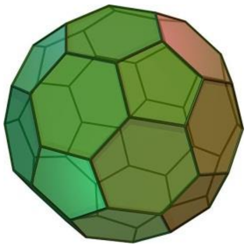
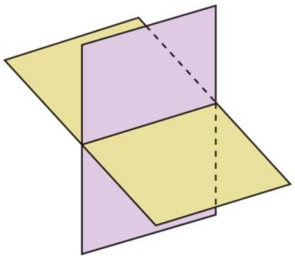
5. LOS POLIEDROS



Un poliedro es un cuerpo geométrico tridimensional cuyas caras son polígonos.

Los poliedros pueden ser convexos o cóncavos.



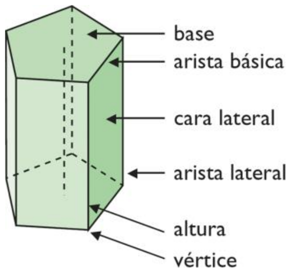
Un ángulo diedro es la región del espacio delimitada por dos semiplanos.

Un ángulo diedro es convexo si es menor que un llano y en caso contrario se dice que es cóncavo.

5.1. ELEMENTOS DE UN POLIEDRO

En un poliedro podemos distinguir los siguientes elementos:

- **Caras**: son los polígonos que forman el poliedro.
- **Aristas**: son los segmentos en los que se intersecan (cortan) las caras.
- **Vértices**: son los puntos donde se intersecan las aristas.



Además podemos citar los **ángulos diedros** delimitados por dos caras que se cortan y los **ángulos poliedros** determinados por las caras que inciden en un mismo vértice.

5.2. EL TEOREMA DE EULER

En 1750 Leonhard Euler publicó su teorema de poliedros, el cual indica la relación entre el número de caras, aristas y vértices de un poliedro convexo (sin orificios, ni entrantes) cualquiera, en el que también concluye que sólo pueden ser cinco los sólidos regulares.

$$C + V = A + 2$$

donde

C = Número de caras
V = Número de vértices
A = Número de aristas

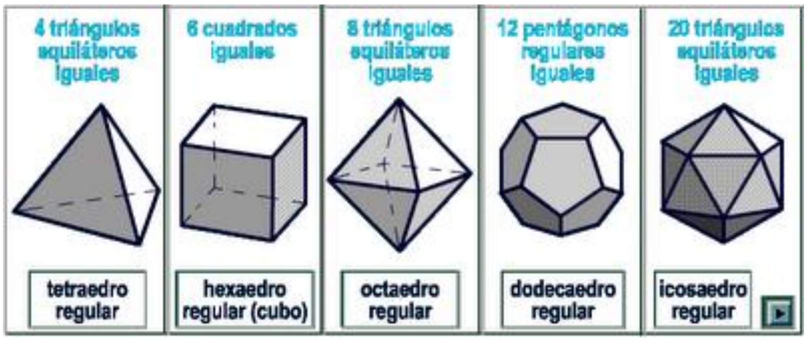
5.3. POLIEDROS REGULARES

Un poliedro es regular si:

- Sus caras son polígonos regulares iguales.

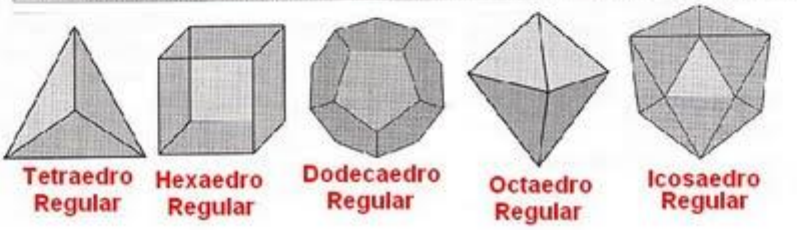
- En cada vértice concurren el mismo número de caras.

Sólo hay cinco poliedros regulares, que son los siguientes:



Todos los poliedros regulares cumplen el teorema de Euler:

Poliedro	Nº caras	Nº aristas	Nº vértices	Teorema de Euler
Tetraedro regular	4	6	4	4 + 4 = 6 + 2
Hexaedro regular	6	12	8	6 + 8 = 12 + 2
Octaedro regular	8	12	6	8 + 6 = 12 + 2
Dodecaedro regular	12	30	20	12 +20 = 30 + 2
Icosaedro regular	20	30	12	20 + 12 = 30 + 2



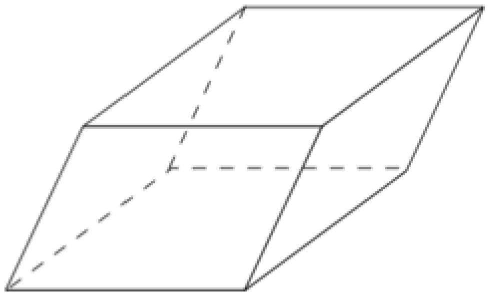
5.4. LOS PRISMAS. ELEMENTOS DE UN PRISMA. ÁREA Y VOLUMEN DE UN PRISMA

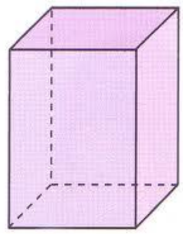
Un prisma es un poliedro formado por dos polígonos iguales y paralelos, denominados bases, y por caras laterales, que son paralelogramos.

- La altura es la distancia vertical entre las bases.
- Las aristas son los lados de los polígonos que lo forman. Existen dos tipos: los lados de las bases, llamados aristas básicas, y los lados laterales, conocidos como aristas laterales.
- Los vértices son puntos en que concurren las aristas.

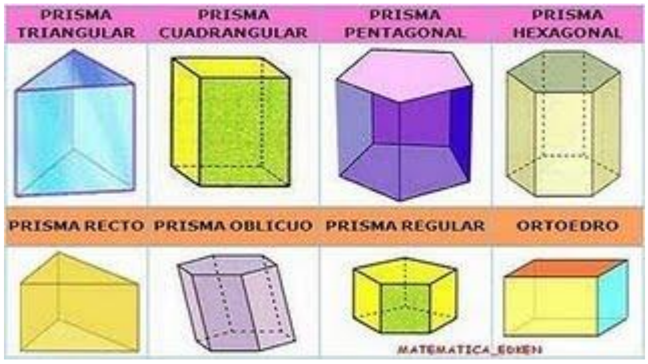
Los prismas se clasifican según diferentes criterios:

a) Si las caras son paralelogramos, el prisma se llama **paralelepípedo.** Si además las caras son rectángulos y cuadrados, el paralelepípedo se llama **ortoedro.** Un cubo, es un ortoedro con todas las caras cuadradas.





b) Todas las caras de un ortoedro son cuadradas o rectangulares, y todos los ángulos miden noventa grados; por ello se denomina **prisma recto.** Si algunas caras están formadas por otro tipo de paralelogramo, es un **prisma oblicuo.**



c) Según el tipo de polígono de las bases, se habla de prismas triangulares, cuadrangulares, pentagonales, etc.

d) Dependiendo de si las bases de un prisma recta son polígonos regulares o no, hablamos de **prismas regulares** o de **prismas irregulares.**

El área total $\boldsymbol{A_t}$ de un prisma se obtiene sumando las áreas de las caras que lo forman, considerando que:

- El área lateral $\boldsymbol{A_l}$ es la suma de las áreas de cada paralelogramo que componen las caras laterales. $A_L = P_B\ h$ (p_B perímetro de la base)
- El área del prisma se obtiene sumando el área lateral y las áreas de las bases $\boldsymbol{A_B}$ de la forma:

$$\boldsymbol{A_t = A_l + 2A_B}$$

El volumen de un prisma $\boldsymbol{V}$ se obtiene multiplicando el área de la base $\boldsymbol{A_B}$ por su altura $\boldsymbol{h}$, esto es:

$$\boldsymbol{V = A_B \cdot h}$$

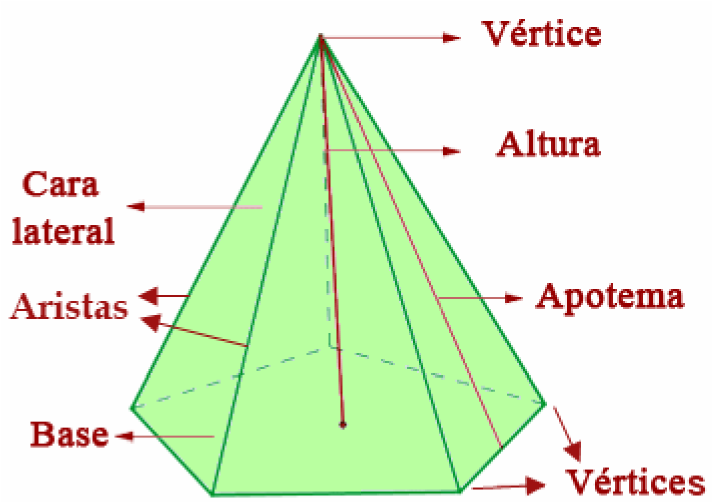
5.5. LAS PIRÁMIDES. ELEMENTOS DE UNA PIRÁMIDE. ÁREA Y VOLUMEN DE UNA PIRÁMIDE

Una pirámide es un poliedro que consta de una base poligonal y de caras laterales triangulares. Se compone de los siguientes elementos:

- **Aristas.** Son los lados de los polígonos que forman la pirámide. Se distingue entre aristas de la base o **aristas básicas** y las de las caras laterales o **aristas laterales.**
- **Vértice** o **cúspide.** Es el punto de intersección de todas las aristas laterales.
- **Altura.** Es la distancia de la cúspide a la base.

Si la base de una pirámide recta es un polígono regular, la pirámide se llama **regular**, en caso contrario se denomina **irregular.**

Un elemento importante en una pirámide regular es la **apotema lateral** que es la altura de los triángulos que forman las caras laterales.



El área total de una pirámide se obtiene a partir de:

$$A_T = A_B + A_l$$

teniendo en cuenta que el área lateral A_l es la suma de las áreas de cada polígono que compone las caras laterales.

$A_L = \frac{P_B\ a}{2}$ (P_B · perímetro de la base, a : apotema de la pirámide)

El volumen de una pirámide viene dado por

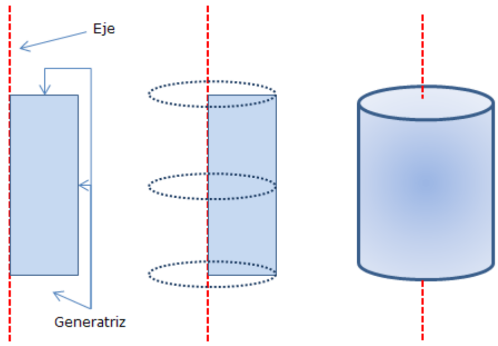
$$V = \frac{1}{3} A_B \cdot h$$

6. CUERPOS DE REVOLUCIÓN

Un cuerpo de revolución es el que se obtiene haciendo girar una figura plana alrededor de un eje. Los principales cuerpos de revolución son el cilindro, el cono y la esfera.

6.1. EL CILINDRO

El cilindro es el cuerpo de revolución que se obtiene haciendo girar 360 grados un rectángulo alrededor de uno de sus lados. La generatriz es el lado del rectángulo paralelo al eje de rotación.



El área de un cilindro viene dada por $A_T = A_L + 2A_B = 2\pi r h + 2\pi r^2$

[redacted]

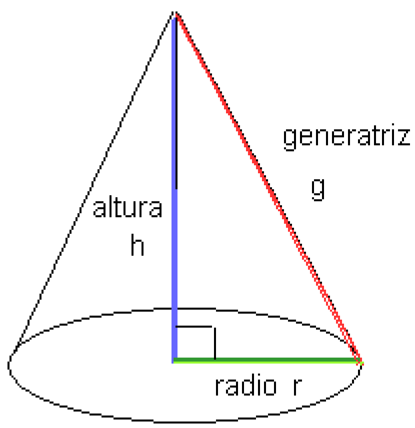
donde r es el radio de las dos bases y h es la distancia entre las dos bases.

El volumen del cilindro viene dado por

$$V = \pi r^2 h$$

6.2. EL CONO

El cono es el cuerpo de revolución que se obtiene haciendo girar 360 grados un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos. La generatriz corresponde a la hipotenusa del triángulo rectángulo.



El área de un cono viene dada por

$$A = \underbrace{\pi \cdot r \cdot g}_{A_L} + \underbrace{\pi r^2}_{A_B}$$

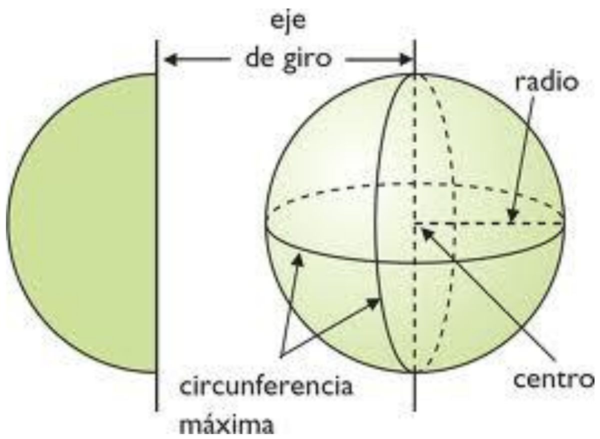
El volumen del cono viene dado por

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h$$

6.3. LA ESFERA

La esfera es el cuerpo de revolución que se obtiene girando 360 grados un semicírculo alrededor de su diámetro.

Todos los puntos de la superficie de una esfera equidistan de un punto llamado **centro**. La distancia de un punto cualquiera de la superficie esférica al centro es el **radio** de la esfera. El segmento que une dos puntos de la superficie pasando por el centro es el **diámetro** de la esfera. La longitud del diámetro es el doble que la longitud del radio. Cualquier diámetro de la esfera puede considerarse como **eje de rotación**.



El área de una superficie esférica viene dada por

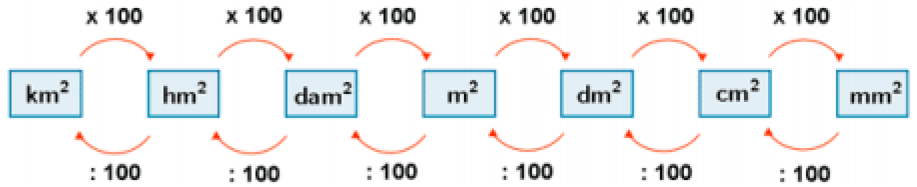
$$A = 4\pi r^2$$

El volumen de una esfera vendrá dada por

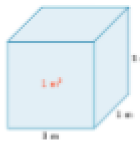
$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

- **UNIDADES DE SUPERFICIE.** La unidad principal de medida de superficie es el **metro cuadrado**. Es la medida de la superficie de un cuadrado de 1 metro de lado. Se escribe **m²**.

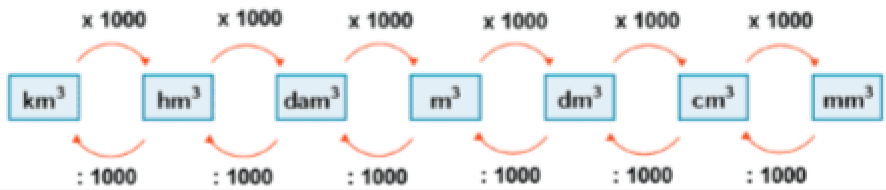
Múltiplos			Unidad	Submúltiplos		
Kilómetro cuadrado km^2	Hectómetro cuadrado hm^2	Decámetro cuadrado dam^2	Metro Cuadrado m^2	Decímetro cuadrado dm^2	Centímetro cuadrado cm^2	Milímetro cuadrado mm^2
1 000 000 m^2	10 000 m^2	100 m^2	1 m^2	0,01 m^2	0,0001 m^2	0,000001 m^2



- **UNIDADES DE VOLUMEN.** La unidad principal de medida de **volumen** es el metro cúbico, que es el volumen de un cubo de un 1 m de arista. Se escribe **m³**.



Múltiplos			Unidad	Submúltiplos		
kilómetro cúbico km^3	Hectómetro cúbico hm^3	Decámetro cúbico dam^3	Metro cúbico m^3	Decímetro cúbico dm^3	Centímetro cúbico cm^3	Milímetro cúbico mm^3
1 000 000 000 m^3	1 000 000 m^3	1 000 m^3	1 m^3	0,001 m^3	0, 000001 m^3	0,0000000001 m^3



- Relación entre capacidad y volumen.

$1\ dm^3 = 1\ \ell$

$1\ m^3 = 1.000\ \ell = 1\ k\ell$ $\quad$ $1\ cm^3 = 0{,}001\ \ell = 1\ m\ell$

VÍDEO EXPLICATIVO: Troncho y Poncho. Poliedros https://www.youtube.com/watch?v=Z9HUSDwyuVQ&t=7s

1. Realiza las siguientes transformaciones

a) Pasar 2 850 dm^2 a m^2 b) Pasar 3,4 hm^2 a dam^2 c) Pasar 0,005 km^2 a m^2
d) Pasar 51,5 cm^2 a dm^2 e) Pasar 80 000 m^2 a km^2 f) Pasar 5,2 m^2 a mm^2
g) Pasar 5 km^2 27 hm^2 a m^2 h) Pasar 80 cm^2 270 dm^2 a m^2

2. Pasa a centímetros cúbicos:

a) 5,22 dm^3 b) 6 500 mm^3 c) 3,7 dl d) 25 cl

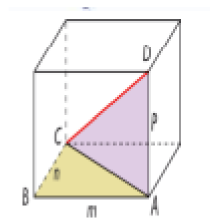
3. Expresa en litros: a) 7 700 m^3 b) 0,05 m^3 c) 3,9 dm^3
d) 230000 mm^3 e) 2520 ml c f) 4 dam^3 23 m^3 54 dm^3 200 cm^3

4. Arturo quiere pintar las paredes y el techo de una habitación que mide 4´30 m de largo por 3´25 m de ancho y 2´25 m de altura. Cada bote de pintura da para 12 m^2 de superficie. ¿Cuántos botes de pintura necesitará en total?

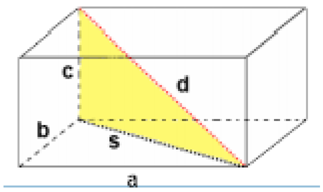
5. Calcula el área total de un tetraedro, de un octoedro y de un icosaedro de arista 10cm.

6. Calcula el área de un dodecaedro regular de 5 cm de arista y en el que la apotema de las caras mide 3,4 cm.

7. La arista de un cubo mide 4 cm. ¿Cuál es la medida de la diagonal de sus caras (en negro) y de la del cubo (en rojo)?



8. Averigua si una varilla fina de 12 cm cabe en una caja ortoédrica de 10 cm de largo, 8 cm de ancho y 6 cm de alto.



9. Calcula el área total y el volumen de un ortoedro de aristas 4, 7 y 24 cm. Expresa los resultados en metros cuadrados y en metros cúbicos, respectivamente.

10. Una piscina debe ser embaldosada. Sus dimensiones son: 2m de profundidad, 1.8dam de longitud y 120dm de ancho. ¿Cuántas baldosas de 1 metro cuadrado de superficie deben utilizarse? Si tuviéramos baldosas de dimensiones 20cmx20cm, ¿Cuántas necesitaríamos?

11. ¿Cuántos peces, pequeños o medianos, se pueden introducir en un acuario cuyas medidas interiores son 88 x 65 x 70 cm? (Se recomienda introducir, a lo sumo, un pez mediano o pequeño cada cuatro litros de agua)

12. Las bases de un prisma recto son triángulos rectángulos cuyos lados miden 3 cm, 4 cm y 5 cm, respectivamente. Si el prisma tiene una altura de 8 cm, calcula su área total y su volumen.

13. Un estanque tiene forma de prisma hexagonal regular recto. Su arista básica mide 3 m y su arista lateral mide 4 m. Está lleno de agua y se quiere vaciar mediante un grifo que arroja 100 litros por minuto. ¿Cuánto tiempo tardará en vaciarse?

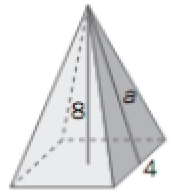
14. Halla las áreas lateral y total de un prisma regular hexagonal de 10 cm de altura en el que el lado de la base mide 4 cm.

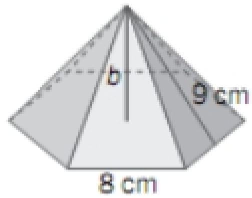
15. Las bases de un prisma recto de 8 cm de altura son rombos cuyas diagonales miden 8 cm y 6 cm, respectivamente. Calcula el área total y el volumen del prisma

16. Calcula el área total y el volumen de un prisma pentagonal regular cuya altura es de 20m, la base tiene como radio 510cm y lado 60dm.

17. ¿Qué altura tiene una pirámide regular hexagonal de 8 cm de arista lateral, si el radio de la base mide 3 cm?

18.- Calcula el elemento desconocido en estas dos pirámides. Las medidas están dadas en centímetros. A continuación calcula su área y su volumen.





19. Calcula el volumen de una pirámide cuadrangular regular en la que la apotema mide 5 cm, y la arista básica, 6 cm.

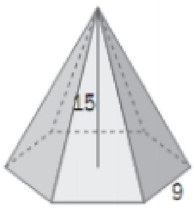
20. Calcula el volumen de una pirámide cuadrangular regular de 52 cm de altura y en la que el lado de la base mide 195mm.

21. Averigua el área total de una pirámide triangular regular, cada una de cuyas aristas laterales mide 13 cm y cuya base es un triángulo equilátero de 10 cm de lado.

22. La gran pirámide de Keops es recta, y su base, cuadrada. Tiene una altura de 161 m y el lado de su base mide 230 m. Calcula el área lateral y su volumen.

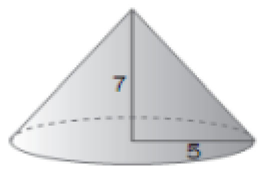
23. Calcula el área lateral y total de los siguientes cuerpos, cuyas medidas están dadas en centímetros.

a)



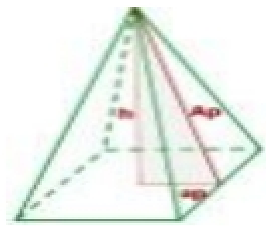
b)

c)



24. Halla el área total y el volumen de una pirámide hexagonal regular que tiene una arista básica de 10 cm y la altura de cuyas caras laterales mide 13 cm.

25. Una pirámide cuya base es un cuadrado de lado 5m tiene 40dm de altura. Halla la altura de cada cara lateral (también llamada apotema de la pirámide). A continuación halla el área total y el volumen de esta pirámide.

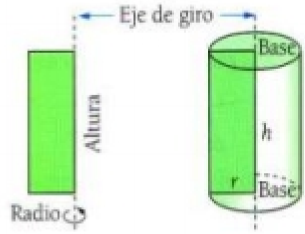


26. En una fábrica de conservas se envasa el tomate frito en botes cilíndricos de 11 cm de altura y 3,7 cm de radio. ¿Qué superficie tiene que tener una etiqueta que recubra toda la superficie lateral del bote?

27. Volumen de un cilindro recto de 4 cm de altura, en el que la longitud de la circunferencia que delimita su base mide 6 pi cm.

28. Se ha contratado a una empresa para que limpie las 24 columnas cilíndricas que flanquean la entrada de un edificio. Si cada columna tiene una altura de 12 m y el radio de la base mide 15 dm. ¿Cuántos metros cuadrados hay que limpiar? (Se supone que solo se limpia la superficie lateral)

29. Un cilindro es generado por el rectángulo de base 4cm y altura 14cm, que gira sobre uno de sus lados verticales. Calcula el área total del cilindro y su volumen.



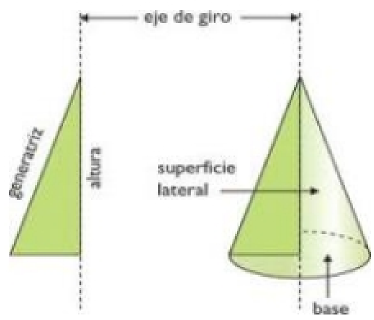
30. Calcula el volumen de un cilindro de radio 6m y área total A = 327,52cm^2.

31. Volumen de un cono recto que mide 2m de altura y 300 m de diámetro.

32. Si el radio de un cono recto mide 120mm y su altura, 35 cm. ¿Cuánto mide su generatriz?

33. Volumen de un cono recto de 3,6 cm de radio y 39 mm de generatriz

34. Un cono es generado por un triángulo rectángulo de catetos 5 y 12cm, al girar este sobre su cateto mayor . Calcula el área total del cono y su volumen.



35. La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 65mm, y uno de sus catetos, 52 mm. Calcula el volumen del cono generado al girar el triángulo alrededor del otro cateto

36. ¿Cuántas copas se pueden llenar con 6 litros de refresco, si el recipiente cónico de cada copa tiene una altura interior de 6,5 cm y un radio interior de 3,6 cm?

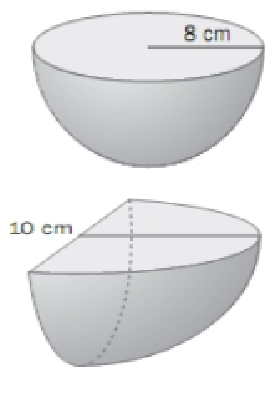
37. Calcula el área y el volumen de la Tierra, suponiendo que fuera una esfera perfecta de 6370 km de radio. Sabiendo que solo una cuarta parte del planeta es tierra firme y que la superficie de España es de 501.000 km^2, ¿cuántos países del tamaño de España cabrían en el planeta?

38. Una esfera de 113,04 m^3 de volumen, ¿qué superficie tiene?

39. Calcula la cantidad de litros de agua que caben en un depósito esférico de 3m de diámetro.

40. Una esfera tiene radio 4cm. Halla su área y volumen.

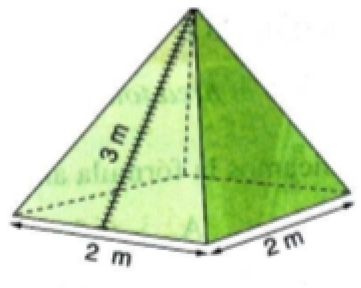
41. Calcula el área y el volumen de estos dos cuerpos geométricos:



42. Una circunferencia, cuya longitud es de 15,70 centímetros, gira alrededor de un diámetro generando una esfera. Calcula el volumen de dicha esfera.

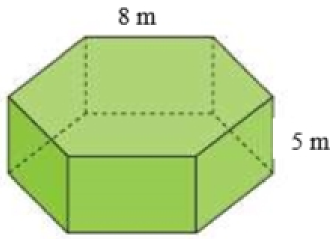
43. Calcula el volumen de una esfera cuya superficie esférica mide 1 256 centímetros cuadrados.

44. Calcula la cantidad de metros cuadrados de tela para poder confeccionar la siguiente tienda de campaña:

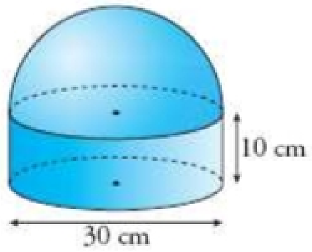


45. Calcula el área lateral total de un torreón cilíndrico de 4m de diámetro y 4 m de altura, rematado por un tejado cónico de 3 m de altura.

46. Calcula cuántos litros de agua caben en una piscina que tiene la siguiente forma:

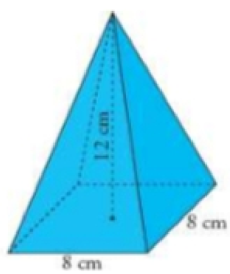


47. Calcula el volumen de la siguiente figura:



48. Calcula cuántos centilitros de helado caben en un cucurucho en forma de cono, cuyo radio es 4 cm y altura 6 cm.

49. Calcula el volumen de la siguiente pirámide:



50.- Calcula el área y el volumen de un prisma recto hexagonal:
a) Cuya altura mide 9 cm y cuya arista de la base mide 4 cm.
b) Cuya altura mide 12 cm y cuya arista de la base mide 5 cm.

51.- Calcula el área y el volumen de un prisma recto cuya altura mide 20 cm y su base es un triángulo equilátero de 10 cm de lado.

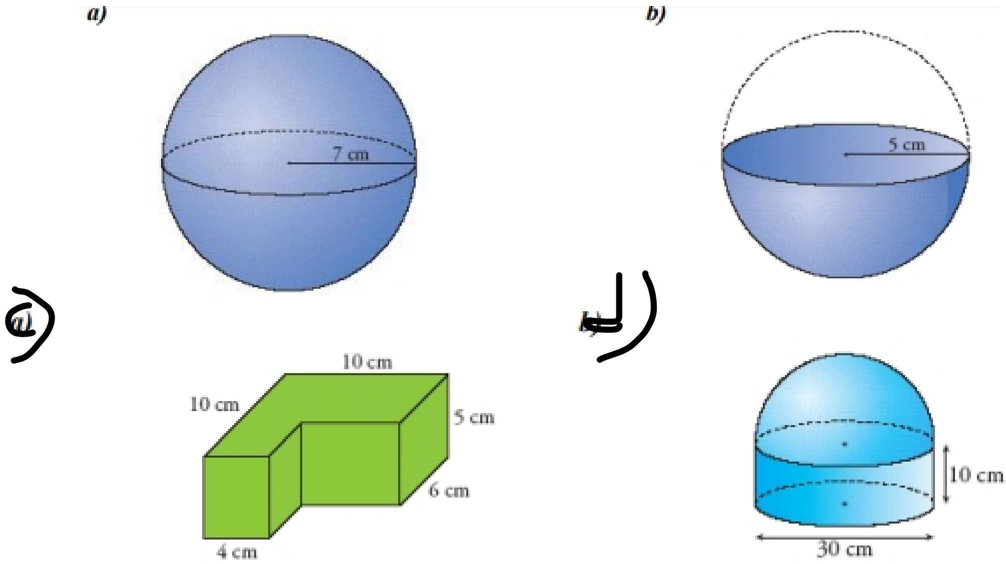
52.- Un prisma recto tiene 16 cm de altura y su base es un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 5 y 12 cm, respectivamente. Calcula su área y su volumen.

53.- Adrián va a pintar la valla de su jardin, que tiene forma de prisma hexagonal, cuya altura mide 1,8 m y cuya arista de la base mide 2,6 m. ¿Cuál es la superficie lateral que tendrá que pintar?

54.- Las bases de un prisma recto son trapecios rectángulos cuyas bases miden 11 cm y 16 cm y su altura 12 cm. La altura del prisma mide 20 cm. Halla el área total y el volumen del prisma.

55.- Las dimensiones de un ortoedro son 4 cm, 3 cm y 12 cm. Halla el área total, la longitud de la diagonal y el volumen del ortoedro.

56.- Calcula el área y el volumen de cada uno de los siguientes cuerpos:



57. La base de un ortoedro es un rectángulo de lados 9 cm y 12 cm. La diagonal del ortoedro mide 17 cm. Calcula la medida de la altura del ortoedro, su área total y su volumen.

58. Halla el área total y el volumen de una pirámide cuadrangular de 10 cm de altura y cuyo lado de la base mide 6 cm.

59. La apotema de una pirámide hexagonal mide 27 cm, y el lado de la base, 12 cm. Halla su área.

60. Halla el área total y el volumen de una pirámide regular cuya base es un cuadrado de 10 cm de lado y cuya altura es de 12 cm.

61. La base de una pirámide regular es un pentágono de 16 dm de lado y 11 dm de apotema. La altura de la pirámide es de 26,4 dm. Halla su área total y su volumen.

62. El área lateral de un cilindro mide 3450 cm^2, y el radio de su base, 18 cm. a) ¿Cuánto mide la altura del cilindro? b) Halla el área total del cilindro. c) Calcula el volumen del cilindro.

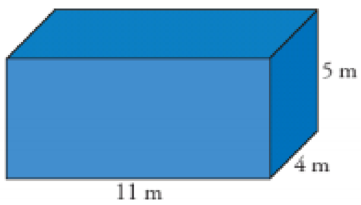
63. ¿Qué cantidad de chapa se necesita para construir un depósito cilíndrico cerrado de 8 dm de radio de la base y 2,3 m de altura? Si el metro cuadrado de chapa cuesta 13 €, ¿cuál es el coste de toda la obra? ¿ Cuántos litros de agua cabrían?

64.- El Atomium construido para la Exposición Universal de Bruselas en 1958 está formado por nueve esferas de 18 m de diámetro cada una. En el año 2003 se realizó una rehabilitación de la estructura. ¿Cuánto aluminio se utilizó para cambiar la cubierta exterior de las esferas?

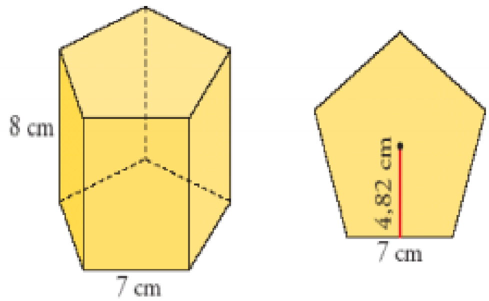
65. a) Calcula el área total y el volumen de un cono de radio 12 cm y altura 75 cm.
b) Calcula el área total y el volumen de un cono de diámetro 6 cm y altura 4,5 cm.

66. Calcula el área y el volumen de las siguientes figuras:

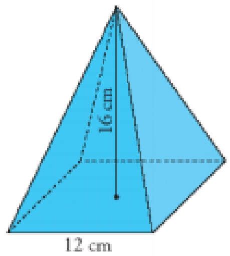
a)



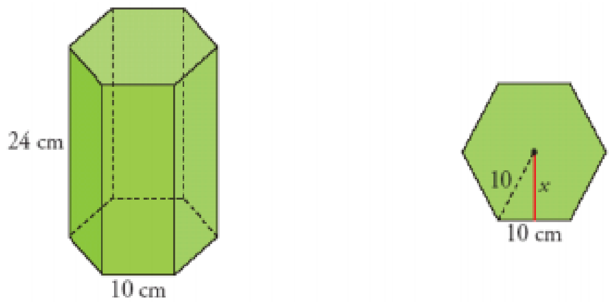
b)



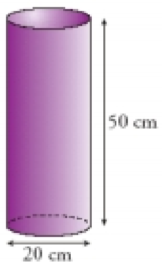
c)



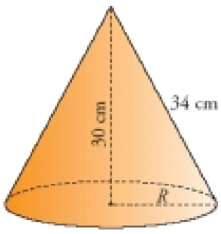
d)



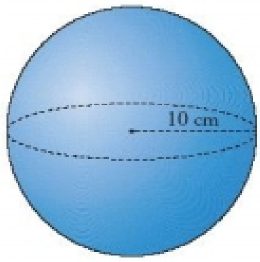
e)



f)



g)



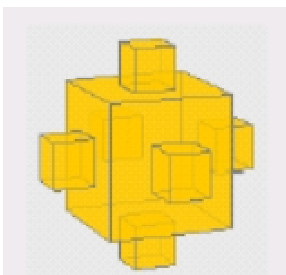
67. Un circo ha instalado una gran carpa con forma de cono. El diámetro de la carpa es de 18 m, y su altura, de 6 m. Calcula el área lateral de la carpa.

68. Un almacén para guardar pienso tiene forma de cono invertido. La altura mide 3 m, y el radio de la base, 2 m. a) Calcula el área lateral. b) Se quiere pintar con pintura anticorrosiva que cuesta 10 €/ m^2 . ¿Cuánto se deberá pagar?

69. Una pirámide egipcia de base cuadrada tiene 170 m de altura y 129 m de arista de la base. ¿Cuál es su superficie lateral? ¿ Y su volumen?

70. ¿Cuántas copas se pueden llenar con 10 litros de refresco, si el recipiente cónico de cada copa tiene un altura de 6 cm y un radio de 3,4 cm?

71. Calcula el área total y el volumen de este cuerpo geométrico sabiendo que la arista del cubo pequeño mide 14 dm y la arista del cubo grande es el triple.

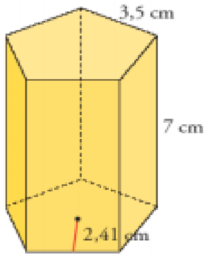


72. La Gran Pirámide de Giza es la única que perdura de las siete maravillas del mundo antiguo. Actualmente tiene una altura de 137 m y la base es un cuadrado de 230 m de lado. ¿Cuál es su volumen aproximado? ¿ Y su superficie lateral?

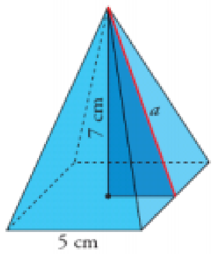
73. Halla el peso de un bloque cúbico de hormigón de 2,5 m de arista. (Nota: un metro cúbico de hormigón pesa 2350 kg.

74. Calcula el área total y el volumen de las siguientes figuras:

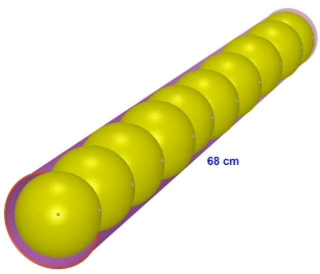
a)

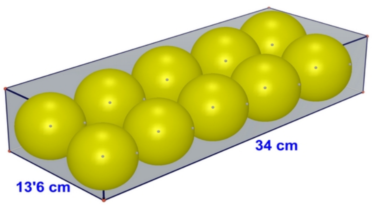


b)



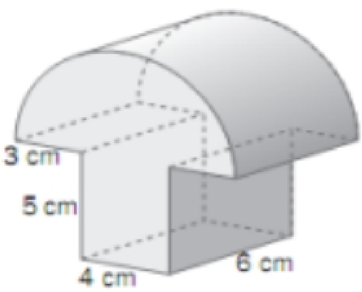
75.- Tenemos dos tipos de envases para diez pelotas de tenis de 6'8cm de diámetro.
a) En tubos cilíndricos, una bola encima de la otra.
b) En cajas ortoédricas, con las diez bolas en posición de rectángulo (5x2)
Obtén, en cada caso, el volumen de aire comprendido entre las bolas y el respectivo envase.



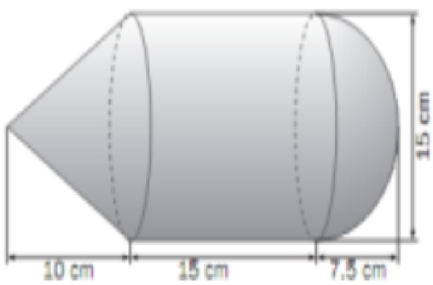


76. Calcula el área y el volumen de los siguientes cuerpos:

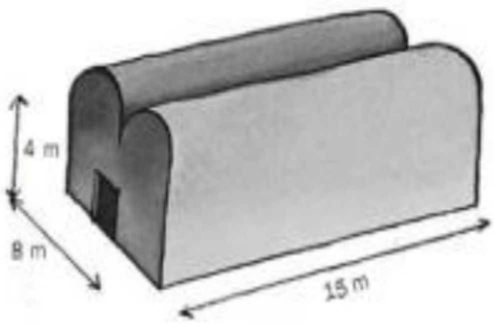
a)



b)

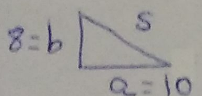


77. La nave de un almacén tiene la forma indicada en la figura. Determina el volumen de la nave.

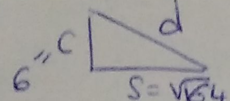


GEOMETRÍA EN EL ESPACIO

8.- Debemos calcular la diagonal del ortoedro. Para ello primero debemos calcular la diagonal de una cara, s en el dibujo:



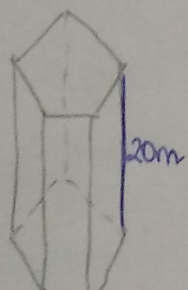
$s = \sqrt{8^2+10^2} = \sqrt{164}$.

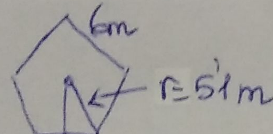


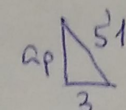
$d = \sqrt{6^2+s^2} = \sqrt{36+164} = \sqrt{200} =$
$= 14'14$ cm

Como $14'14 > 12$, no cabe la varilla.

16.-







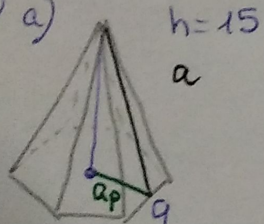
$a_p = \sqrt{5'1^2 - 3^2} =$
$= 4'12$ m

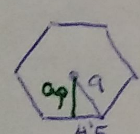
$A_{base} = \frac{P \cdot a_p}{2} = \frac{30 \cdot 4'12}{2} = 61'8 \ m^2$

$A = P_B \cdot h + 2 \cdot A_B = 30 \cdot 20 + 2 \cdot 61'8 =$
$= 723'6 \ m^2$

$V = A_B \cdot h = 61'8 \cdot 20 = 1236 \ m^3$

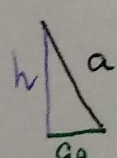
23.- a)





$a_p = \sqrt{9^2 - 4'5^2} = 7'8$ cm

$A_B = \frac{P \cdot a_p}{2} = \frac{54 \cdot 7'8}{2} = 210'6 \ cm^2$



$a = \sqrt{h^2 + a_p^2} = \sqrt{15^2 + 7'8^2} = 16'9$ cm

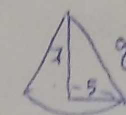
$A = \frac{P \cdot a}{2} + A_B = \frac{54 \cdot 16'9}{2} + 210'6 =$
$= 666'9 \ cm^2$

$V = \frac{1}{3} A_B \cdot h =$
$= \frac{1}{3} \cdot 210'6 \cdot 15 = 1053 \ cm^3$

b) $A = A_L + 2A_B = 2\pi r h + 2\pi r^2 = 2\pi \cdot 2'5 \cdot 12 + 2\pi \cdot 2'5^2 =$
$= 227'77 \ cm^2$

$V = A_B \cdot h = \pi r^2 h = \pi \cdot 2'5^2 \cdot 12 = 235'62 \ cm^3$

c)



$g = \sqrt{7^2+5^2} = 8'6$ cm

$A = \pi r g + \pi r^2 = \pi \cdot 5 \cdot 8'6 + \pi \cdot 8'6^2 =$
$= 367'44 \ cm^2$

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 5^2 \cdot 7 = 183'26 \ cm^3$

38.- $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = 113'04 \Rightarrow r^3 = \frac{113'04 \cdot 3}{4\pi} \Rightarrow r^3 \simeq 27$
$\Rightarrow r = \sqrt[3]{27} = 3 \ m \Rightarrow A = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 3^2 = 113'1 \ m^2$

70.- $V = \frac{1}{3} A_B \cdot h = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 3'4^2 \cdot 6 = 72'63 \ cm^3 =$
$= 0'07263 \ dm^3 = 0'07263$ l

$10 : 0'07263 = 137'68 \longrightarrow 137$ copas