición:

$$x_{LADRÓN} = 1500 + 20 \cdot 300 = 1500 + 6000 = 7500 \text{ m}$$

Os ladróns estarán a 7500 m da orixe.

A policía estará:

$$x_{POLICÍA} = 25 \cdot 300 = 7500 \text{ m}$$

A policía estará a 7500 m da orixe, é dicir, na mesma posición que os ladróns.

3.2 Cruzamento

Os exercicios de cruzamento contan con dous ou máis móbiles que fan o mesmo percorrido pero en sentidos opostos. Chámanse de cruzamento porque, lóxicamente, cruzaranse nalgún momento.

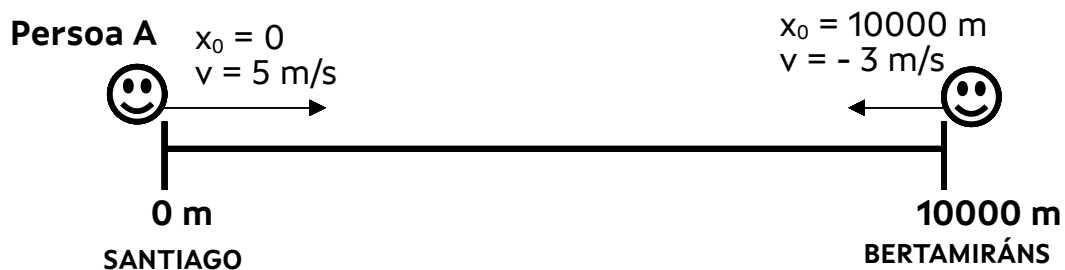
Supoñamos o seguinte exercicio:

Unha persoa parte desde Santiago de Compostela en dirección a Bertamiráns a unha velocidade constante de 5 m/s. Ao mesmo tempo, un amigo desa persoa parte desde Bertamiráns cara a Santiago a una velocidade constante de 3 m/s. Sabendo que a distancia que separa Santiago de Bertamiráns é de 10 km, onde e cando se cruzarán ambos?

O primeiro que faremos será decidir onde poñemos a orixe. O lóxico neste sentido é situar a orixe en calquera das dúas localidades.

Neste caso, considerarei a orixe (o punto 0) en Santiago (persoa A), dado que Bertamiráns se atopa a 10 km, isto implicará que a persoa que parte desde Bertamiráns (persoa B) comezará a viaxe desde a posición 10000 m.

O noso sistema de referencia será o seguinte:



Sabendo que só podemos empregar a seguinte ecuación:

$$x = x_0 + v \cdot t$$

Teremos que, para a persoa A que parte desde Santiago a súa velocidade v será de 5 m/s e a súa posición de partida x_0 será 0, xa que parte de Santiago. A ecuación quedará como:

$$x_A = 5 \cdot t$$



Para a persoa B, que parte desde Bertamiráns, a posición inicial será 10000 m, que é a distancia que a separa da orixe (Santiago), e a velocidade será de -3 m/s. O signo - reflicte o sentido da velocidade, xa que, en lugar de afastarse da orixe, a velocidade lévaa cara á orixe. A ecuación quedaría como:

$$x_B = 10000 - 3 \cdot t$$

Novamente, como xa pasaba no exercicio de persecución, temos dúas ecuacións. Para determinar cando se cruzan debemos ter claro que o cruzamento implica que ambos os móbiles teñan a mesma posición nun tempo determinado. Matematicamente, no instante exacto en que se cruzan:

$$x_A = x_B$$

Se isto é correcto, entón os segundos membros das ecuacións tamén deben ser iguais, isto é:

$$5 \cdot t = 10000 - 3 \cdot t$$

Se resolvemos a nova ecuación, obteremos o tempo que tardan en cruzarse. Resolvemos movendo as incógnitas cara o mesmo lado:

$$5 \cdot t + 3 \cdot t = 10000$$

Agora operamos:

$$8 \cdot t = 10000$$

E resolvemos:

$$t = \frac{10000}{8} = 1250 \text{ s}$$

As persoas tardarán 1250 segundos en cruzarse, isto son 21 minutos, aproximadamente.

Agora imos determinar onde se encontran. Para isto temos que substituír a variable *tempo* en calquera das dúas ecuacións. Se substituímos en:

$$x_A = 5 \cdot t$$

Teremos que:

$$x_A = 5 \cdot 1250 = 6250 \text{ m}$$

É dicir, no momento do cruzamento, a persoa A estará a 6250 m da orixe (Santiago).

Imos determinar onde se atopa a persoa B, que debería atoparse no mesmo punto ca a A para ese instante. Collemos a ecuación que describe o movemento de B:

$$x_B = 10000 - 3 \cdot t$$

E substituímos:

$$x_B = 10000 - 3 \cdot 1250 = 10000 - 3750 = 6250 \text{ m}$$

Efectivamente, tanto A como B están no mesmo punto. Cruzaranse cando se atopan a 6250 m de Santiago, que sería o mesmo que dicir, que se cruzarán a 3750 m de Bertamiráns.

EXERCICIOS

Exercicio 1

Supón un vehículo que viaxa a velocidade constante de 15 m/s. Determina o tempo necesario para percorrer 30 km.

Exercicio 2

A ecuación de movemento dun vehículo é:

$$x = 5 \cdot t$$

Completa a seguinte táboa e fai unha representación gráfica (debes obter unha recta!):

Posición x (metros)	Tempo t (segundos)
0	
1000	
	500
5000	
7500	
	2000

Exercicio 3

A distancia que separa Santiago de Noia é de 35 km. A que velocidade deberíamos viaxar para completar o percorrido en 20 min?



Exercicio 4

Un transportista inicia a súa xornada laboral no punto quilométrico 220 da autovía que une Málaga con Barcelona. Logo de viaxar durante 8 horas a velocidade constante, alcanza o punto quilométrico 844. Determina a velocidade que levou o transportista.

Exercicio 5

A vía que une A Coruña e Madrid é de 600 km. Se iniciamos o noso camiño desde un punto situado a 80 km da Coruña, determina que velocidade debemos levar para chegar a Madrid en 6 horas e media.



SOLUCIÓNS

Exercicio 1

Distancia: 30000 m

Velocidade: 15 m/s

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$15 = \frac{30000}{t} \Rightarrow t = \frac{30000}{15} = 2000 \text{ s}$$

Exercicio 2

Substituímos na ecuación e obtemos os seguintes valores:

0, 0

1000, 200

2500, 500

5000, 1000

7500, 1500

10000, 2000

Exercicio 3

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$v = \frac{35000 \text{ m}}{1200 \text{ s}} = 29,2 \text{ m/s}$$

Exercicio 4

A distancia percorrida foi de 624 km (844 - 220) en 8 horas de traballo.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$v = \frac{624 \text{ km}}{8 \text{ h}} = 78 \text{ km/h}$$



Exercicio 5

A distancia percorrida é de 520 km en 6,5 horas. Por tanto:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$v = \frac{520 \text{ km}}{6,5 \text{ h}} = 80 \text{ km/h}$$