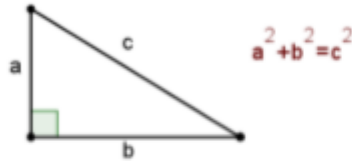


1. EL TEOREMA DE PITÁGORAS

El teorema de Pitágoras establece que en todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

Triángulo rectángulo de lados a, b y c

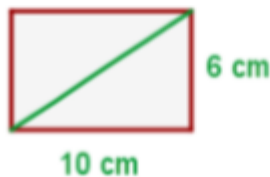


1.1. APLICACIONES DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

Muchas figuras planas se pueden descomponer en triángulos rectángulos y, por tanto, se puede utilizar el teorema de Pitágoras para hallar algunas de sus dimensiones.

a) Calcular las diagonales de un rectángulo

Calcular la diagonal de un rectángulo de 10 cm de base y 6 cm de altura.

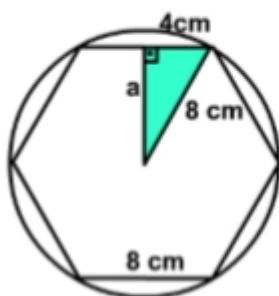


$$d^2 = 10^2 + 6^2$$

$$d = \sqrt{136} = 11.66 \text{ cm}$$

b) Hallar la apotema de un hexágono regular

Hallar la apotema de un hexágono regular de 8 cm de lado.



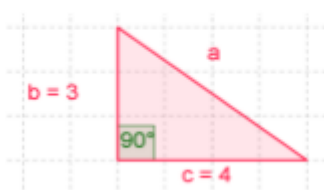
Aplicamos el Teorema de Pitágoras

$$a = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = 6,9$$

La apotema mide 6,9 cm

P2 CÁLCULO DEL LADO DESCONOCIDO DE UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO.

Ejemplo 1: Calcula la hipotenusa de este triángulo rectángulo



Según el teorema de Pitágoras:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 = 25$$

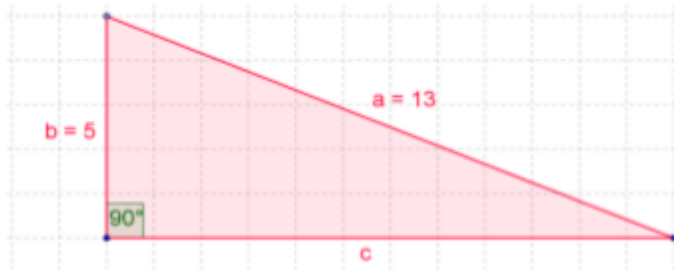
$$a^2 = 3^2 + 4^2$$

$$a^2 = 9 + 16$$

$$a = 5$$

$$\sqrt{a^2} = \sqrt{25}$$

Ejemplo 2: Calcula el cateto desconocido de este triángulo rectángulo



Según el teorema de Pitágoras:

$$\begin{aligned}
 a^2 &= b^2 + c^2 & 169 - 25 \\
 13^2 &= 5^2 + c^2 & = c^2 \\
 13^2 - 5^2 &= c^2 & 144 = c^2 \\
 & & \sqrt{144} = \sqrt{c^2} \\
 & & \mathbf{c = 12}
 \end{aligned}$$

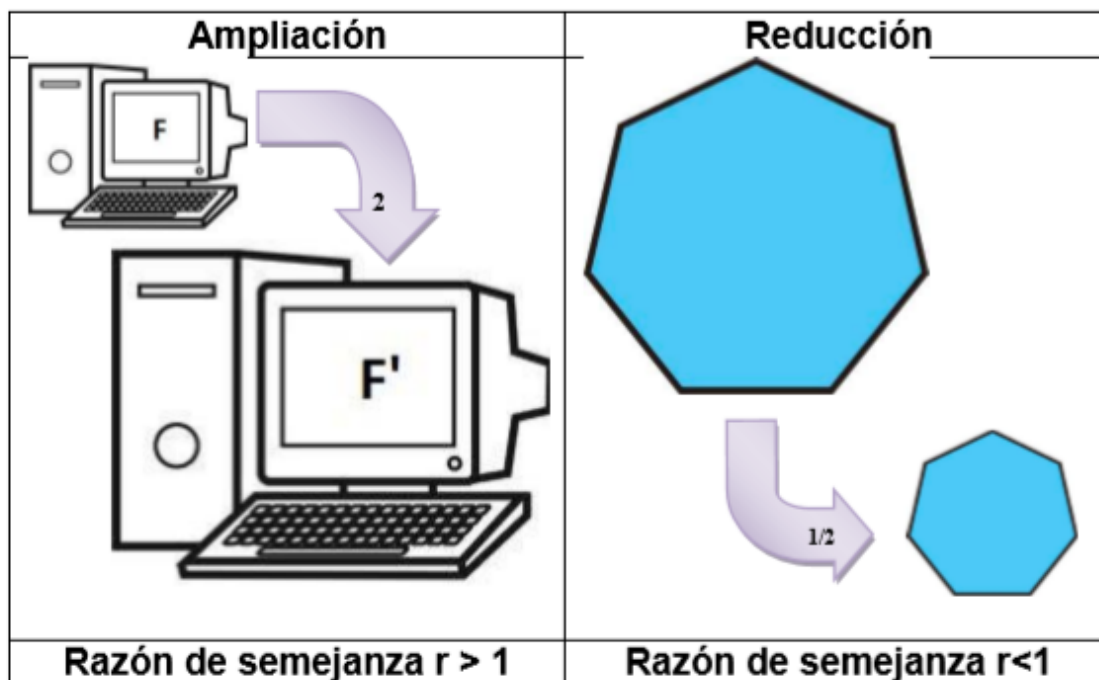
SEMEJANZA Y TEOREMA DE THALES

S1 SEMEJANZA DE FIGURAS. RAZÓN DE SEMEJANZA O ESCALA.

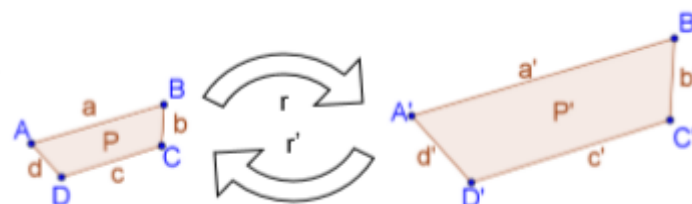
Dos figuras son **semejantes** si tienen la **misma forma**, aunque quizá distinto tamaño.

La **razón de semejanza** entre dos figuras semejantes, F y F', es el **número de veces** que hay que **ampliar o reducir** la figura F para obtener la figura F'.

La razón de semejanza recibe también el nombre de **escala**.



De los puntos, segmentos, regiones, etc., de F y de sus **correspondientes** en F' se dice que son **homólogos**.



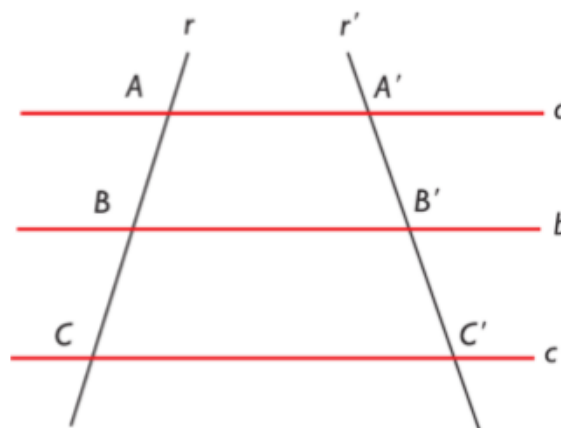
Para hallar la razón de semejanza entre F y F' basta dividir la longitud de cualquier segmento de F' entre la longitud de su segmento homólogo en F

Razón entre F y F': $r = \frac{a'}{a}$

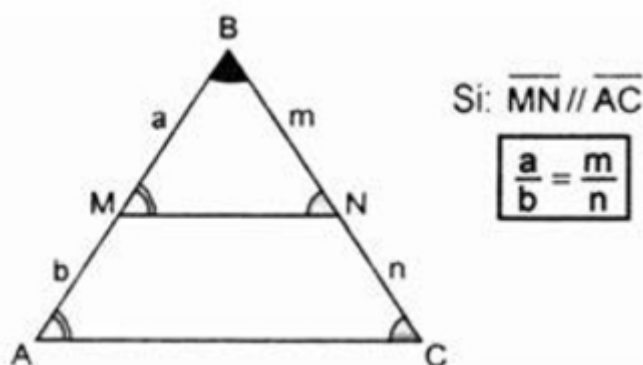
Dos polígonos son semejantes cuando sus ángulos correspondientes son iguales, y sus lados, proporcionales. En particular, **dos triángulos son semejantes** cuando sus tres ángulos correspondientes son iguales, y sus lados, proporcionales.

teorema de Tales: Si varias rectas paralelas cortan a dos secantes, los segmentos correspondientes determinados por las rectas paralelas sobre las secantes son proporcionales.

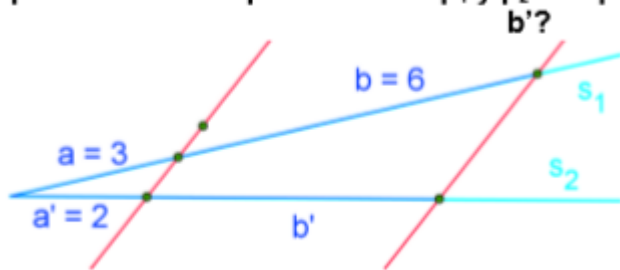
$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$



Triángulos en posición de Tales: Dos triángulos están en posición de Tales cuando tienen un vértice común y los lados opuestos a ese vértice son paralelos. Los triángulos en posición de Tales son semejantes.



Ejemplo 1: Sabemos que las rectas p_1 y p_2 son paralelas. ¿Cuánto mide el segmento b' ?

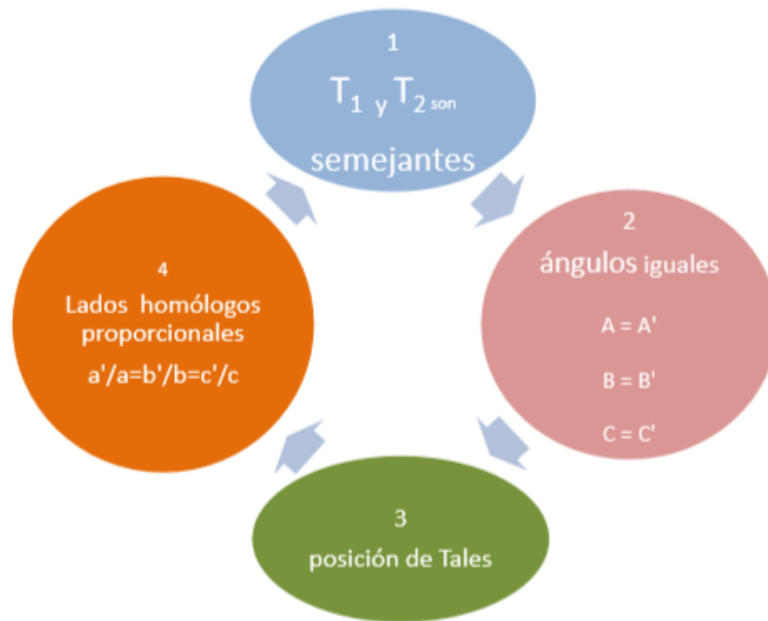


Según el teorema de Tales:

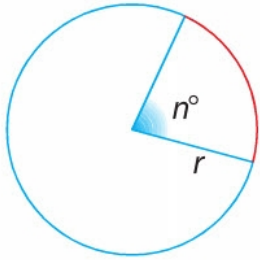
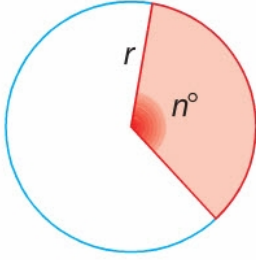
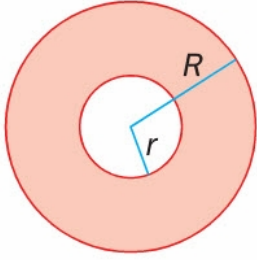
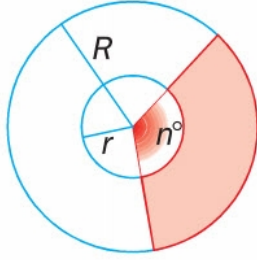
$$\frac{3}{2} = \frac{6}{b'} \quad \text{por lo tanto}$$

$$b' = \frac{6 \cdot 2}{3} = 4$$

Si tenemos dos triángulos T_1 y T_2 , las siguientes cuatro afirmaciones son equivalentes. Esto significa que si sabemos que una de las cuatro es cierta, entonces las otras tres son ciertas seguro. Y viceversa: si sabemos que una sola de ellas es falsa, entonces las otras tres seguro que son también falsas.



		NOMBRE	FORMA	ÁREA	
TRIÁNGULOS (Polígono de tres lados)		Triángulo		$A = \frac{1}{2}b \cdot h$	
ÁREAS DE FIGURAS PLANAS	CUADRILÁTEROS (Polígono de cuatro lados)	PARALELOGRAMOS (Tienen los lados paralelos dos a dos)	Cuadrado		$A = l^2$
			Rectángulo		$A = b \cdot h$
			Rombo		$A = \frac{D \cdot d}{2}$
			Romboide		$A = b \cdot h$
	TRAPECIOS (Tienen dos lados paralelos)	Trapezio rectángulo		$A = \frac{B+b}{2} \cdot h$	
		Trapezio isósceles			
		Trapezio escaleno			
	TRAPEZOIDES	Trapezoide		Se divide en 2 triángulos y se suman sus áreas	
	POLÍGONOS DE n LADOS	Polígono regular		$A = \frac{P \cdot a}{2}$	
		Polígono irregular		Se divide en triángulos y se suman sus áreas	
	Circunferencia		$L = 2 \cdot \pi \cdot r$		
	Círculo		$A = \pi \cdot r^2$		

Longitud		Área	
Arco de circunferencia	Sector circular	Corona circular	Trapezio circular
			
$L = \frac{2\pi \cdot r \cdot n^\circ}{360^\circ}$	$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot n^\circ}{360^\circ}$	$A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$	$A = \frac{\pi \cdot n^\circ \cdot (R^2 - r^2)}{360^\circ}$

VÍDEOS EXPLICATIVOS:

TEOREMA DE THALES. SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS <https://www.youtube.com/watch?v=eoSvj4BbC7U&t=235s>

Teorema de Pitágoras Aplicación en Figuras Planas <https://www.youtube.com/watch?v=WXRdDDo1xbA>

ÁREAS DE FIGURAS PLANAS (TRONCHO Y PONCHO) <https://www.youtube.com/watch?v=DxE3bt-bUMg>

- 1.- Halla la longitud de la hipotenusa en un triángulo rectángulo de catetos 15 y 36 dm.
- 2.- Calcula la longitud del cateto base en un triángulo rectángulo de hipotenusa 37 m y cateto altura 12 m.
- 3.- En un rectángulo, halla, aproximando a las décimas, la medida de la diagonal sabiendo que su base mide 13,2 dm y su altura 25,8 dm.
- 4.- Halla el perímetro de un rombo cuyas diagonales miden 10 y 24 m.
- 5.- Calcula el área de un triángulo equilátero de lado 10 m. Redondea el resultado en las décimas.
- 6.- Calcula el área de un hexágono regular de lado 16 cm. Recuerda que en un hexágono regular, el lado mide igual que el radio. Realiza los cálculos redondeando en las centésimas.

7.- El interior de la señal de tráfico es un triángulo equilátero de 78 cm de lado. La línea que separa la zona blanca de la negra es una altura. ¿Cuánto mide esa altura? Redondea el resultado a las décimas.



8.- En una urbanización se han protegido 420 ventanas cuadradas de 85 cm de lado con una cinta adhesiva especial, como se ve en la figura. ¿Cuántos metros de cinta se han empleado? Realiza los cálculos redondeando en las décimas.

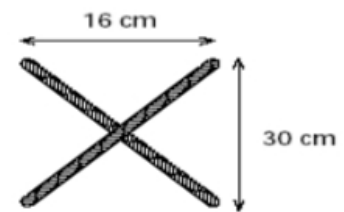
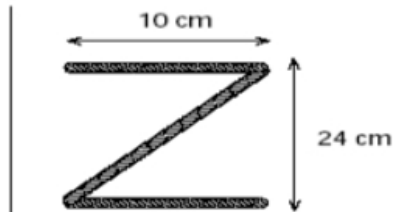
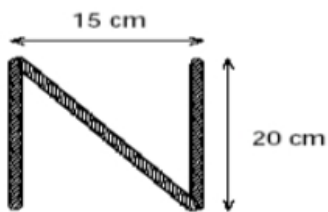


9.- Una escalera de 3,5 m de longitud se encuentra apoyada en una pared, quedando a 1,3 m de la misma. ¿Qué altura alcanza la escalera sobre la pared? Redondea el resultado en las centésimas.

10.- Una escalera de 65 dm de longitud está apoyada sobre la pared. El pie de la escalera dista 25 dm de la pared. a) ¿A qué altura se apoya la parte superior de la escalera en la pared?

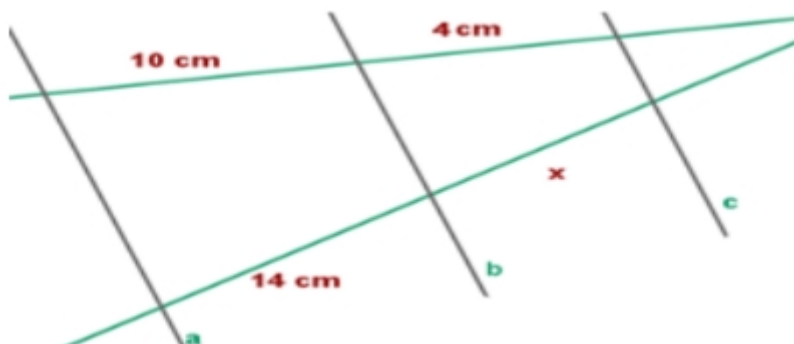
b) ¿A qué distancia de la pared habrá que colocar el pie de esta misma escalera para que la parte superior se apoye en la pared a una altura de 52 dm?

11.- Calcula los centímetros de cuerda que se necesitan para formar las letras N, Z y X de las siguientes dimensiones.

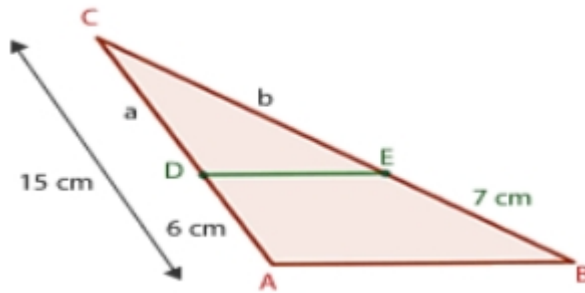


12.- En un cuadrado, calcula la medida de su lado si su diagonal mide 14 cm. Redondea el resultado a las centésimas.

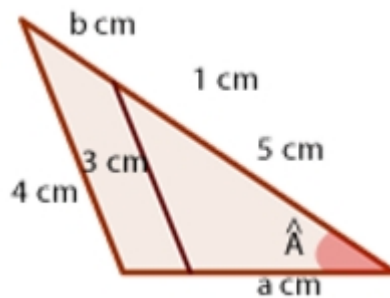
13.- Sabiendo que las rectas a, b y c son paralelas, calcula el valor de x.



14.- a) Sabiendo que el segmento DE es paralelo a la base del triángulo, ¿cuáles son las medidas de los segmentos a y b?



b) Sabiendo que los segmentos que miden 3 y 4 cm son paralelos, calcular a y b.



15.- Arianna y su primo Javier aparecen en una fotografía. Arianna mide 1,65 m y en la foto 5 cm.

a) Halla la razón de semejanza.

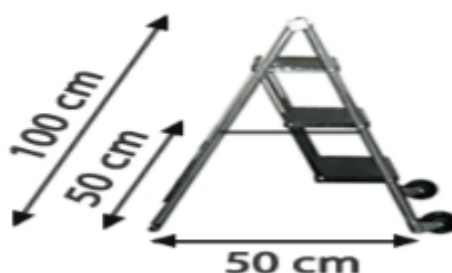
b) ¿Cuánto mide su primo Javier en la realidad si en la foto mide 4 cm?

16.- Las dimensiones de un rectángulo son 4 cm y 6 cm. ¿Cuáles de los siguientes rectángulos son semejantes a él? a) 36 cm y 54 cm b) 12 cm y 20 cm c) 10 cm y 15 cm d) 45 cm y 70 cm . Indica, también, cuál es la razón de semejanza en aquellos casos en los que los rectángulos sean semejantes.

17.- ¿Cuál es la altura del montón de libros situado sobre el césped?



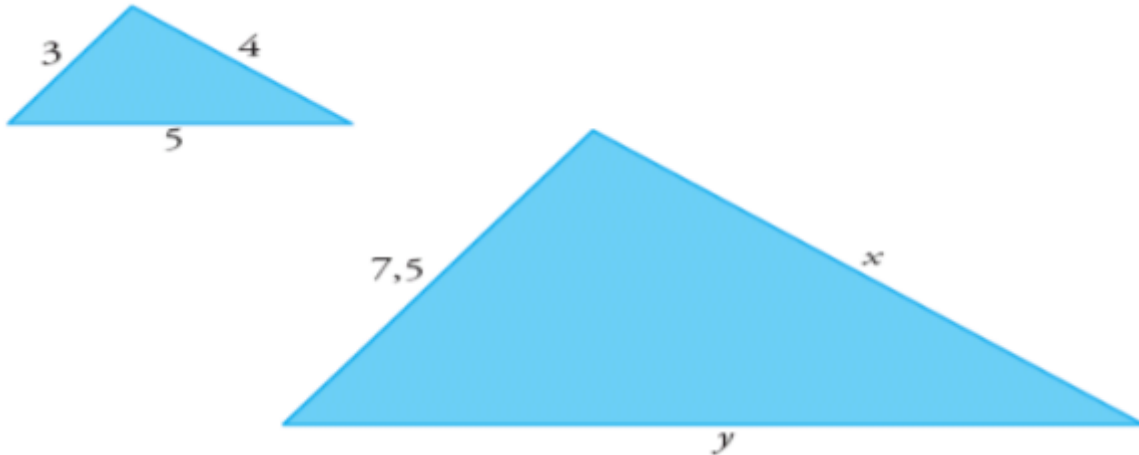
18.- Observando la escalera que aparece en el dibujo calcula la longitud de la cuerda que une los peldaños de la escalera con su parte posterior.



19.- Los catetos de un triángulo rectángulo miden 24 m y 10 m. ¿Cuánto medirán los catetos de un triángulo semejante al primero cuya hipotenusa mide 52 m?

20.- Calcula la altura de un edificio que proyecta una sombra de 48 m en el momento en que una estaca de 3 m arroja una sombra de 1,75 m.

21.- Sabiendo que los siguientes triángulos son semejantes calcular la medida de los lados desconocidos.



22.- Rocío mide 1,70 m y comprueba que cuando su sombra mide 1,20 m, la sombra del árbol mide 4,80 m. ¿Cuál es la altura del árbol?

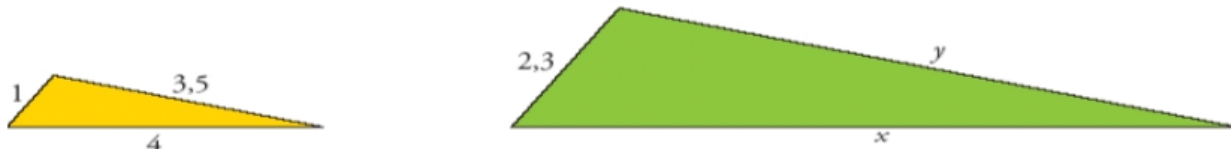


23.- Explica por qué dos triángulos rectángulos isósceles son semejantes.

24.- Dados dos triángulos rectángulos, en el primero conocemos las medidas del cateto base y el cateto altura que son respectivamente 5 y 12 dm y en el segundo, el cateto base y el cateto altura miden 12 y 28,8 dm, respectivamente. ¿Son triángulos semejantes?

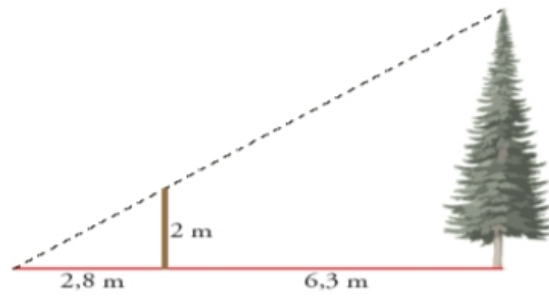
25.- Completa las siguientes frases: a) Dos figuras semejantes tienen la misma pero distinto b) Las figuras semejantes tienen los ángulos y los lados

26.- Calcula de forma razonada x e y .



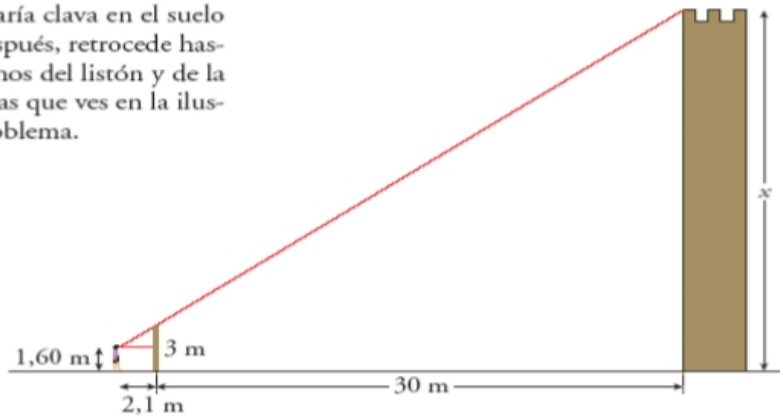
27.- Los lados de un triángulo miden 7, 9 y 12 cm. Otro triángulo semejante al anterior tiene el lado mediano de 6 cm. Halla la longitud de los otros dos lados.

28.- Álvaro coloca un palo de 2 m y realiza las mediciones indicadas. Calcula con estos datos la medida del árbol.

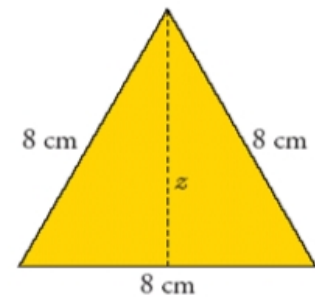
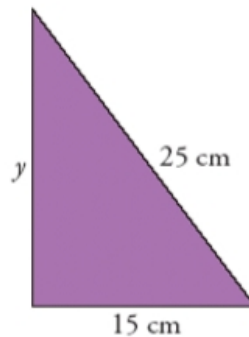
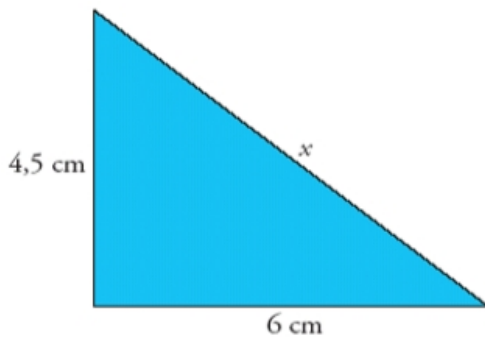


36)

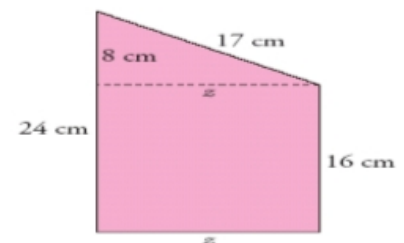
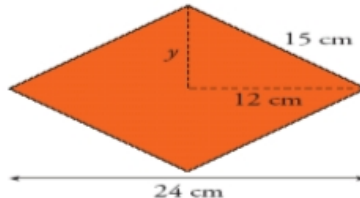
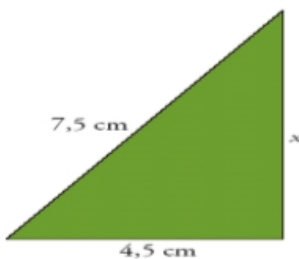
Para calcular la altura de una torre, María clava en el suelo un listón de tres metros de altura y, después, retrocede hasta que coinciden en la visual los extremos del listón y de la torre. A continuación, toma las medidas que ves en la ilustración. Con esos datos, resuelve el problema.



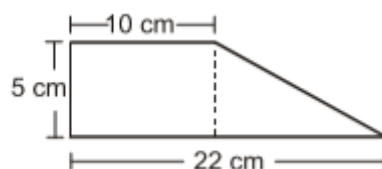
30.- Calcula la medida de los lados desconocidos en los siguientes triángulos :



31.- Calcula el área de los siguientes polígonos:



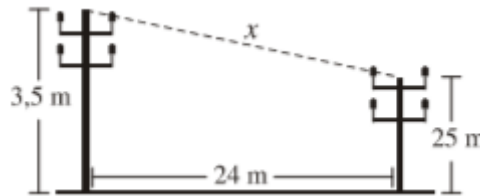
32. Calcula el perímetro y el área del trapecio:



33.- Un observador, cuya altura desde sus ojos al suelo es 1,65 m, ve reflejada en un espejo la parte más alta de un edificio. El espejo se encuentra a 2,06 m de sus pies y a 5 m del edificio. Halla la altura del edificio.



34.- Se desea tender un cable uniendo los extremos de dos torres metálicas de 25 m y 35 m de altura, respectivamente. Si los pies de ambas torres están separadas 24 m, ¿cuántos metros de cable se necesitan?



35.- La diagonal de un rectángulo mide 13 cm , y uno de los lados, 5 cm . Calcula el área y el perímetro.

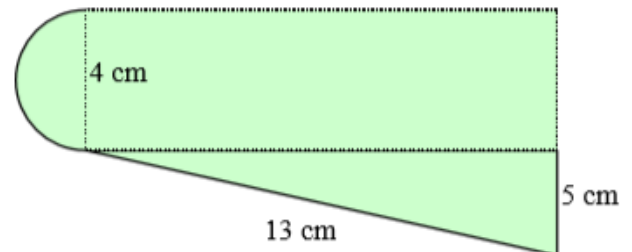
36.- El lado de un rombo mide 89cm y una de sus diagonales miden 160cm . Calcula su perímetro y el área.

37.- Los lados paralelos de un trapecio rectangular miden 13 dm y 19 dm , y el lado oblicuo mide 10 dm. Calcula la longitud de la altura, el perímetro y el área.

38.-Tenemos un jardín con la siguiente forma:

a. ¿Cuántos metros de valla necesitamos para vallarlo?

b. Calcula cuántos m^2 de césped hay que sembrar en el jardín.

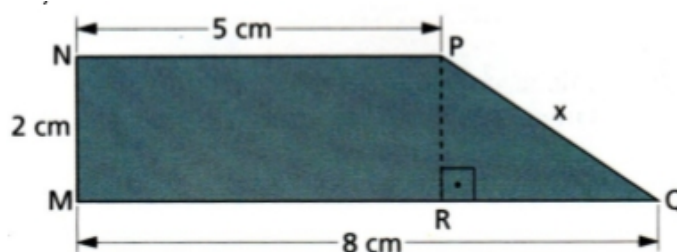


39.- Los lados de un triángulo miden 6cm, 8 cm y 12 cm. El lado menor de un segundo triángulo, semejante al primero, mide 18 cm Halla la longitud de los otros dos lados del segundo triángulo.

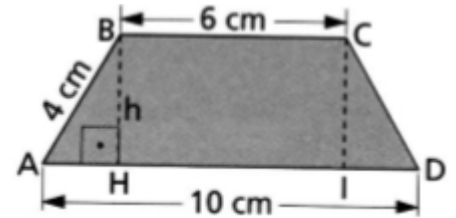
40.- Calcula la altura de una antena que arroja una sombra de 24 m en el momento en que un bastón de 80 cm arroja una sombra de 48 cm.

41.- Calcula el área y el perímetro del triángulo equilátero cuyo lado mide 26cm.

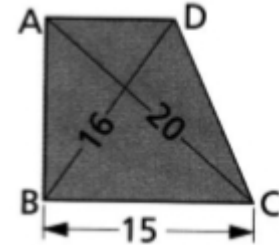
42.-Calcula el área y el perímetro del siguiente trapecio rectángulo (x se le llama lado oblicuo):



42.- Calcula el área y el perímetro del siguiente trapecio isósceles:



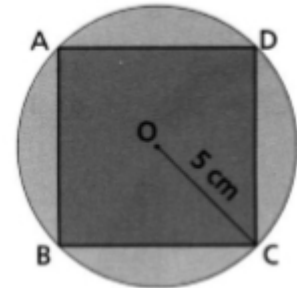
43.- Calcula el área y el perímetro del siguiente trapecio rectángulo (las medidas están en cm):



44.- Los lados de un triángulo isósceles miden 5cm, 5cm y 6cm. Calcula su área y su perímetro.

45. La diagonal de un cuadrado mide 25 m. Calcula su perímetro y su área.

46.- Con los datos de la figura calcula el lado del cuadrado y el área comprendida entre el círculo y el cuadrado.

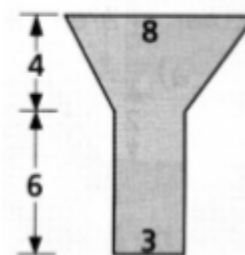
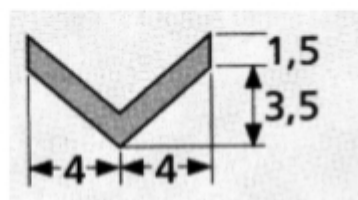
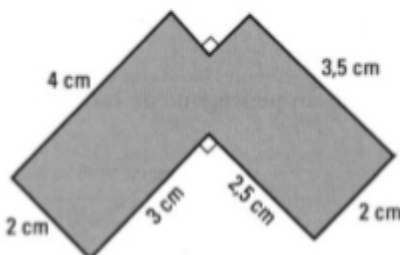
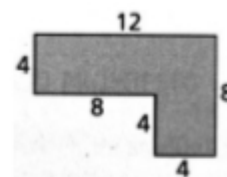
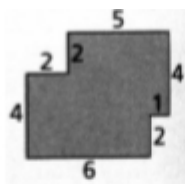
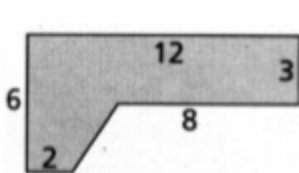


47.- Calcula el lado del cuadrado inscrito en un circunferencia de radio 8cm. Calcula también el área comprendida entre el círculo y el cuadrado.

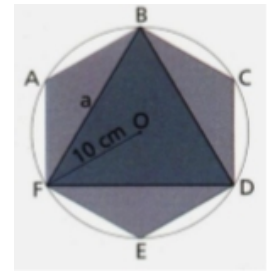
48.- Calcula el área de un triángulo equilátero de lado 12cm. Indicación: Tendrás que calcular antes su altura. (PAV3)

49.- Calcula la apotema y el área de un hexágono regular de radio 6cm (recuerda que en un hexágono regular, el radio coincide con el lado).

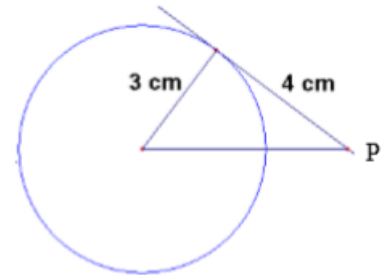
50.- Calcula el área de las siguientes figuras (todas las medidas están en cm):



51.- Con los datos de la figura calcula el lado del triángulo equilátero (radio = 10cm) y el área comprendida entre el hexágono y el triángulo.



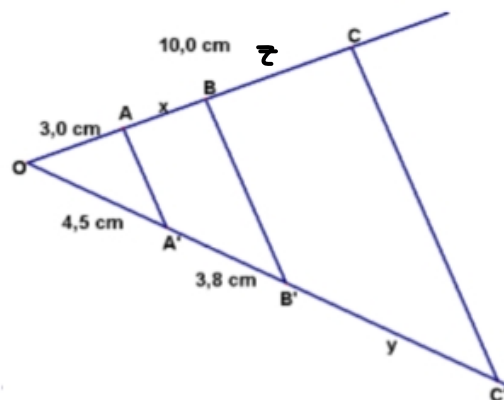
52.- Calcula la distancia del centro de la circunferencia al punto P, exterior a ella. Recuerda que en toda circunferencia el radio y la tangente son perpendiculares.



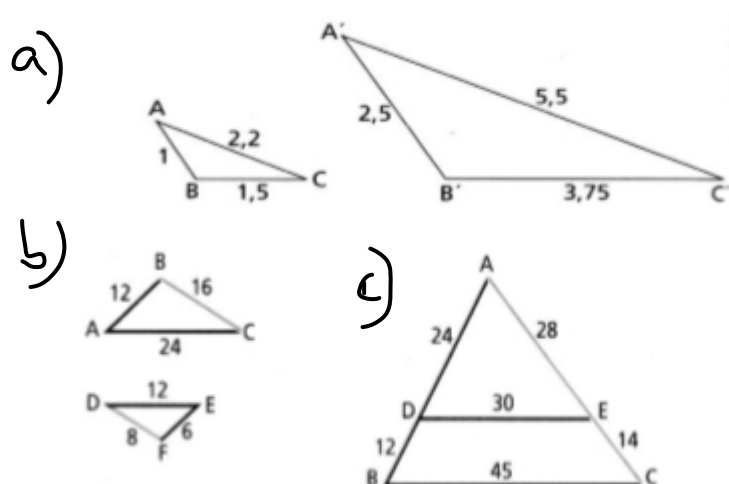
53.- El centro de una circunferencia se encuentra a 25m de un punto, P. El brazo tangente a la circunferencia desde dicho punto mide 24m. Calcula el radio de la circunferencia.

54.- Situamos una bombilla a 29m del centro de una circunferencia de radio 20m. Calcula la longitud del rayo de luz más largo que toca a la circunferencia.

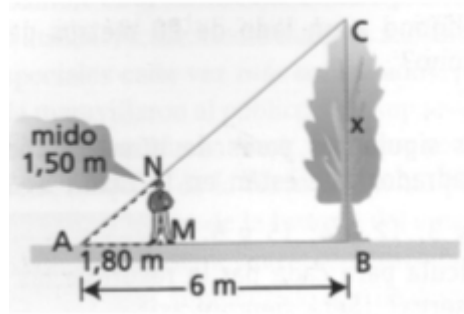
55.- Calcula el valor de las variables x, y, z en la siguiente figura. OC = 10,0 cm.



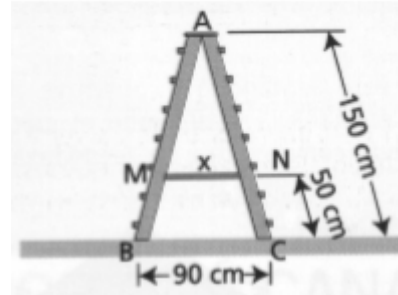
56.- Comprueba si estos triángulos son semejantes.



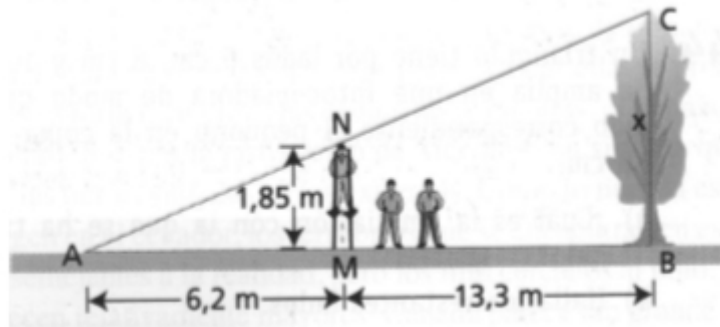
57.- ¿Cuánto mide la altura del árbol?



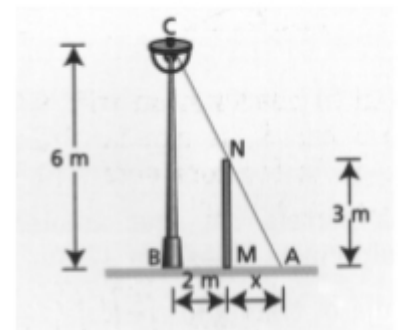
58.- ¿Cuánto mide el travesaño MN de la escalera?



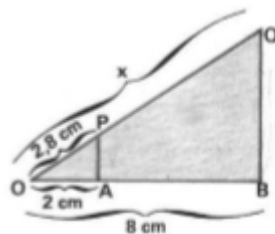
59.- ¿Cuánto mide la altura del árbol?



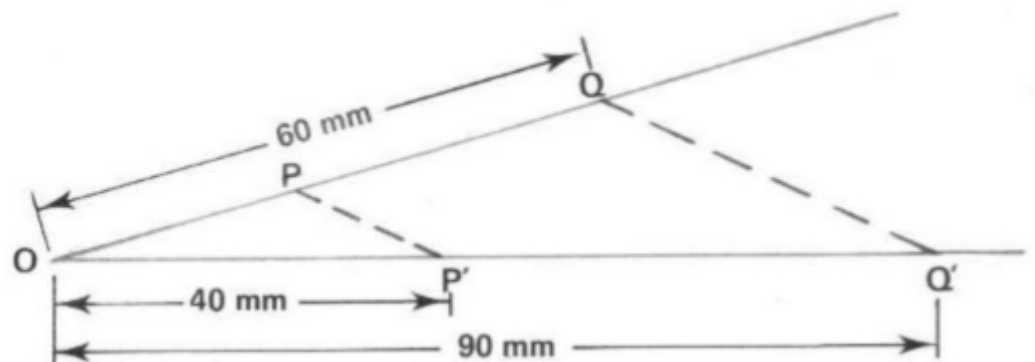
60.- ¿Cuánto mide la sombra x que produce el objeto junto a la farola?



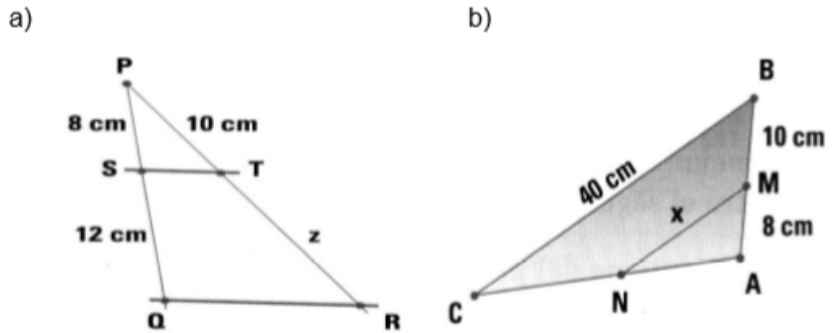
61.- Calcula x :



62.- Calcula PQ :



63.- Calcula las longitudes indicadas con letras:



64.- El aro de una canasta de baloncesto tiene una longitud de 1 m 41 cm aproximadamente. ¿Cuánto mide el diámetro de la canasta?

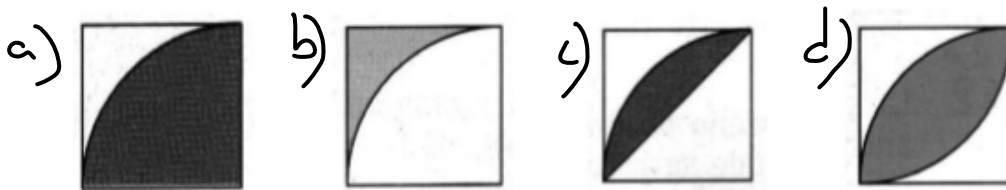
65.- Un sector circular de 40° tiene un área de $8,73 \text{ cm}^2$. Calcula su radio.

66.- ¿Cuántos grados abarca un sector circular de 10m de radio y un área de $65,45 \text{ m}^2$?

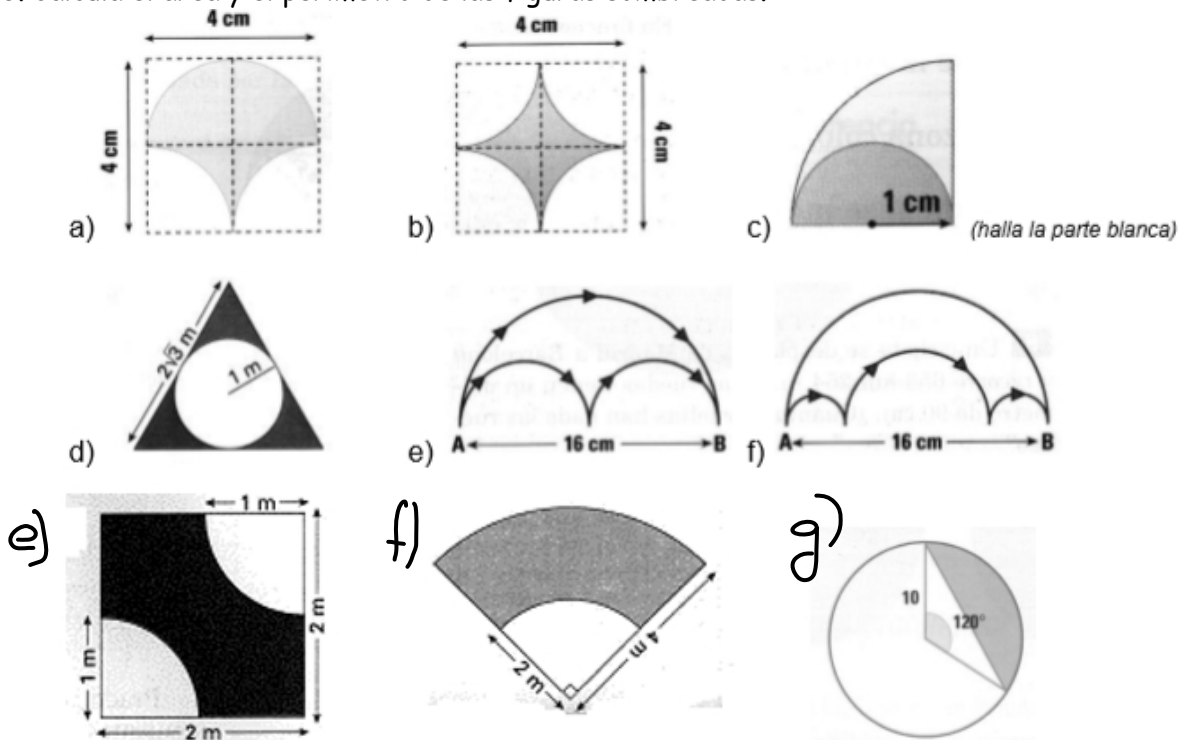
67.- Una corona circular tiene el radio exterior de longitud doble que el radio interior. Sabiendo que su área es de 9 cm^2 , calcula ambos radios.

68.- Una corona circular está limitada por dos circunferencias de forma que la exterior tiene un radio 2m mayor que el de la interior. Calcula dichos radios sabiendo que la corona contiene tanta área como un círculo de radio 8m.

69.- Calcula el valor de las áreas sombreadas. Todos los cuadrados tienen 4 cm de lado:

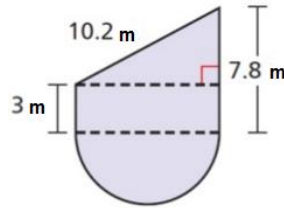
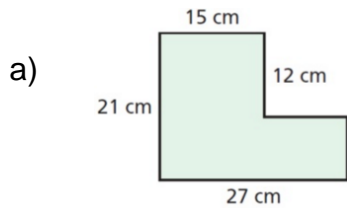


70. Calcula el área y el perímetro de las figuras sombreadas.

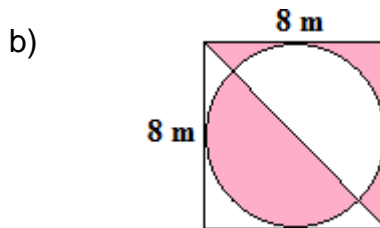
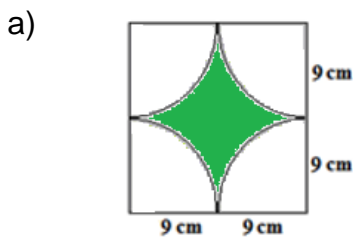


EJERCICIOS Y PLOBLEMAS DE GEOMETRÍA PLANA 2º ESO

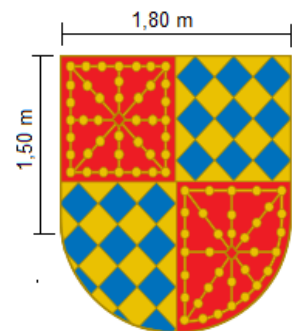
7 1) Determina el área y el perímetro de las siguientes figuras:



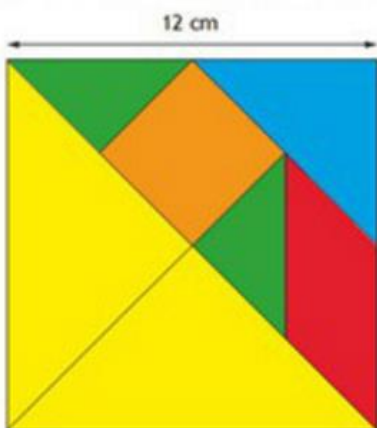
7 2) Calcular el área coloreada en las siguientes figuras:



7 3) Se quiere elaborar un escudo como el de la figura. Si una empresa cobra a 125 €/ m², ¿cuál será el coste del escudo?



7 4) Observa el dibujo del tangram de la figura y marca la respuesta correcta de cada problema:

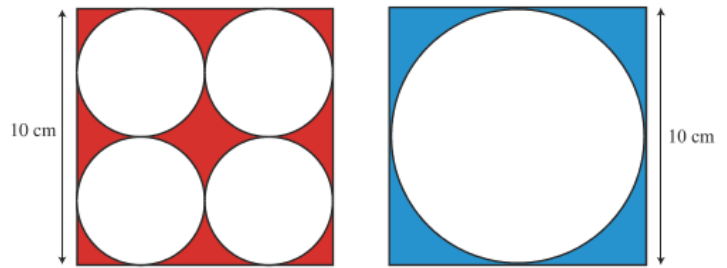


A. ¿Cuántos cm² de cartulina amarilla necesitas para hacer 5 tangram como el de la figura?
 a) 144 cm², b) 72 cm², c) 360 cm².

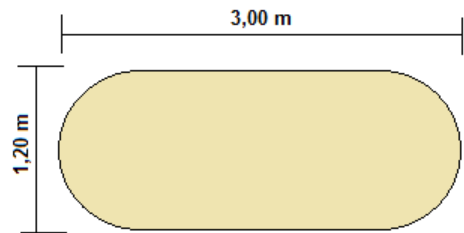
B. ¿Cuántos cm² de cartulina azul necesitas para hacer 4 tangram como el de la figura?
 a) 144 cm², b) 72 cm², c) 18 cm².

C. ¿Cuántos cm² de cartulina verde necesitas para hacer el tangram de la figura?
 a) 36 cm², b) 24 cm², c) 18 cm².

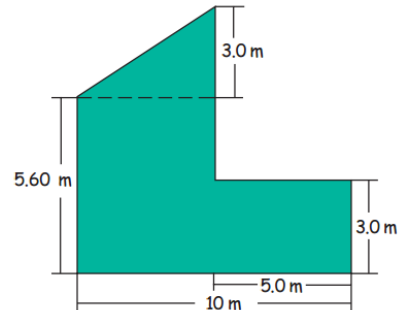
- 75) Calcula el área de la zona sombreada en ambas figuras. ¿En cuál es mayor?



- 76) Una mesa de comedor tiene la forma de la figura. Si sabemos que el precio del m^2 de madera es de 180 €. Determinar los costes de la mesa.



- 77) La señora Inés va a comprar un terreno para construir su casa; si el metro de terreno vale 300.00 €/m² ¿cuánto debe pagar, si el terreno tiene la forma que a continuación se muestra?



- 78) La señora Francisca va a pintar la fachada de su casa.

- ¿Cuántos metros tiene?
- Si el rendimiento de la pintura es de 8 m²/litro y el bote de 1 litro es a 18 €, y el de 5 litros cuesta 70 €. ¿Cuánto le cuesta la pintura?

