

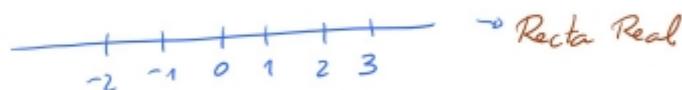
UNIDAD 2: NÚMEROS ENTEROS

1. NÚMEROS ENTEROS

Los n^{os} enteros están formados por los n^{os} positivos, los n^{os} negativos y el 0.

El conjunto de los números enteros se representa por \mathbb{Z} .

■ REPRESENTACIÓN EN LA RECTA NUMÉRICA



→ orden de menor a mayor.

■ VALOR ABSOLUTO

El valor absoluto de un n^o entero es la distancia que separa ese n^o del cero. Se escribe entre barras.

Ejemplo:

$$|-5| = 5$$

$$|+3| = 3$$

$$|3| = 3$$



En la práctica se escribe al n^o sin signo.

■ OPUESTO

El opuesto de un n^o entero es otro n^o que está situado a la misma distancia del cero, es decir, que tienen el mismo valor absoluto.

Ej:

$$Op(+5) = -5$$

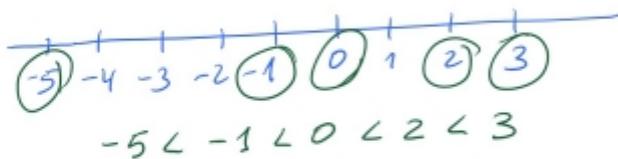
$$Op(-3) = +3$$

En la práctica se cambia el signo.

2. COMPARACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Para comparar n^{os} enteros los dibujamos en la recta real porque sabemos que están ordenados de menor a mayor.

Ejemplo: -5 ; 0 ; -1 ; 2 , 3



$<$ → MENOR QUE

\leq → MENOR O IGUAL QUE

$>$ → MAYOR QUE

\geq → MAYOR O IGUAL QUE

3. SUMAR NÚMEROS ENTEROS

Si dos n° s tienen el mismo signo se suman y se pone el signo.

Si dos n° s tienen distinto signo se restan y se pone el signo del mayor en valor absoluto.

Ejemplo:

$$+2 + 3 = +5$$

$$-2 + 3 = +1$$

$$+2 - 3 = -1$$

$$-2 - 3 = -5$$

■ SACAR PARÉNTESIS

Si delante del paréntesis hay un +, los signos de dentro del paréntesis quedan iguales.

Ejemplo:

$$+(+5) = 5$$

$$+(-5) = -5$$

$$\bigcirc (-5) = -5$$

← SI NO HAY NADA HAY UN +.

Si delante del paréntesis hay un -, los signos de dentro del paréntesis cambian.

Ejemplo:

$$-(+5) = -5$$

$$-(-5) = +5$$

$$-(5) = -5$$

SUMAR MÁS DE DOS NÚMEROS

Se suman todos los positivos por un lado y se pone el signo + delante. Luego se suman todos los negativos y se pone el signo - delante. Al final operamos.

Ejemplo:

$$\begin{array}{ccccccc} 2 & - & 3 & - & 2 & + & 5 & - & 1 & = & + & 7 & - & 6 & = & + & 1. \\ \color{green}{-} & & \color{pink}{-} & & \color{pink}{-} & & \color{green}{-} & & \color{pink}{-} & & & & & & & & & \end{array}$$

4. MULTIPLICAR Y DIVIDIR NÚMEROS ENTEROS

Para multiplicar o dividir n° enteros se operan por un lado los signos y por otro lado los n°s.

$+$	\cdot	$+$	$=$	$+$
$+$	\cdot	$-$	$=$	$-$
$-$	\cdot	$+$	$=$	$-$
$-$	\cdot	$-$	$=$	$+$

$+$	$:$	$+$	$=$	$+$
$+$	$:$	$-$	$=$	$-$
$-$	$:$	$+$	$=$	$-$
$-$	$:$	$-$	$=$	$+$

Ejemplos:

$$(+2) \cdot (+3) = +6$$

$$(+10) : (+5) = 2$$

$$(+2) \cdot (-3) = -6$$

$$10 : (-5) = -2$$

$$(-2) \cdot (+3) = -6$$

$$-10 : 5 = -2$$

$$(-2) \cdot (-3) = +6$$

$$(-10) : (-5) = +2$$

5. OPERACIONES COMBINADAS

JERARQUÍA DE LAS OPERACIONES

1. Paréntesis
2. Potencias y Raíces
3. Multiplicaciones y Divisiones
4. Sumas y Restas

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. Calcula en tu cuaderno:

- a. $(+7) - (-5) - (+2) + (-6)$ b. $-(-9) - (+7) + (-8) + (+6)$
 c. $+(-1) - (+15) - (-13) + (+7)$ d. $- (+2) + (-5) - (-17) - (+8) - (+4)$

2. Calcula mentalmente:

- a. $7 - 3$ b. $6 - 14$ c. $12 - 8$ d. $25 - 32$
 e. $31 - 43$ f. $56 - 63$ g. $-10 - 16$ h. $-31 - 18$
 i. $-44 - 11$ j. $-18 + 18$ k. $-27 + 9$ l. $-42 + 32$

3. Efectúa en tu cuaderno aplicando la regla de los signos:

- a. $(-6) \cdot (-7)$ b. $(-24) : (+4)$ c. $(-5) \cdot (+8)$ d. $(+49) : (-7)$ e. $(-7) \cdot (-9)$
 f. $(+48) : (+6)$ g. $(+11) \cdot (+6)$ h. $(-60) : (-10)$ i. $(-12) \cdot (-6)$ j. $(+75) : (-15)$

4. Halla y escribe el resultado en tu cuaderno:

- a. $6 - 9 - 5 + 4 - 7 + 1$ b. $11 - 12 + 8 - 14 + 16 - 7$
 c. $1 - 3 - 8 - 12 + 4 + 19 - 2$ d. $-8 - 16 + 9 + 2 - 8 - 7 + 12$

5. Utiliza la jerarquía de operaciones para calcular en tu cuaderno:

- a. $4 \cdot (10 - 12)$ b. $-6 \cdot (5 - 1)$ c. $6 \cdot (1 - 5) - 10$
 d. $10 + 5 \cdot (8 - 12)$ e. $7 \cdot (9 - 2) - 4 \cdot (6 - 12)$ f. $5 \cdot (12 - 9) + 4 \cdot (2 - 17)$

6. Efectúa en tu cuaderno aplicando la regla de los signos:

- a. $(+16) \cdot (+3)$ b. $(-4) \cdot (+9)$ c. $(+5) \cdot (-6)$ d. $(-8) \cdot (-3)$ e. $(-2) \cdot (+5)$
 f. $(+150) : (+15)$ g. $(-75) : (+25)$ h. $(+63) : (-21)$ i. $(-40) \cdot (+5)$ j. $(-80) \cdot (-10)$

7. Utiliza la jerarquía de operaciones para calcular en tu cuaderno:

- a. $7 - 5 \cdot 4$ b. $3 \cdot 8 - 6$ c. $5 \cdot 6 - 7 \cdot 4$
 d. $3 \cdot 9 - 5 \cdot 4$ e. $25 - 5 \cdot 8 + 2 \cdot 6 - 33$ f. $6 \cdot 7 - 40 - 4 \cdot 8 + 57$

8. Efectúa en tu cuaderno y explica qué conclusiones obtienes:

- a. $(-3)^4$ b. $(+3)^4$ c. -3^4 d. $+3^4$ e. $(-3)^3$ f. -3^3

9. Utiliza la jerarquía de operaciones para calcular en tu cuaderno:

- a. $6 \cdot (-5) - 3 \cdot (-7) + 20$ b. $-8 \cdot (+5) + (-4) \cdot 9 + 50$
 c. $(-3) \cdot (+9) - (-6) \cdot (-7) + (-2) \cdot (+5)$ d. $-(-1) \cdot (+6) \cdot (-9) \cdot (+8) - (+5) \cdot (-7)$

10. Representa gráficamente y ordena en sentido creciente, calcula los opuestos y los valores absolutos de los siguientes números enteros:

9, -5, -6, 4, -3, 5, -6, 0, 8

Problemas

11. En un campo de extracción de petróleo una bomba lo extrae de un pozo a 1 528 m de profundidad y lo eleva a un depósito situado a 34 m de altura. ¿Qué nivel ha tenido que superar el petróleo?
12. La temperatura del aire baja según se asciende en la atmósfera, a razón de $9\text{ }^{\circ}\text{C}$ cada 300 metros. ¿A qué altura vuela un avión si la temperatura del aire es de $-90\text{ }^{\circ}\text{C}$, si la temperatura al nivel del mar en ese punto es de $15\text{ }^{\circ}\text{C}$?
13. Nieves vive en la planta 8 de un edificio y su plaza de garaje está en el sótano 3. ¿Cuántas plantas separan su vivienda de su plaza de garaje?
14. La fosa de Filipinas está aproximadamente a 10 mil metros bajo el nivel del mar, y el monte Everest está a una altura de 8 848 metros, ¿qué diferencia de altura hay entre el monte más alto y la sima más profunda en la Tierra?
15. Hay oscuridad absoluta en los océanos a 500 metros de profundidad, y su profundidad media es de 4 km. Expresa con números enteros esas cifras.
16. El saldo de la cartilla de ahorros de Manuel es hoy 289 €, pero le cargan una factura de 412 €. ¿Cuál es el saldo ahora?
17. Cuando Manuel fue a la Sierra a las 7 de la mañana el termómetro marcaba $-7\text{ }^{\circ}\text{C}$, aunque a la hora de comer el termómetro había subido $9\text{ }^{\circ}\text{C}$, y a la hora de volver había vuelto a bajar $5\text{ }^{\circ}\text{C}$, ¿qué temperatura hacía a esa hora?
18. ¿Cuál era la temperatura inicial de un termómetro que ahora marca ahora $12\text{ }^{\circ}\text{C}$ después de haber subido $9\text{ }^{\circ}\text{C}$?
19. Lourdes tenía ayer en su cartilla -169 euros y hoy tiene 56 euros. ¿Ha ingresado o ha gastado dinero? ¿Qué cantidad?
20. ¿Cuál es la diferencia de temperatura que debe soportar una persona que pasa de la cámara de conservación de las frutas, que se encuentra a $4\text{ }^{\circ}\text{C}$, a la de la carne congelada, que está a $-18\text{ }^{\circ}\text{C}$? ¿Y si pasara de la cámara de la carne a la de la fruta?
21. Hace 5 semanas Ana tenía dinero ahorrado, si cada semana se gasta 7 euros, ¿cuánto dinero tenía más del que tiene ahora?
22. Roma fue fundada en el año 73 antes de Cristo, y el acueducto de Segovia se construyó hacia el año 160 d. C. ¿Cuántos años habían pasado desde la fundación de Roma?

AUTOEVALUACIÓN

- El resultado de la operación: $\{(-1 + 3) \cdot (-2 - 3) + (-5 + 1) : (+3 - 2)\}$ es:
a) -10 b) $+14$ c) -14 d) $+16$
- El producto $(-2) \cdot (-6) \cdot (-5)$ es:
a) menor que -100 b) mayor que 0 c) menor que -4 d) mayor que 50
- El resultado de la operación $(+4) \cdot (-2) \cdot (-5) \cdot (-1)$ es:
a) -12 b) $+40$ c) -40 d) $+20$
- Desde el año 63 a. C. hasta el 77 d. C. transcurren:
a) 140 años b) 14 años c) -14 años d) -40 años
- ¿Cuál de las siguientes potencias es positiva?
a) $(-2)^5$ b) $(-3)^2$ c) $(-4)^3$ d) $(-1)^7$
- Un termómetro ha subido 10°C , luego ha bajado 8°C y, por último, marca -5°C . La temperatura inicial era:
a) -7°C b) -13°C c) $+3^\circ\text{C}$ d) -3°C
- Al viajar desde una latitud de 6° Sur hasta otra de 40° Norte, la variación de latitud es:
a) 46° Norte b) 34° Sur c) 34° Norte d) 50° Sur
- La temperatura es de 15°C bajo cero y, a lo largo del día, el termómetro sube 20°C y después desciende 8°C . Por tanto, la temperatura final es:
a) -2°C b) -3°C c) 2°C d) 3°C
- Si estás situada en el punto -9 de la recta numérica de los números enteros, ¿qué movimientos te llevan hasta $+5$?
a) $+13 - 3 + 4$ b) $-1 + 14$ c) $+18 - 5$
- El resultado de la operación $(+3) - (+5) + (-4) - (-7) + (-6)$ es:
a) -2 b) -3 c) -4 d) -5

- 1.- a) Ordena de menor a mayor: $-2, |-1|, -1, |+5|, 11, -14, -8, |-8|$
 b) ¿Cuántos números enteros están comprendidos entre -1024 y 53 ?
 c) El matemático griego Tales de Mileto murió en el 546 a.C a los 78 años de edad. ¿En qué año nació?
 d) ¿Puede ser $|x| = -2$? Razona la respuesta.

2.- Calcula:

- a) $15 - [(10 + 8 - 2) - (5 - 3 + 1)] - (10 - 3 - 9) =$
 b) $(7 - 10) \cdot (-4) - (8 + 7) : (-3) + (8 + 4) : (8 - 10) =$
 c) $(-40) : [(-2) \cdot (-5) - (-1) \cdot (-2)] + (-30) : (-6) =$
 d) $18 - 5 \cdot [6 - 2 \cdot (4 - 7)] + 3 \cdot [5 - 3 \cdot (9 - 11)] =$
 e) $[(+5) + (-3+6) \cdot (-2)] - [(-4+10) : (-3) - (-5)] =$
 f) $\sqrt{(1+2) \cdot 4+4} - (5-2^3) =$
 g) $2 \cdot 3^2 - 5^2 \cdot (4 - 2) : 5 =$
 h) $(2-5) \cdot [8 - 3 \cdot (4+3)] - [(3-4) \cdot (-24 + 32)] : (-6 + 2 \cdot 2) =$
 i) $[2 - (3 - 4 \cdot 5) - 1] - 2 \cdot (3 - 25 + 17) =$
 j) $1 + [2 - 5 : (-1)] - 4 \cdot 2 + 5 - 7 \cdot 2 =$
 k) $[3 - 3 \cdot (7 - 6 \cdot 2)] - 18 : (-6) =$
 l) $16 - 30 : [6 - 2 \cdot (3 - 1) - 3] =$
 m) $\sqrt{144} : [-12 + (-7) \cdot (-2)]^2 + (-2+4)^3 =$
 n) $8^5 : 8^3 - 2^4 \cdot 5^4 - 12^3 : 3^3 =$

3.- Calcula:

- a) $(-6)^5 : (-6)^2 - (-4)^2 \cdot (\sqrt{16} - 2^0) =$
 b) $(-7)^5 : (-7)^3 + 2^5 \cdot 5^5 + 12^4 : (-4)^4 =$
 c) $(-8)^5 : (-8)^3 - 2^4 \cdot 5^4 - 12^3 : (-3)^3 =$
 e) $\sqrt{144} : [-12 + (-7) \cdot (-2)]^2 + (-2)^3 =$
 f) $6 : (8 - 11) + (-5) \cdot [5 \cdot (8 - 2) - 4 \cdot (9 - 4)] =$

4.- Expresa como potencia única (usando las propiedades de las potencias) y luego **calcula**:

- a) $(-2)^5 \cdot (+5)^5 =$
 b) $(-5)^4 \cdot (-5)^3 : (-5)^5 =$
 c) $(-3)^7 : (-3)^4 : (-3)^3 =$
 d) $((-7)^3)^2 : (-7)^5 =$
 e) $35^3 : (-7)^3 =$

5.- Calcula: $(-2)^0 ; -2^0 ; (-2)^3 ; -2^3 ; -2^4 ; (-2)^4$.

PROBLEMAS CON NÚMEROS ENTEROS

- Aristóteles, uno de los filósofos más influyentes de todos los tiempos, vivió entre los años 106 y 43 a.C. ¿A qué edad murió? ¿Cuántos años hace de eso?
- ¿En qué año nos situamos medio siglo antes del año 15 de nuestra era?
- Se cree que Arquímedes inventó el tornillo. Después de 2146 años se inventó el ordenador, en 1946 . ¿En qué año inventó Arquímedes el tornillo?
- Un edificio está formado por 4 sótanos, la planta baja y 11 pisos más. La altura de cada sótano es un metro mayor que la de cada piso. El sótano -4 está a una altura de -16 m. ¿Cuál es la altura del edificio?

5. En las vidas de Cicerón y Séneca encontramos numerosos rasgos comunes. Los dos eran ciudadanos de Roma, cultos, buenos oradores y metidos en política, lo que a ambos les costó la vida. Sin embargo, vivieron en distinta época: • Cicerón nació en el año 106 a.C. y vivió 63 años. Séneca nació 47 años después de la muerte de Cicerón y vivió 61 años. ¿En qué año murió Séneca?

6. Un emperador romano nació en el año 63 a. C. y murió en el 14 d. C. ¿Cuántos años vivió?

7. Una bomba extrae el petróleo de un pozo a 975 m de profundidad y lo eleva a un depósito situado a 48 m de altura. ¿Cuántos metros recorre el petróleo?

8. La temperatura del aire baja según se asciende en la atmósfera, a razón de 9°C cada 300 metros. Si la temperatura al nivel del mar en un punto determinado es de 0°C , ¿a qué altura vuela un avión si la temperatura del aire es de -81°C ?

9. En un depósito hay 800 l de agua. Por la parte superior un tubo vierte en el depósito 25 l por minuto, y por la parte inferior por otro tubo salen 30 l por minuto. ¿Cuántos litros de agua habrá en el depósito después de 15 minutos de funcionamiento?

10. Pitágoras murió el año 493 a de C y nació en el 580 a.C. ¿Cuántos años vivió?

OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS

a) $5 \cdot (-4) + 5 - 2 \cdot (-3) =$

b) $12 - 6 + 8 - (-3) - 5 + 9 - (-7) + 8 =$

c) $-(-12) + 6 - (+2) - 6 + (-7) - 2 =$

d) $5 - (-12) - 8 + 6 - (+5) + 10 - 5 - (-9) + 3 =$

e) $-7 - 3 \cdot (4 - 19 - 5 + 32) + 21 =$

f) $[2 - (3 - 4 \cdot 5) - 1] - 2 \cdot (3 - 25 + 17) =$

g) $-7 + 2 \cdot (-5) + 14 - 4 \cdot 3 =$

h) $-8 + 12 - 5 - (-12) - 8 + 6 - (-13) + 10 - 5 - (-9) + 13 =$

i) $5 - (-5) + 6 - 15 + 3 - (+8) - 7 + 5 - (+2) + (+24) =$

j) $9 - 12 - (6 + 8 - 4 + 9 - 7 - 3) + 5 - (7 - 8 + 2 - 3) + 1 - (-12 - 8 - 6 - 4) + 3 =$

k) $12 - 6 + 8 - (5 - 8 - 7 + 4 - 3) - 5 + 9 - (12 - 7 + 8 - 9 - 4) + 8 =$

l) $-(-12) + 6 - (5 + 4 - 9 - 6 + 2 - 7) - 6 + (-5 + 8 - 4 + 1 - 2 - 7) - 2 =$

m) $-(1 - 3 + 5 - 7) + 4 - 12 + 13 - (2 + 15 - 4 + 3)$

n) $5 - (7 - 6 + 8 - 12 + 3 - 4) - 8 + 6 - (12 - 13 + 5 - 3 - 7) + 10 - 5 - (-5 - 9) + 3 =$

ñ) $3 \cdot (-4) + 5 \cdot (-2) + 16 =$

o) $6 + 28 : 7 - 12 \cdot (-9) + 3 \cdot (-5) + 14 - 8 : 2 =$

p) $5 \cdot (-2) + (-8) : (-4) - 5 =$

q) $7 - (-3) + (-8) : (-8) - 3 - (-1) =$

r) $-6 + (-8) + (-5) + (-1) =$

s) $9 - 4 - (2 - 5 + 2) - 7 + 3 - 9 =$

t) $(5 - 1) : (3 - 1) - 3 \cdot 2 - 5 \cdot (-3) + 7 =$

u) $9 - 3 \cdot 4 - 5 - (2 - 4 + 1) \cdot (-2) + 7 =$

v) $1 + [2 - 5 : (-1)] - 4 \cdot 2 + 5 - 7 \cdot 2 =$

w) $9 - 4 - 7 - (3 - 5 - 4) + 6 \cdot 2 - 5 \cdot 3 =$

x) $2 - [2 - 9 : (3 - 2 \cdot 3) + 1 \cdot (-2)] + 6 : (-8 + 4 + (-2) \cdot 2 + 5) =$

y) $(4 - 5 + 12 - 9) + 3 - 2 - (7 - 17 + 12) - 5$

z) $(-4 - 5 + 7) \cdot (6 + 9 - 12) - 7 \cdot 4 + 5 =$

OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS (con solución)

1 - Realiza las siguientes operaciones:

- a) $5 - 3 + 8 - 4 + 9$
- b) $-4 + 1 - 5 + 3 - 8$
- c) $-5 - 6 + 7 - 3 + 8$
- d) $3 + 5 - 9 + 1 - 8$

2 - Realiza las siguientes operaciones:

- a) $7 \cdot (-6)$
- b) $-8 \cdot (-9)$
- c) $42 : (-6)$
- d) $-81 : 9$
- e) $-5 \cdot (-2) \cdot 4 \cdot (-10)$
- f) $600 : (-10) : 5 : (-2)$
- g) $-8 \cdot 6$
- h) $7 \cdot (-9)$
- i) $-48 : 6$
- j) $-72 : (-9)$
- k) $-2 \cdot (-3) \cdot (-10) \cdot 5$
- l) $-900 : (-9) : 2 : (-5)$

3 - Resuelve las siguientes operaciones combinadas con números enteros:

- a) $5 \cdot (7 - 4) + 9 \cdot 4 : 6$
- b) $-4 \cdot (6 - 5) + 6 \cdot (-8) : 4$
- c) $24 : (5 - 11) - 3 \cdot (25 - 30)$
- d) $5 \cdot (5 - 9) + 8 \cdot (-9) : 6$
- e) $18 : (9 - 7) - 5 \cdot (50 - 53)$
- f) $81 : (7 - 16) - 8 \cdot (80 - 100)$

4 - Resuelve las siguientes operaciones combinadas con números enteros:

- a) $13 - [8 - (6 - 3) - 4 \cdot 3] : (-7)$
- b) $5 \cdot (8 - 3) - 4 \cdot (2 - 7) - 5 \cdot (1 - 6)$
- c) $12 \cdot (12 - 14) - 8 \cdot (16 - 11) - 4 \cdot (5 - 17)$
- d) $18 - 40 : (5 + 4 - 1) - 36 : 12$
- e) $4 + 36 : 9 - 50 : [12 + (17 - 4)]$
- f) $48 : [5 \cdot 3 - 2 \cdot (6 - 10) - 17]$
- g) $3 \cdot 4 - 15 : [12 + 4 \cdot (2 - 7) + 5]$
- h) $2 \cdot [3 \cdot (4 - 9) - 8] - [2 \cdot (1 - 5)] + 3$
- i) $120 : [-2 \cdot (10 - 9)] + 10 + 25 : 5$
- j) $5 \cdot [-25 : (4 - 9) + 1] - 3 \cdot [(1 - 5) - (3 - 8)]$
- k) $10 + 12 : (-4) + 20 : [-2 \cdot (10 - 9)]$

SOLUCIONES:

1.- a) 15 b) -13 c) 1 d) -8

2.- a) -42 g) -48 b) 72 h) -63 c) -7 i) -8 d) -9 j) 8 e) -400 k) -300 f) 6 l) -10

3.- a) 21 b) -16 c) 11 d) -32 e) 24 f) 151

4.- a) 12 b) 70 c) -16 d) 10 e) 6 f) 8 g) 17 h) -35 i) -45 j) 27 k) -3