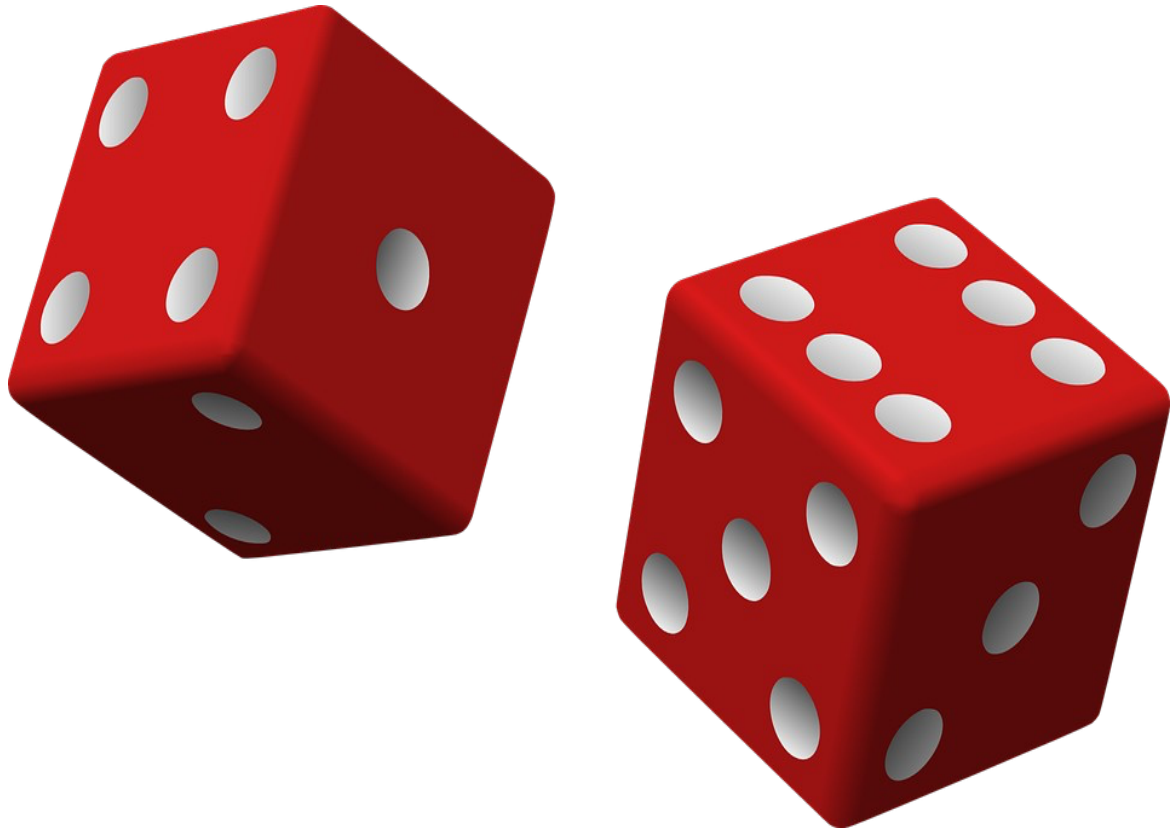




## A PROBABILIDADE



*"Dados vermellos" (Freeimages.com, gratuíta)*



# ÍNDICE

---

## A PROBABILIDADE

1. FENÓMENOS DETERMINISTAS E ALEATORIOS. SUCESOS.....	1
<i>Exercicios</i> .....	1
1.1 Tipos de sucesos.....	2
<i>Exercicios</i> .....	2
1.2 Relacións e operacións con sucesos.....	3
<i>Exercicios</i> .....	3
1.3 Probabilidades dos sucesos.....	4
<i>Exercicios</i> .....	4
2. REGRA DE LAPLACE.....	6
2.1 Regra de Laplace.....	6
<i>Exercicios</i> .....	7
3. TÉCNICAS DE RECONTO.....	8
3.1 Diagramas de árbore.....	8
4. EXPERIMENTOS SIMPLES EN DIFERENTES CONTEXTOS.....	9
<i>Exercicios</i> .....	9
SOLUCIÓN.....	10



## 1. FENÓMENOS DETERMINISTAS E ALEATORIOS. SUCESOS

---

Na vida diaria atopámonos con acontecementos nos que sabemos de antemán o que vai acontecer, e con outros que non podemos predicir, é dicir, dependen do azar.

Nun **experimento determinista** sábese de antemán o que vai acontecer.

Exemplos:

- Quentar auga a 100 graos Celsius: sábese que a auga ferverá a esta temperatura.
- Lanzar unha pedra cara arriba: a pedra caerá debido á gravidade.
- Mesturar dúas cantidades iguais de auga e aceite: as substancias non se mesturarán e permanecerán separadas.

Nun **experimento aleatorio** non se coñece o seu resultado ata despois de telo realizado.

Exemplos:

- Lanzar unha moeda: non se pode predicir se sairá cara ou cruz.
- Lanzar un dado: non se pode saber de antemán que número sairá.
- Sacar unha carta dunha baralla: non se sabe que carta sairá.

Os **experimentos aleatorios** son experimentos cuxos resultados dependen do azar. Por exemplo: observar o resultado ao lanzar un dado.

- Un **caso**, é cada un dos posibles resultados que podemos obter ao realizar un experimento aleatorio.
- O **espazo mostral**, é o conxunto de todos os casos posibles. Designase por E.
- Un **suceso**, é un subconxunto do espazo mostral.



## EXERCICIOS

---

### Exercicio 1

Dos seguintes experimentos indica cales son aleatorios:

- a) Sacar unha carta dunha baralla.
- b) Soltar ao baleiro unha bóla e anotar o tempo que tarda en caer.
- c) Anotar o número de matrícula dos coches que pasan.
- d) Quentar un xeo no microondas e anotar o tempo que tarda en derreterse.



## 1.1 Tipos de sucesos

- **Suceso elemental**, é o que está formado por un só resultado.
- **Suceso composto**, é o que está formado por máis de un resultado.
- **Suceso certo ou seguro**, é o que sempre se realiza. Coincide co espazo mostral,  $E$ .
- **Suceso imposible**, é o que nunca se realiza. Desígnase por  $\emptyset$ .
- **Suceso contrario** dun suceso  $A$ , é o que se realiza cando non se realiza  $A$ . Desígnase por  $\bar{A}$ .



## EXERCICIOS

---

### Exercicio 2

No experimento que consiste en lanzar un dado de seis caras, indica:

- Un suceso elemental.
- Un suceso composto.
- O suceso seguro.
- Un suceso imposible.
- O suceso contrario ao suceso  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ .

### Exercicio 3

Unha bolsa contén 10 bólas numeradas do 1 ao 10. O experimento consiste en sacar unha bóla e anotar o seu número. Indica de que tipo é cada un dos seguintes sucesos:

- Sacar a bóla co número 3.
- Sacar unha bóla cun número par.
- Sacar unha bóla cun número do 1 ao 10.
- Sacar unha bóla co número 12.



## 1.2 Relacións e operacións con sucesos

A relación entre as dúas magnitudes dáse mediante unha ou varias frases que explican a relación que existe entre as variables.

- **Unión de sucesos:** a unión de dous sucesos  $A$  e  $B$ , que se designa por  $A \cup B$  e se lee "A unión B", é o suceso formado por todos os elementos de  $A$  e todos os elementos de  $B$ .

Exemplo:

Se  $A=1,2,3,4$  e  $B=1,2,5$ , entón  $A \cup B=1,2,3,4,5$

- **Intersección de sucesos:** a intersección de dous sucesos  $A$  e  $B$ , que se designa por  $A \cap B$  e se lee "A intersección B", é o suceso formado por todos os elementos que están en  $A$  e en  $B$  simultaneamente.

Exemplo:

Se  $A=1,2,3,4$  e  $B=1,2,5$ , entón  $A \cap B=1,2$

- **Sucesos incompatibles:** son sucesos que non teñen en común ningún suceso elemental.

Exemplo:

Se  $A=1,2,4$  e  $B=3,5$ , entón  $A$  e  $B$  son sucesos incompatibles porque non teñen ningún suceso elemental en común.



## EXERCICIOS

### Exercicio 4

Unha bolsa contén 10 bólas numeradas do 1 ao 10. O experimento consiste en sacar unha bóla e anotar o seu número. Indica:

- a) O espazo mostral.
- b) Se consideramos os sucesos:  
 $A$ =obter número primo  
 $B$ =obter múltiplo de 3

Escribe os sucesos:

- $A \cup B$
- $A \cap B$
- $\bar{A}$



### 1.3 Probabilidades dos sucesos

A probabilidade dun suceso indica o grao de confianza que podemos ter en que ese suceso ocorra. A probabilidade dun suceso  $A$  désígnase por  $p(A)$

#### Propiedades da probabilidade

- A probabilidade do suceso imposible é 0,  $p(\emptyset)=0$ .
- A probabilidade do suceso seguro é 1,  $p(E)=1$ .
- A probabilidade dun suceso calquera é un número comprendido entre 0 e 1.
- A probabilidade do suceso contrario  $\bar{A}$ , é  $p(\bar{A})=1-p(A)$ .

## EXERCICIOS

---

### Exercicio 5

Indica cal das seguintes afirmacións é verdadeira:

- a) A probabilidade dun suceso imposible é un número comprendido entre 0 e 1.
- b) A probabilidade do suceso seguro é 0.
- c) A probabilidade do suceso seguro é 1.
- d) A probabilidade dun suceso calquera é un número maior que 1.

### Exercicio 6

Unha bolsa contén 10 bólas numeradas do 1 ao 10. O experimento consiste en sacar unha bóla e anotar o seu número. Indica:

- a) O espazo mostral.
- b) Se consideramos os sucesos:

$A$ =obter número primo

$B$ =obter divisor de 6

A intersección dos sucesos  $A$  e  $B$ , é:

- a)  $A \cap B = \{2\}$
- b)  $A \cap B = \{6\}$
- c)  $A \cap B = \{1\}$
- d)  $A \cap B = \{2,3\}$



## Exercicio 7

Dunha caixa de fichas de parchís perdéronse algunhas, e quedan 4 azuis, 3 amarelas, 2 vermellas e 1 verde. Cóllese da caixa unha ficha ao chou. Relaciona cada suceso co tipo de que se trata:

- |  |                     |
|--|---------------------|
| a) Obter ficha azul ou amarela                   | 1. Suceso elemental |
| b) Obter ficha azul                              | 2. Suceso composto  |
| c) Obter ficha azul, amarela, vermella ou verde  | 3. Suceso imposible |
| d) Obter ficha azul, amarela, vermella ou branca | 4. Suceso seguro    |

## 2. REGRA DE LAPLACE

---

En estatística utilízanse multitude de fórmulas para medir a probabilidade de que se produza un ou outro resultado. Unha das máis utilizadas é a Regra de Laplace, a cal é conveniente coñecer para saber que resultado dun experimento é máis probable que apareza.

### 2.1 Regra de Laplace

Se todos os resultados dun experimento aleatorio son equiprobables, a probabilidade dun suceso  $A$  é:

$$p(A) = \frac{\text{n}^\circ \text{ de casos favorables ao suceso } A}{\text{n}^\circ \text{ de casos posibles}}$$

Exemplo:

Nunha urna temos 4 bólas vermellas, 2 azuis, 3 negras, 2 brancas e 1 amarela. Sácase unha bóla ao azar. Atopa a probabilidade de que:

a) A bóla sexa vermella:

$$p(A) = \frac{\text{n}^\circ \text{ de casos favorables ao suceso } A}{\text{n}^\circ \text{ de casos posibles}} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

b) A bóla sexa azul:

$$p(A) = \frac{\text{n}^\circ \text{ de casos favorables ao suceso } A}{\text{n}^\circ \text{ de casos posibles}} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

c) A bóla non sexa vermella:

$$p(A) = \frac{\text{n}^\circ \text{ de casos favorables ao suceso } A}{\text{n}^\circ \text{ de casos posibles}} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

d) A bóla non sexa nin azul nin vermella:

$$p(A) = \frac{\text{n}^\circ \text{ de casos favorables ao suceso } A}{\text{n}^\circ \text{ de casos posibles}} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

## EXERCICIOS

---

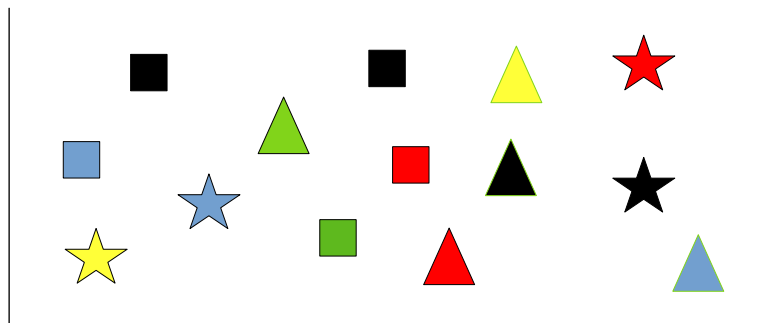
### Exercicio 8

Dunha caixa de fichas de parchís perdéronse algunhas, e quedan 4 azuis, 3 amarelas, 2 vermellas e 1 verde. Cóllese da caixa unha ficha ao chou. Atopa a probabilidade de que:

- a) A ficha sexa vermella.
- b) A ficha sexa azul.
- c) A ficha sexa negra.
- d) A ficha sexa vermella ou verde.
- e) A ficha sexa vermella ou amarela.
- f) A ficha non sexa vermella.
- g) A ficha non sexa vermella nin azul.

### Exercicio 9

A caixa da imaxe ten varios obxectos. Cal é a probabilidade de seleccionar unha figura ao chou, e que sexa un cadrado ou unha figura de cor negra?



### 3. TÉCNICAS DE RECONTO

As técnicas de recuento son métodos matemáticos utilizados para determinar o número de posibles resultados nun experimento ou situación, sen necesidade de listar todas as posibilidades. O diagrama de árbore é unha técnica que se emprega para enumerar todas as posibles combinacións ou resultados dun conxunto de eventos ou pasos. É especialmente útil cando se trata de problemas de probabilidade e cálculo, onde se busca determinar o número total de resultados posibles

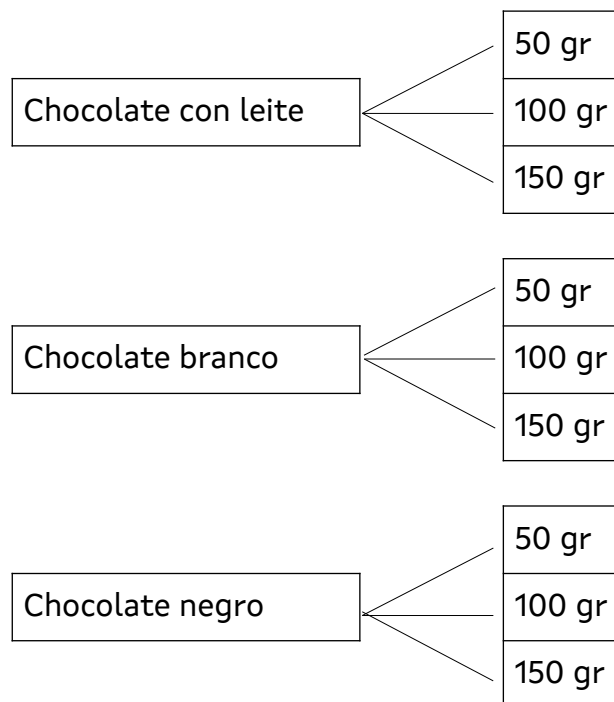
#### 3.1 Diagramas de árbore

Un **diagrama de árbore** é unha representación gráfica empregada para amosar os datos empregando unha estrutura xerárquica. Organízase en niveis, semellante a unha árbore, onde cada rama representa unha posibilidade ou decisión.

Os diagramas de árbore empréganse en diferente contextos, como na resolución de problemas, na toma de decisións, na probabilidade e na organización de datos. Empregalos facilita a comprensión e a identificación de todas as posibles opcións.

#### Exemplo:

Unha pastelería elabora bombóns de tres sabores: chocolate con leite, chocolate branco e chocolate negro, e cada sabor envásase en caixas de 50, 100 e 150 gramos. Forma un diagrama de árbore. Cantos produtos diferentes se poden escoller?



Pódense escoller 9 produtos diferentes.



## 4. EXPERIMENTOS SIMPLES EN DIFERENTES CONTEXTOS

---

Para resolver problemas débense seguir os pasos:

- Ler atentamente o enunciado do problema tantas veces faga falla, ata saber o que piden e coñecer os datos de que se dispón.
- A partir da información que dá o problema, trazar unha estratexia para atopar a solución, construíndo un diagrama de árbore ou buscando unha fórmula para resolver o problema.
- Atopar os sucesos e definilos claramente.
- Atopa o espazo mostral. Enumera todos os posibles resultados do experimento, é dicir, todos os resultados que poden ocorrer.
- Identifica os casos favorables: De todos os posibles resultados posibles, identifica os que cumpren coa condición do suceso que interesa.
- Calcula a probabilidade. Divide o número de casos favorables entre o número total de resultados posibles. Isto dará a probabilidade do suceso.



### EXERCICIOS

---

#### Exercicio 10

Nunha caixa de caramelos hai 3 de fresa, 5 de laranxa, 2 de limón e 1 de menta. Se sacamos un caramelo ao chou, cal é a probabilidade de sacar un caramelo de laranxa ou limón?



## SOLUCIÓNS

---

### Exercicio 1

Dos seguintes experimentos indica cales son aleatorios:

- a) Sacar unha carta dunha baralla.
- b) Soltar ao baleiro unha bóla e anotar o tempo que tarda en caer.
- c) Anotar o número de matrícula dos coches que pasan.
- d) Quentar un xeo no microondas e anotar o tempo que tarda en derreterse.

Son aleatorios os experimentos a) e c) pois de antemán non podemos saber o seu resultado.

### Exercicio 2

No experimento que consiste en lanzar un dado de seis caras, indica:

- a) Un suceso elemental.
- b) Un suceso composto.
- c) O suceso seguro.
- d) Un suceso imposible.
- e) O suceso contrario ao suceso  $A=\{1,2,3,4\}$ .

a)  $A=\{3\}$

d)  $A=\{7\}$

b)  $A=\{2,3,4\}$

e)  $A=\{5,6\}$

c)  $E=\{1,2,3,4,5,6\}$

### Exercicio 3

Unha bolsa contén 10 bólas numeradas do 1 ao 10. O experimento consiste en sacar unha bóla e anotar o seu número. Indica de que tipo é cada un dos seguintes sucesos:

- a) Sacar a bóla co número 3. É un suceso elemental.
- b) Sacar unha bóla cun número par. É un suceso composto.
- c) Sacar unha bóla cun número do 1 ao 10. É un suceso seguro.
- d) Sacar unha bóla co número 12. É un suceso imposible.



#### Exercicio 4

Unha bolsa contén 10 bólas numeradas do 1 ao 10. O experimento consiste en sacar unha bóla e anotar o seu número. Indica:

- O espazo mostral.
- Se consideramos os sucesos:  
 $A$ =obter número primo  
 $B$ =obter múltiplo de 3

Escribe os sucesos:

- $A \cup B$
- $A \cap B$
- $\bar{A}$

a)  $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

b)  $A = \{2, 3, 5, 7, 9\}$

$B = \{3, 6, 9\}$

Escribe os sucesos:

- $A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 7, 9\}$
- $A \cap B = \{3, 9\}$
- $\bar{A} = \{1, 4, 6, 8, 10\}$

#### Exercicio 5

Indica cal das seguintes afirmacións é verdadeira:

- A probabilidade dun suceso imposible é un número comprendido entre 0 e 1. Falsa, xa que a probabilidade do suceso imposible é 0,  $p(\emptyset) = 0$ .
- A probabilidade do suceso seguro é 0. Falsa, xa que a probabilidade do suceso seguro é 1,  $p(E) = 1$ .
- A probabilidade do suceso seguro é 1. Verdadeira.
- A probabilidade dun suceso calquera é un número maior que 1. Falsa, xa que a probabilidade dun suceso calquera é un número comprendido entre 0 e 1. Nunca pode ser maior que 1.

### Exercicio 6

Unha bolsa contén 10 bólas numeradas do 1 ao 10. O experimento consiste en sacar unha bóla e anotar o seu número. Indica:

a) O espazo mostral:  $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

b) Se consideramos os sucesos:


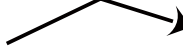
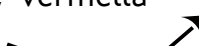

$A = \text{obter número primo} : A = \{2, 3, 5, 7\}$

$B = \text{obter divisor de 6} : B = \{1, 2, 3, 6\}$

A intersección dos sucesos  $A$  e  $B$ , é:  $A \cap B = \{2, 3\}$

### Exercicio 7

Dunha caixa de fichas de parchís perdéronse algunhas, e quedan 4 azuis, 3 amarelas, 2 vermellas e 1 verde. Cóllese da caixa unha ficha ao chou. Relaciona cada suceso co tipo de que se trata:

- |  |   |                     |
|--|---|---------------------|
| a) Obter ficha azul ou amarela                   |  | 1. Suceso elemental |
| b) Obter ficha azul                              |  | 2. Suceso composto  |
| c) Obter ficha azul, amarela, vermella ou verde  |  | 3. Suceso imposible |
| d) Obter ficha azul, amarela, vermella ou branca |  | 4. Suceso seguro    |

### Exercicio 8

Dunha caixa de fichas de parchís perdéronse algunhas, e quedan 4 azuis, 3 amarelas, 2 vermellas e 1 verde. Cóllese da caixa unha ficha ao chou. Atopa a probabilidade de que:

a)  $p(\text{Vermella}) = \frac{\text{n}^\circ \text{ de casos favorables ao suceso } A}{\text{n}^\circ \text{ de casos posibles}} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

b)  $p(\text{Azul}) = \frac{\text{n}^\circ \text{ de casos favorables}}{\text{n}^\circ \text{ de casos posibles}} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

c)  $p(\text{Negra}) = \frac{\text{n}^\circ \text{ de casos favorables}}{\text{n}^\circ \text{ de casos posibles}} = \frac{0}{10} = 0$

d)  $p(\text{Vermella ou verde}) = \frac{\text{n}^\circ \text{ de casos favorables}}{\text{n}^\circ \text{ de casos posibles}} = \frac{3}{10}$

e)  $p(\text{Vermella ou amarela}) = \frac{\text{n}^\circ \text{ de casos favorables}}{\text{n}^\circ \text{ de casos posibles}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

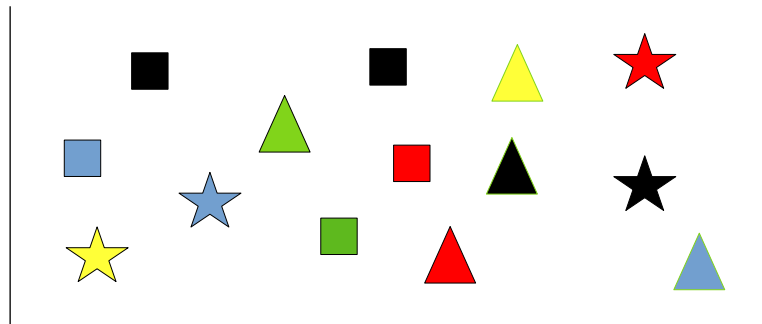
$$f) p(\text{Non sexa vermella}) = \frac{\text{n}^\circ \text{ de casos favorables}}{\text{n}^\circ \text{ de casos posibles}} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$\text{Ou tamén: } p(\text{Non sexa vermella}) = 1 - p(\text{Non sexa vermella}) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

$$g) p(\text{Nin vermella nin azul}) = \frac{\text{n}^\circ \text{ de casos favorables}}{\text{n}^\circ \text{ de casos posibles}} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

### Exercicio 9

A caixa da imaxe ten varios obxectos. Cal é a probabilidade de seleccionar unha figura ao chou que sexa un cadrado ou unha figura de cor negra?



$$p(\text{Cadrado ou figura negra}) = \frac{\text{n}^\circ \text{ de casos favorables}}{\text{n}^\circ \text{ de casos posibles}} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$$

### Exercicio 10

Nunha caixa de caramelos hai 3 de fresa, 5 de laranxa, 2 de limón e 1 de menta. Se sacamos un caramelo ao chou, cal é a probabilidade de sacar un caramelo de laranxa ou limón?

$$p(\text{caramelo de laranxa ou limón}) = \frac{\text{n}^\circ \text{ de casos favorables}}{\text{n}^\circ \text{ de casos posibles}} = \frac{7}{11}$$