



Dirección Xeral de Educación, Formación Profesional e Innovación Educativa

Proba para a obtención do título de bacharel

Setembro 2020

Exercicio / Ejercicio	2.º
Período	1
Modalidade / Modalidad	Humanidades e Ciencias Sociais / Humanidades y Ciencias Sociales
Exame de / Examen de	Matemáticas Aplicadas ás Ciencias Sociais I e II <i>/ Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I y II</i>

1.º apelido / 1.º apellido	
2.º apelido / 2.º apellido	
Nome / Nombre	
DNI	





1. Formato da proba / Formato de la prueba

Formato e puntuación / Formato y puntuación

- A proba consta de catro preguntas.

La prueba consta de cuatro preguntas.

- A cualificación de cada pregunta aparece a carón de cada unha delas.

La calificación de cada pregunta aparece al lado de cada una de ellas.

- A solución de cada exercicio proposto deberá incluír o desenvolvemento matemático do problema.

La solución de cada ejercicio propuesto deberá incluir el desarrollo matemático del problema.

Duración

- Este exercicio terá unha duración máxima de 90 minutos.

Este ejercicio tendrá una duración máxima de 90 minutos.

Material

- Permitirase o uso de calculadoras, agás as que sexan programables, gráficas ou con capacidade para almacenar e transmitir datos.

Se permitirá el uso de calculadoras, excepto las que sean programables, gráficas o con capacidad para almacenar y transmitir datos.





2. Exercicio

2.1. Exercicio formulado en lingua galega

1. Unha empresa dedicada á fabricación e comercialización de drons, fabrica drons de dous tamaños: mini drons e drons de tamaño medio. O custo de produción dun mini dron é de 75 € e o dun dron de tamaño medio, 110 €. Por motivos comerciais, a empresa debe fabricar un mínimo de 10 mini drons e 5 drons de tamaño medio. Ademais, o número total de drons fabricados non pode ser inferior a 60 nin superior a 150 e, o número de mini drons non pode ser inferior ao dobre de drons de tamaño medio.
- Formule as restricións do problema.
 - Represente graficamente a rexión factible e calcule os seus vértices.
 - Cantos drons de cada tipo debe fabricar a empresa para minimizar os custos de produción? A canto ascende dito custo mínimo?

(Valoración: 3 puntos; a) 1 punto, b) 1 punto, c) 1 punto)

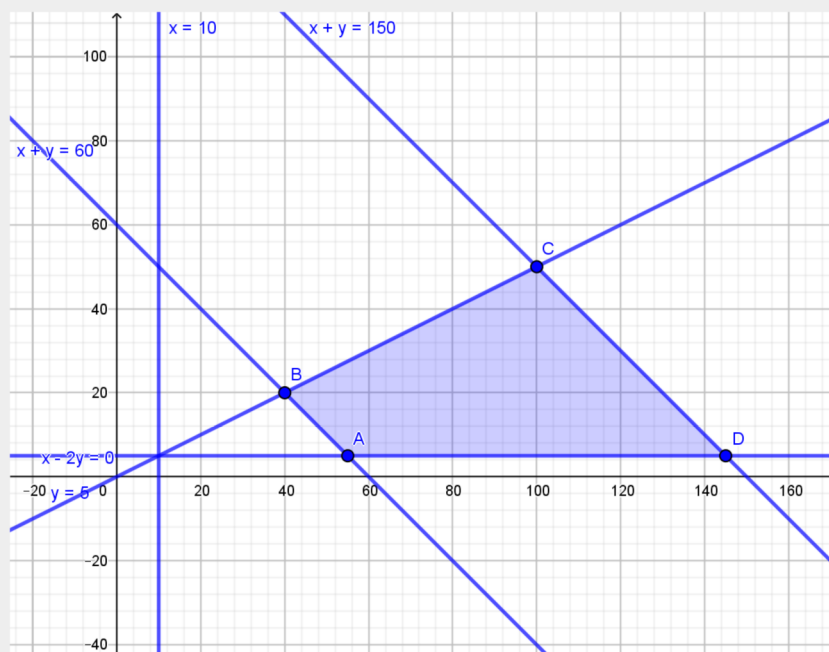
Sexa x o número de mini drons e y o número de drons de tamaño medio que fabrica a empresa.

a)

$$x + y \geq 60 ; x + y \leq 150 ; x \geq 10 ; y \geq 5 ; x \geq 2y$$

b)

- Vértices da rexión factible; A(55, 5); B (40, 20); C (100, 50); D(145, 5).
- Representación gráfica da rexión factible:





c)

- Función obxectivo $f(x, y) = 75x + 110y$
- A función minimízase no punto $A(55, 5)$ é dicir, debería fabricar 55 mini drons e 5 drons de tamaño medio.
- O custo mínimo sería: 4675 euros.

2. A poboación de certa especie de bolboretas está dada pola seguinte función:

$$P(t) = \begin{cases} t^2 - 8t + 50, & 0 \leq t \leq 10 \\ 95 - \frac{250}{t}, & t > 10 \end{cases}$$

onde $P(t)$ é o número de individuos da poboación (en miles) e t é o tempo (en meses).

- Cantas bolboretas hai inicialmente?
- En que momento a poboación de bolboretas acada o seu valor mínimo? Cal é o valor de dito mínimo?
- A que tende a poboación no futuro?

(Valoración: 3 puntos; a) 1 punto, b) 1 punto, c) 1 punto)

a)

Se $t=0 \Rightarrow P(0) = 0^2 - 8 \cdot 0 + 50 = 50$. A poboación inicial é de 50000 bolboretas.

b)

Determinamos a primeira derivada en cada un dos tramos da función:

No tramo $(0, 10)$, $P'(t) = 2t - 8$ e no tramo $(10, +\infty)$, $P'(t) = \frac{250}{t^2}$

Estudo do decrecemento da función:

No intervalo $(0, 10)$, $P'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 4$ punto crítico

	$(0, 4)$	$(4, 10)$
$P'(t)$	-	+
$P(t)$	Decrecente	Crecente

No intervalo $(10, +\infty)$, $P'(t) > 0$, xa que a función $P'(t) = \frac{250}{t^2}$ é maior que 0 para todo t .

O momento no que a poboación de bolboretas acada o seu mínimo valor é $t = 4$.

Como $P(4) = 4^2 - 8 \cdot 4 + 50 = 34$, a poboación mínima é de 34000 bolboretas.





c)

Temos que calcular $\lim_{n \rightarrow \infty} (95 - \frac{250}{t}) = 95$. A longo prazo a poboación estabilízase en torno a 95000 bolboretas.

3. Unha empresa utiliza os servizos de dous bufetes de avogados para tratar os seus casos legais. A probabilidade de que un caso se deba remitir ao bufete A é de 0,4 e a de que se remita ao bufete B é de 0,6. A probabilidade de que un caso remitido ao bufete A sexa ganado nos tribunais é de 0,7, e para o bufete B é de 0,8.

- a) Cal é a probabilidade de que a empresa gañe un caso?
b) Sabendo que un caso se gañou, cal é a probabilidade de que o levara o bufete A?

(Valoración: 2 puntos; a) 1 punto, b) 1 punto)

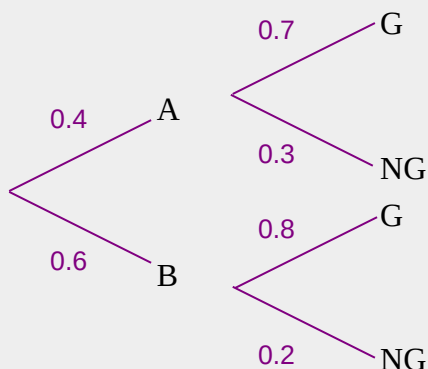
a)

A = emprégase o bufete A

G = gáñase o caso

B = emprégase o bufete B

NG = non se gaña o caso



$$p(A)=0.4 \quad p(B)=0.6$$

$$p(G/A)=0.7$$

$$p(G/B)=0.8$$

$$p(NG/A)=0.3$$

$$p(NG/B)=0.2$$

$$p(G)=p(G/A)p(A)+p(G/B)p(B)=0.4 \cdot 0.7+0.6 \cdot 0.8=0.76$$

b)

$$p(A/G)=\frac{p(G/A)p(A)}{p(G)}=\frac{0.7 \cdot 0.4}{0.76}=0.3684$$





4. A duración das baterías dun determinado modelo de ordenador portátil ten unha distribución normal de media 11,5 horas e unha desviación típica 2 horas.
- a) Cal é a probabilidade de que a batería dun ordenador portátil, elixido ao chou, teña unha duración superior a 13 horas?
 - b) Se consideramos unha mostra aleatoria de 16 ordenadores portátiles, cal é a probabilidade de que a duración media da batería, para a mostra de 16 ordenadores portátiles, estea comprendida entre 10 e 12,5 horas?

(Valoración: 2 puntos; a) 1 punto, b) 1 punto)

a)

A distribución é $N(11.5, 2)$.

$$p(X > 13) = p\left(\frac{X - 11.5}{2} > \frac{13 - 11.5}{2}\right) = p(Z > 0.75) = 1 - p(Z < 0.75) = 1 - 0.7734 = 0.2266$$

b)

O peso medio \bar{X} distribúese segundo unha $N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(11.5, \frac{2}{\sqrt{16}}\right) = N(11.5, 0.5)$

$$\begin{aligned} p(10 < \bar{X} < 12.5) &= p\left(\frac{10 - 11.5}{0.5} < \frac{\bar{X} - 11.5}{0.5} < \frac{12.5 - 11.5}{0.5}\right) = p(-3 < Z < 2) = \\ &= 0.9772 + 0.9987 - 1 = 0.9759 \end{aligned}$$





2.2. Ejercicio formulado en lengua castellana

1. Una empresa dedicada a la fabricación y comercialización de drones, fabrica drones de dos tamaños: mini drones y drones de tamaño medio. El coste de producción de un mini dron es de 75 € y el de un dron de tamaño medio, 110 €. Por motivos comerciales, la empresa debe fabricar un mínimo de 10 mini drones y 5 drones de tamaño medio. Además, el número total de drones fabricados no puede ser inferior a 60 ni superior a 150 y, el número de mini drones no puede ser inferior al doble de drones de tamaño medio.
- Formule las restricciones del problema.
 - Represente gráficamente la región factible y calcule sus vértices.
 - ¿Cuántos drones de cada tipo debe fabricar la empresa para minimizar los costes de producción? ¿A cuánto asciende dicho coste mínimo? (1 punto).

(Valoración: 3 puntos; a) 1 punto, b) 1 punto, c) 1 punto)

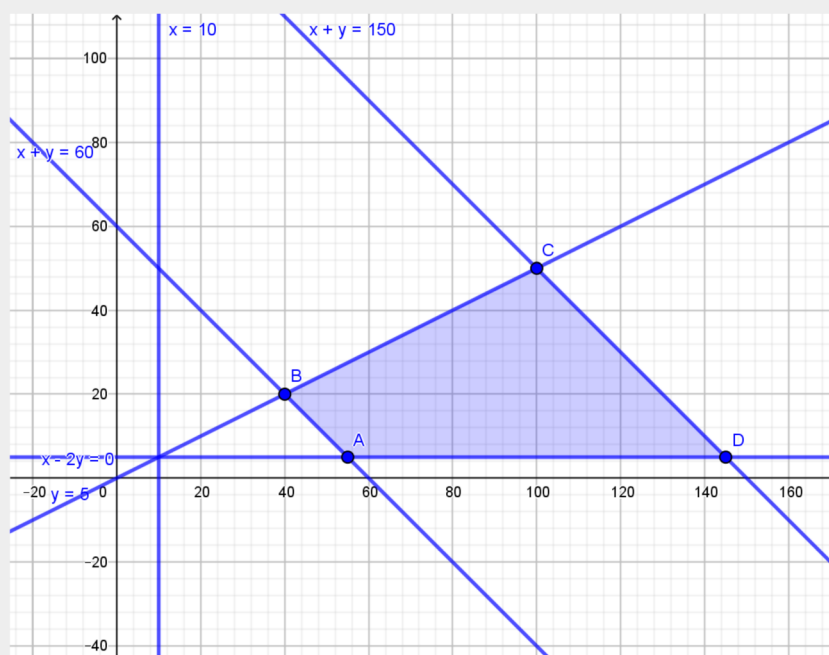
Sea x el número de mini drones e y el número de drones de tamaño medio que fabrica la empresa.

a)

$$x + y \geq 60 ; x + y \leq 150 ; x \geq 10 ; y \geq 5 ; x \geq 2y$$

b)

- Vértices de laa región factible; A(55, 5); B(40, 20); C(100, 50); D(145, 5).
- Representación gráfica de la región factible:



c)

- Función objetivo $f(x, y) = 75x + 110y$





- La función se minimiza en el punto A(55, 5) es decir, debería fabricar 55 mini drones e 5 drones de tamaño medio.
- El coste mínimo sería: 4675 euros.

2. La población de cierta especie de mariposas está dada por la siguiente función:

$$P(t) = \begin{cases} t^2 - 8t + 50, & 0 \leq t \leq 10 \\ 95 - \frac{250}{t}, & t > 10 \end{cases}$$

donde $P(t)$ es el número de individuos de la población (en miles) y t es el tiempo (en meses).

- ¿Cuántas mariposas hay inicialmente?
- ¿En qué momento la población de mariposas alcanza su valor mínimo? ¿Cuál es el valor de dicho mínimo?
- ¿A qué tiende la población en el futuro?

(Valoración: 3 puntos; a) 1 punto, b) 1 punto, c) 1 punto)

a)

Si $t=0 \Rightarrow P(0) = 0^2 - 8 \cdot 0 + 50 = 50$. La población inicial es de 50000 mariposas.

b)

Determinamos la primera derivada en cada uno de los tramos de la función:

En el tramo $(0,10)$, $P'(t) = 2t - 8$ y en el tramo $(10, +\infty)$, $P'(t) = \frac{250}{t^2}$

Estudio del decrecimiento de la función:

En el intervalo $(0,10)$, $P'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 4$ punto crítico

	$(0,4)$	$(4,10)$
$P'(t)$	-	+
$P(t)$	Decreciente	Creciente

En el intervalo $(10, +\infty)$, $P'(t) > 0$, ya que la función $P'(t) = \frac{250}{t^2}$ es mayor que 0 para todo t .

El momento en el que la población de mariposas alcanza su mínimo valor es $t = 4$.

Como $P(4) = 4^2 - 8 \cdot 4 + 50 = 34$, la población mínima es de 34000 mariposas.

c)





Tenemos que calcular $\lim_{n \rightarrow \infty} (95 - \frac{250}{t}) = 95$. A largo plazo la población se estabiliza en torno a 95000 mariposas.

3. Una empresa utiliza los servicios de dos bufetes de abogados para tratar sus casos legales. La probabilidad de que un caso se deba remitir al bufete A es de 0,4 y de que se remita al bufete B es de 0,6. La probabilidad de que un caso remitido al bufete A sea ganado en los tribunales es de 0,7, y para el bufete B es de 0,8.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que la empresa gane un caso?
b) Sabiendo que un caso se ha ganado, ¿cuál es la probabilidad de que lo haya llevado el bufete A?

(Valoración: 2 puntos; a) 1 punto, b) 1 punto)

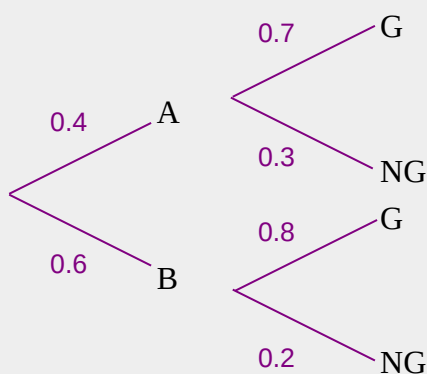
a)

A = se emplea el bufete A

G = se gana el caso

B = se emplea el bufete B

NG = no se gana el caso



$$p(A)=0.4 \quad p(B)=0.6$$

$$p(G/A)=0.7 \quad p(G/B)=0.8 \quad p(NG/A)=0.3 \quad p(NG/B)=0.2$$

$$p(G)=p(G/A)p(A)+p(G/B)p(B)=0.4 \cdot 0.7 + 0.6 \cdot 0.8 = 0.76$$

b)

$$p(A/G) = \frac{p(G/A)p(A)}{p(G)} = \frac{0.7 \cdot 0.4}{0.76} = 0.3684$$





4. La duración de las baterías de un determinado modelo de ordenador portátil tiene una distribución normal de media 11,5 horas y desviación típica 2 horas.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que la batería de un ordenador portátil, elegido al azar, tenga una duración superior a 13 horas?
- b) Si consideramos una muestra aleatoria de 16 ordenadores portátiles, ¿cuál es la probabilidad de que la duración media de la batería, para la muestra de 16 ordenadores portátiles, esté comprendida entre 10 y 12,5 horas?
- (Valoración: 2 puntos; a) 1 punto, b) 1 punto)

a)

La distribución es $N(11.5, 2)$.

$$p(X > 13) = p\left(\frac{X - 11.5}{2} > \frac{13 - 11.5}{2}\right) = p(Z > 0.75) = 1 - p(Z < 0.75) = 1 - 0.7734 = 0.2266$$

b)

El peso medio \bar{X} se distribuye según una $N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(11.5, \frac{2}{\sqrt{16}}\right) = N(11.5, 0.5)$

$$\begin{aligned} p(10 < \bar{X} < 12.5) &= p\left(\frac{10 - 11.5}{0.5} < \frac{\bar{X} - 11.5}{0.5} < \frac{12.5 - 11.5}{0.5}\right) = p(-3 < Z < 2) = \\ &= 0.9772 + 0.9987 - 1 = 0.9759 \end{aligned}$$

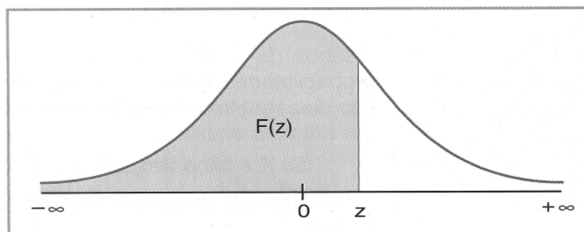




3. Táboa da distribución normal / *Tabla de la distribución normal*

Distribución normal $N(0, 1)$

$$F(z) = P(Z \leq z)$$



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

