



Dirección Xeral de Formación Profesional

# Proba para a obtención do título de bacharel 2024

Exercicio / Ejercicio	2.º
Período	1
Modalidade / Modalidad	Humanidades e Ciencias Sociais / Humanidades y Ciencias Sociales
Exame de / Examen de	Matemáticas Aplicadas ás Ciencias Sociais I e II / Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I y II

1.º apelido / 1.º apellido	
2.º apelido / 2.º apellido	
Nome / Nombre	
DNI	



# 1. Formato da proba / *Formato de la prueba*

---

## Duración

- Este exercicio terá unha duración máxima de 90 minutos.

*Este ejercicio tendrá una duración máxima de 90 minutos.*

## Formato

- A proba consta de catro preguntas.

*La prueba consta de cuatro preguntas.*

## Puntuación

- A puntuación de cada pregunta aparece a carón do enunciado.

*La puntuación de cada pregunta aparece al lado del enunciado.*

- Nas follas do exame deben figurar as operacións e cálculos necesarios para a resolución de cada exercicio. Todas as respostas estarán debidamente xustificadas, xa que se só se achega a solución sen ningún tipo de explicación, terá unha puntuación de cero puntos.

*En las hojas del examen deben figurar las operaciones y cálculos necesarios para la resolución de cada ejercicio. Todas las respuestas estarán debidamente justificadas, ya que si solo se indica la solución sin ningún tipo de explicación, tendrá una puntuación de cero puntos.*

## Material

- Permítese o uso de calculadora científica, agás as que sexan programables, gráficas ou con capacidade para almacenaren e transmitiren datos alfanuméricos.

*Se permite el uso de calculadora científica, excepto las que sean programables, gráficas o con capacidad para almacenar y transmitir datos alfanuméricos.*

## Orientacións / *Orientaciones*

- O exame realizárase con bolígrafo azul ou negro.

*El examen se realizará con bolígrafo azul o negro.*

## 2. Exercicio / Ejercicio

1. Dadas as matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & -m \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ :

(Valoración: 2,5 puntos; a) 1 punto; b) 1,5 puntos)

- a) Determine para que valores de  $m$  existe a matriz inversa de  $A$ .  
b) Despexe a matriz  $X$  tal que  $X \cdot A + B = C$  e calcúlea para  $m=0$ .

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & -m \end{vmatrix} = 2m - 3 - 1 + 3 - m + 2 = m + 1$$

$$m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = -1$$

Se  $m \neq -1$  a matriz ten inversa.

$$X \cdot A + B = C \rightarrow X \cdot A = C - B \rightarrow (X \cdot A) \cdot A^{-1} = (C - B) \cdot A^{-1} \rightarrow X \cdot \overbrace{(A \cdot A^{-1})}^I = (C - B) \cdot A^{-1} \rightarrow X = (C - B) \cdot A^{-1}$$

Calculamos  $A^{-1}$ :

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} \overbrace{A} & & & \overbrace{I} & & \\ 2 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{F_1 \leftrightarrow F_2} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2 - 2 \cdot F_1; F_3 - 3 \cdot F_1} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & -3 & 0 & -3 & 1 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{F_3 - 2 \cdot F_2} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & 1 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{-1 \cdot F_3} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & -1 \end{array} \right) \xrightarrow{F_1 + F_2} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & -1 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{F_2 + F_3} \left( \begin{array}{ccc|ccc} \overbrace{I} & & & \overbrace{A^{-1}} & & \\ 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & -1 \end{array} \right)$$

Calculamos  $C - B$ :

$$C - B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Entón,

$$X = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & -3 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

**2.** Os custos de produción dunha empresa (en miles de euros) no ano 2024 veñen dados pola

función  $C(t) = \begin{cases} 5 - \frac{t}{3}, & 0 \leq t < 6 \\ \frac{1}{4}t^2 - 4t + 18, & 6 \leq t \leq 12 \end{cases}$  sendo  $t$  o tempo transcorrido en meses dende o comezo do ano.

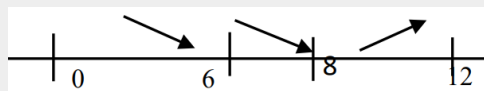
(Valoración: 2,5 puntos; a) 1 punto; b) 1 punto; c) 0,5 puntos)

- Estude en que períodos se produciu un aumento/diminución dos custos de produción.
- Cales son os custos máximo e mínimo ao longo do ano 2024? En que momentos se produciron?
- Represente a gráfica da función  $C(t)$  tendo en conta o estudo realizado nos apartados anteriores.

**a)**

Estudamos a monotonía da función:

$$C'(t) = \begin{cases} -\frac{1}{3}, & 0 < t < 6 \\ \frac{1}{2}t - 4, & 6 < t < 12 \end{cases} \quad \frac{1}{2}t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = 8$$



$$\frac{1}{2}t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = 8$$

Os custos diminuíron nos oito primeiros meses e aumentaron entre os meses 8 e 12.

**b)**

Do estudo do apartado a) concluímos que en  $t = 8$  hai un punto crítico.

Imos estudar o valor da función nos extremos dos intervalos e no punto crítico:

$$C(0) = 5 - \frac{0}{3} = 5$$

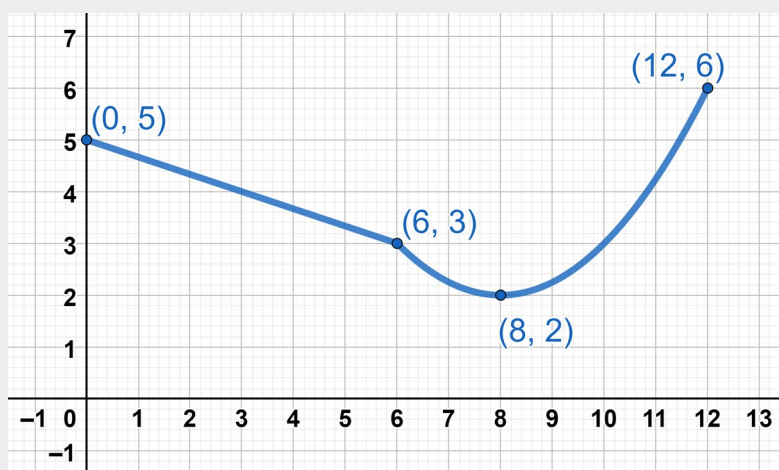
$$C(6) = \frac{1}{4} \cdot 6^2 - 4 \cdot 6 + 18 = 3$$

$$C(8) = \frac{1}{4} \cdot 8^2 - 4 \cdot 8 + 18 = 2$$

$$C(12) = \frac{1}{4} \cdot 12^2 - 4 \cdot 12 + 18 = 6$$

Polo tanto o valor máximo se alcanza no mes 12 e o custo foi de 6000€ e o valor mínimo no mes 8 e o custo foi 2200€.

c)



3. Nun centro escolar, o 60 % do alumnado practica algún deporte, o 35 % estuda un idioma fóra da escola e o 20 % fai ambas cousas. Elíxese unha alumna ou un alumno ao azar.

(Valoración: 2,5 puntos; a) 0,5 puntos; b) 1 punto; c) 1 punto)

- Elabore unha táboa de continxencia.
- Que probabilidade hai de que non estude un idioma, sabendo que practica algún deporte?
- Cal é a probabilidade de que nin practique deporte nin estude un idioma?

a)

	Deporte ( $D$ )	Non deporte ( $\bar{D}$ )	Total
Idioma ( $I$ )	20	15	35
No idioma ( $\bar{I}$ )	40	25	65
Total	60	40	100



b)

$$P(\bar{I}/D) = \frac{40}{60} = \frac{2}{3}$$

Tamén se pode calcular mediante a fórmula da probabilidade condicionada:

$$P(\bar{I}/D) = \frac{P(\bar{I} \cap D)}{P(D)} = \frac{40/100}{60/100} = \frac{2}{3}$$

c)

$$P(\bar{I} \cap \bar{D}) = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

4. Os salarios mensuais dos menores de 30 anos distribúese normalmente con media 1300 € e unha desviación típica de 600 €. Calcule a porcentaxe de menores de 30 anos que cobran:

(Valoración: 2,5 puntos; a) 0,85 puntos; b) 0,85 puntos; c) 0,8 puntos)

- a) Menos de 600 € ao mes.
- b) Entre 1000 e 1500 € ao mes.
- c) Máis de 2200 €.

a)

$$P(x \leq 600) = P\left(z < \frac{600 - 1300}{600}\right) = P(z < -1,17) = 1 - P(z \leq 1,17) = .$$

$$.= 1 - 0,8790 = 0,1210$$

b)

$$P(1000 < x \leq 1500) = P\left(\frac{1000 - 1300}{600} < z \leq \frac{1500 - 1300}{600}\right) = P(-0,5 < z \leq 0,33) = .$$

$$.= P(z \leq 0,33) - (1 - P(z < 0,5)) = 0,6293 - (1 - 0,6915) = 0,3208$$

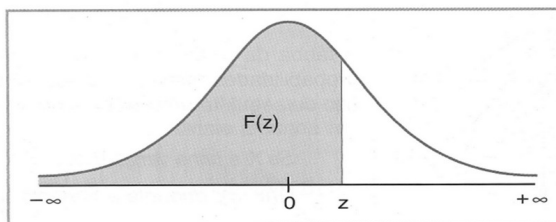
c)

$$P(x > 2200) = P\left(z > \frac{2200 - 1300}{600}\right) = P(z > 1,5) = 1 - P(z < 1,5) = 1 - 0,9332 = 0,0668$$

### 3. Táboa da distribución normal / *Tabla de la distribución normal*

Distribución normal  $N(0, 1)$

$$F(z) = P(Z \leq z)$$



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000