1. Representa los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{CD}$, siendo $A(1, 1)$, $B(-2, 7)$, $C(6, 0)$, $D(3, 6)$ y observa que son iguales.

Comprueba que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ hallando sus coordenadas. Calcula su módulo.

2. Tenemos tres puntos de coordenadas:

$$A(3, -1),\ B(4, 6),\ C(0, 0)$$

Halla las coordenadas del punto D para que los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{CD}$ sean iguales.

a) Representa los vectores $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ y $\vec{v} = \overrightarrow{BC}$, siendo $A(1, 3)$, $B(4, 5)$ y $C(6, -2)$. Halla sus coordenadas.

b) $\vec{u} + \vec{v}$, halla sus coordenadas.

c) $3\vec{u}$, $-2\vec{u}$ y $0\vec{v}$, halla sus coordenadas.

d) halla las coordenadas del vector:

$$3\vec{u} - 4\vec{v}$$

3.- Comprueba si cada uno de los siguientes pares de vectores tienen o no la misma dirección:

a) $\vec{u}(3, -1)$, $\vec{v}(-3, 1)$ b) $\vec{u}(2, -4)$, $\vec{v}(1, 2)$

c) $\vec{u}(-2, 0)$, $\vec{v}(4, 0)$ d) $\vec{u}(5, 2)$, $\vec{v}(2{,}5; 1)$

e) $\vec{u}(-2, 6)$, $\vec{v}(-3, 1)$ f) $\vec{u}(0, -1)$, $\vec{v}(-2, 0)$

4.- Dados los siguientes vectores:

$$\vec{u}(-5, 8),\ \vec{v}(-41, -10),\ \vec{w}(3, 6)$$

a) Halla las coordenadas de $3\vec{u} - 2\vec{v} + 10\vec{w}$.

b) Averigua el valor de x e y para que se cumpla:

$$x\vec{u} + y\vec{w} = \vec{v}$$

5.- Desde el punto $A(8, 9)$ nos movemos en la dirección de $\vec{u}(-1, -2)$ cuatro veces su longitud. Después, nos movemos el triple de $\vec{v}(2, 1)$. ¿A qué punto llegamos?

6.- Dividimos el segmento de extremos $A(1, 2)$ y $B(16, 12)$ en cinco partes iguales. Halla las coordenadas de los cuatro puntos de separación.

7.- Halla las coordenadas del punto medio de cada segmento:

a) $A(-2, 5)$, $B(4, 1)$ b) $C(7, -3)$, $D(-5, 1)$

c) $E(1, 4)$, $F(7, 2)$ d) $G(-3, 5)$, $H(4, 0)$

8.- Halla las coordenadas del punto simétrico de A respecto de P en los siguientes casos:

a) $A(4, -1)$, $P(-7, 2)$

b) $A(2, 4)$, $P(5, -1)$

9.- Comprueba si los puntos $R(2, 7)$, $S(5, -1)$ y $T(15, -25)$ están alineados.

10. Averigua el valor de a para que los puntos $R(2, 7)$, $S(5, -1)$ y $Q(a, -25)$ estén alineados.

11. Averigua qué relación deben cumplir x e y para que $A(0, 1)$, $B(2, 5)$ y $P(x, y)$ estén alineados.

12. Averigua el valor de t para que los puntos $A(1, 2)$, $B(7, -11)$ y $C(t, 2t)$ estén alineados.

13. Escribe las ecuaciones vectorial, paramétricas, en forma continua y explícita de las rectas que pasan por:

a) $M(-2, 1)$, $N(4, 5)$ b) $P(0, 0)$, $Q(3, -2)$

c) $R(2, 5)$, $S(8, 5)$ d) $T(-2, 1)$, $U(-2, -2)$

14.- Halla la ecuación de la recta que pasa por:

a) $A(1, 3)$, $B(5, 5)$ b) $A(1, 6)$, $B(8, -2)$

15.- Halla la ecuación de la recta que pasa por $(7, -5)$ y tiene por vector dirección $(7, -4)$.

16.- Halla la recta paralela a $5x - 6y + 14 = 0$ que pasa por $(0, -3)$.

17.- Halla la recta paralela a $5y - 10 = 0$ que pasa por $(2, 4)$.

18.- Halla la ecuación de la recta que pasa por $P(2, -5)$ y es perpendicular al vector $\vec{v}(5, 7)$.

19.- La recta r pasa por $(3, 0)$, y la recta s, por $(-5, 3)$. Ambas son perpendiculares a $4x + 2y - 7 = 0$

Halla sus ecuaciones.

20.- Di la posición relativa de estos pares de rectas:

a) r: $8x + 2y - 14 = 0$, s: $5x - y - 20 = 0$

b) r: $3x - 2y - 14 = 0$

s: pasa por $(1, -2)$ y por $(10, 1)$.

c) r: pasa por $(-1, 4)$ y $(7, -2)$.

s: $3x + 4y = 0$

d) r: pasa por $(2, -1)$ y $(8, 2)$.

s: su pendiente es $1/2$ y pasa por $(0, -2)$.

21.- Las rectas r y s pasan por el punto $(5, -3)$. La recta r es paralela a $5y + 17 = 0$, y s es perpendicular a ella.

Representa r y s y da sus ecuaciones.

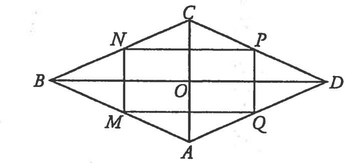
22.- Halla la ecuación de la recta paralela al eje X que corte a la recta $2x - 3y = 5$ en el punto de abscisa $x = 1$.

23 Aplica la fórmula de Herón para hallar el área del triángulo de vértices $A(-5, -2)$, $B(7, 3)$, $C(4, 7)$.

24.- Calcula el valor de c para que el punto $A(10, c)$ diste 13 unidades del punto $B(-2, 5)$.

25. Calcula el valor de a para que el punto $P(a, 7)$ esté a 10 unidades de distancia de $Q(5, 1)$.

26 El cuadrilátero $ABCD$ es un rombo, y M, N, P y Q, los puntos medios de sus lados.



Indica si los siguientes pares de vectores tienen el mismo módulo y/o la misma dirección y sentido:

a) $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{CD}$ b) $\overrightarrow{BN}$ y $\overrightarrow{AQ}$

c) $\overrightarrow{NC}$ y $\overrightarrow{CP}$ d) $\overrightarrow{AM}$ y $\overrightarrow{DC}$

27 Observa la figura del ejercicio anterior y sustituye en tu cuaderno los puntos suspensivos por un número para que los vectores sean iguales.

a) $\overrightarrow{AC} = \ldots\ \overrightarrow{AO}$ b) $\overrightarrow{OC} = \ldots\ \overrightarrow{OA}$

c) $\overrightarrow{AQ} = \ldots\ \overrightarrow{CB}$ d) $\overrightarrow{AD} = \ldots\ \overrightarrow{NB}$

28 Comprueba, sin representarlos, si los siguientes pares de vectores tienen la misma dirección:

a) $\vec{u}(6, -3)$, $\vec{v}(-2, 1)$ b) $\vec{u}(5, 3)$, $\vec{v}(4, 2)$

c) $\vec{u}(10, 1)$, $\vec{v}(5, 2)$ d) $\vec{u}(-4, 0)$, $\vec{v}(9, 0)$

29 Dados los vectores $\vec{u}(1, 3)$, $\vec{v}(-2, 5)$ y $\vec{w}(-1, -3)$, efectúa estas operaciones:

a) $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$ b) $\vec{u} - \vec{v} - \vec{w}$ c) $-2\vec{u} + \vec{v} - 2\vec{w}$

d) $-3\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$ e) $\frac{2}{3}\vec{u} + \frac{1}{3}\vec{w}$ f) $-\frac{1}{5}\vec{v} - \vec{w} + \vec{u}$

30.- Halla la distancia entre A y B.

a) $A(-7, 4)$, $B(6, 4)$

b) $A(3, 4)$, $B(3, 9)$

c) $A(-5, 11)$, $B(0, -1)$

d) $A(4, -6)$, $B(7, 4)$

31 Comprueba, en cada caso, si los puntos dados están alineados:

a) $A(1, 2)$, $B(4, 3)$, $C(19, 8)$

b) $P(-2, -3)$, $Q(2, 0)$, $R(-26, -21)$

c) $M(-4, 3)$, $N(3, 4)$, $P(6, 5)$

32 Representa en unos ejes coordenados los vectores que verifican las siguientes condiciones:

a) Su origen es $P(-2, 3)$ y su extremo, $Q(1, -4)$.

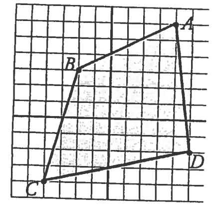
b) Su origen es $M(0, 4)$ y sus coordenadas, $(3, 5)$.

c) Su extremo es $B(5, 0)$ y sus coordenadas, $(4, 4)$.

33 a) Representa los puntos $A(-3, 0)$, $B(0, 4)$, $C(4, 4)$ y $D(1, 0)$ y halla los puntos medios de AC y de BD.

b) Halla las coordenadas de $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{DC}$ y comprueba que son las mismas.

34 Calcula las coordenadas de los puntos medios de los lados y de las diagonales del cuadrilátero $ABCD$.



35 Si $M(-3, 5)$ es el punto medio del segmento AB, halla el punto B en cada uno de los siguientes casos:

a) $A(-1, 5)$ b) $A(6, -4)$ c) $A(-4, -7)$

36 Halla, en cada caso, el punto simétrico de $A(-3, -5)$ respecto de:

a) $P(-2, 0)$ b) $Q(2, -3)$ c) $O(0, 0)$

37 Dados los puntos $A(-2, 0)$, $B(4, 0)$, $C(5, 1)$ y $D(-3, 2)$, halla las coordenadas de los vectores $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$ y $\overrightarrow{AD}$. Calcula, también, sus módulos.

38 Con origen en el punto $A(3, -3)$, dibuja los vectores $\overrightarrow{AB}(-3, 2)$, $\overrightarrow{AC}(5, 1)$ y $\overrightarrow{AD}(1/2, -4)$. ¿Cuáles serán las coordenadas de los puntos B, C y D?

39 Escribe, en cada caso, las ecuaciones vectorial, paramétricas, en forma continua y explícita de las rectas que pasan por el punto $P(-4, 3)$ y tienen como vector dirección:

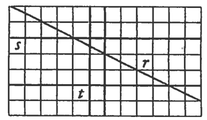
a) $\vec{d}(2, -1)$ b) $\vec{d}(-1, -3)$ c) $\vec{d}(2, 0)$

40 Da, en cada caso, un vector dirección y escribe las ecuaciones vectorial, paramétricas, en forma continua y explícita de las rectas que pasan por A y B:

a) $A(-1, 0)$, $B(0, 3)$ b) $A(0, -2)$, $B(5, -2)$

c) $A(-2, 3)$, $B(4, -1)$ d) $A(3, -1)$, $B(3, 5)$

41 Escribe las ecuaciones paramétricas y explícita de las rectas r, s y t.



42 Da un vector dirección y un punto de cada recta, y escribe sus ecuaciones continuas:

a) $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = \quad -3t \end{cases}$ b) $\begin{cases} x = \quad t \\ y = 1 - 5t \end{cases}$

43. Escribe la ecuación explícita de cada una de las rectas siguientes y da, en cada caso, un vector dirección y la pendiente:

a) $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{3}$ b) $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$

44 Escribe la ecuación de las siguientes rectas y da, en cada caso, un vector dirección:

a) Pasa por $(-4, 2)$ y su pendiente es $\frac{1}{2}$.

b) Pasa por $(1, 3)$ y su pendiente es -2.

c) Pasa por $(5, -1)$ y su pendiente es 0.

45 Halla la ecuación de las siguientes rectas:

a) Paralela a $y = -2x + 3$ y pasa por $(4, 5)$.

b) Paralela a $2x - 4y + 3 = 0$ y pasa por $(4, 0)$.

c) Paralela a $3x + 2y - 6 = 0$ y pasa por $(0, -3)$.

46 Escribe, en cada caso, la ecuación de la recta que pasa por $P(3, -2)$ y es perpendicular al vector $\vec{v}$:

a) $\vec{v}(2, 1)$ b) $\vec{v}(-5, 4)$ c) $\vec{v}(-1, 0)$

47 Escribe la ecuación de la recta perpendicular a r y que pasa por el punto P en los siguientes casos:

a) $r: y = -2x + 3$; $P(-3, 2)$

b) $r: 3x - 2y + 1 = 0$; $P(4, -1)$

c) $r: x = 3$; $P(0, 4)$

48 Halla el punto de intersección de las rectas r y s en los casos siguientes:

a) $\begin{cases} r: 3x - 5y + 17 = 0 \\ s: 7x + 3y - 63 = 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} r: 3x - 2y + 9 = 0 \\ s: x - 2y + 5 = 0 \end{cases}$

49 Representa las rectas $3x + 6 = 0$ y $2y - 5 = 0$ y halla su punto de intersección.

50 Calcula, en cada caso, la distancia entre P y Q:

a) $P(3, 5)$, $Q(3, -7)$ b) $P(-8, 3)$, $Q(-6, 1)$

c) $P(0, -3)$, $Q(-5, 1)$ d) $P(-3, 0)$, $Q(15, 0)$

51 a) Halla el punto medio del segmento de extremos $A(-2, 0)$ y $B(6, 4)$.

b) Comprueba que la distancia del punto medio a cada uno de los extremos es la misma.

52 Comprueba que el triángulo de vértices $A(-1, 0)$, $B(3, 2)$ y $C(7, 4)$ es isósceles. ¿Cuáles son los lados iguales?

53 Comprueba, mediante el teorema de Pitágoras, que el triángulo de vértices $A(-2, -1)$, $B(3, 1)$ y $C(1, 6)$ es rectángulo.

54 A partir del punto $P(1, 3)$, trazamos el vector $2\vec{u} + \vec{v} - \vec{w}$ y llegamos al punto Q. Averigua las coordenadas de Q si conocemos $\vec{u}(2, 1)$, $\vec{v}(3, -1)$ y $\vec{w}(2, 3)$.

55 a) Representa los vectores $\vec{u} = 2\vec{x} + \vec{y} + \vec{z}$ y $\vec{v} = -\vec{x} + 4\vec{y} - 2\vec{z}$ siendo $\vec{x}(2, 2)$, $\vec{y}(3, 0)$ y $\vec{z}(1, -2)$.

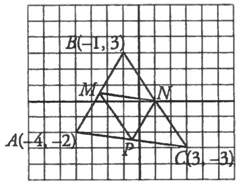
b) Halla las coordenadas de $\vec{u}$ y $\vec{v}$. ¿Son iguales?

56 a) ¿Cuáles de los siguientes vectores tienen la misma dirección?

$\vec{t}(-3, 2)$ $\vec{u}(2, 3)$ $\vec{v}\left(\frac{5}{3}, \frac{5}{2}\right)$ $\vec{w}(6, -4)$

b) Calcula el valor de m y n para que se verifique $\vec{v} = m\vec{t} + n\vec{u}$.

57 a) Determina las coordenadas de los puntos M, N y P que son los puntos medios de los lados del triángulo ABC.



b) Halla las coordenadas de los vectores $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{MP}$ y $\overrightarrow{PN}$ y comprueba que $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ y $\overrightarrow{PN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

58 Dados los vectores $\vec{u}(3, 2)$, $\vec{v}(x, 5)$ y $\vec{w}(8, y)$, calcula x e y para que se verifique: $2\vec{u} - \vec{v} = \vec{w}$.

59 Dados los vectores $\vec{u}(5, -3)$, $\vec{v}(1, 3)$ y $\vec{w}(2, 0)$, calcula el valor de m y n para que se verifique: $\vec{u} = m\vec{v} + n\vec{w}$.

60 Calcula, en cada caso, el valor de m para que el punto $P(m, -2)$ pertenezca a la recta dada:

a) r: pasa por $A(3, 1)$ y $B(-1, 0)$.

b) s: pasa por $A(1, 3)$ y $B(1, -4)$.

61 Calcula m para que los puntos $R(5, -2)$, $S(-1, 1)$ y $T(2, m)$ estén alineados.

62 Comprueba si los puntos $A(18, 15)$ y $B(-43, -5)$ pertenecen a la recta $x - 3y + 27 = 0$.

63 Calcula m y n para que las rectas

$$r: 3x + my - 8 = 0 \quad y \quad s: nx - 2y + 3 = 0$$

se corten en el punto $P(1, 5)$.

64 a) Calcula el valor de k para que la recta de ecuación $(k + 3)x - y - 2 = 0$ pase por el punto $A(2, 0)$.

b) ¿Cuál es la pendiente de esa recta?

65 Estudia la posición relativa de los siguientes pares de rectas y halla el punto de intersección cuando sea posible:

a) $r: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - 2t \end{cases}$ $s: x - 1 = \frac{y}{2}$

b) $r: y = 2x - 3$ $s: \begin{cases} x = t \\ y = 2t \end{cases}$

66 Determina el valor de m para que las rectas $r: \frac{x+1}{3} = \frac{y}{2}$ y $s: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{m}$ sean:

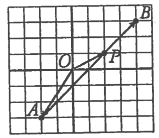
a) Paralelas.

b) Perpendiculares.

c) Se corten en el punto $P(-1, 0)$.

67 Los puntos $A(2, 1)$ y $B(6, 4)$ son vértices de un triángulo. Sabiendo que $M(0,5; -1)$ es el punto medio del lado AC, calcula las coordenadas de $\overrightarrow{AC}$ y el perímetro del triángulo.

68 En el segmento de extremos $A(-2, -3)$ y $B(4, 3)$, halla las coordenadas del punto P tal que $\overrightarrow{AP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$.



69 Escribe la ecuación de una recta perpendicular a r y que pase por $(4, -3)$ en los siguientes casos:

a) $r: 2x + 7 = 0$ b) $r: -y + 4 = 0$

70 Estudia si las rectas r y s son paralelas o perpendiculares:

$r: 3x - 5y + 15 = 0$ s: pasa por $(-2, -3)$ y $(8, 3)$.

71 Estudia la posición relativa de los siguientes pares de rectas:

a) $\begin{cases} r: 2x - 5y + 3 = 0 \\ s: P(3, 1),\ Q(-2, 3) \end{cases}$ b) $\begin{cases} r: 5x - 4y + 8 = 0 \\ s: A(4, 7),\ B(0, 2) \end{cases}$

72 Halla la ecuación de la recta perpendicular a AB en su punto medio, siendo $A(-5, 3)$ y $B(2, 7)$.

73 Comprueba que el cuadrilátero de vértices $A(1, 5)$, $B(5, 1)$, $C(-4, -3)$ y $D(-8, 1)$ es un paralelogramo. Para ello, prueba que los puntos medios de sus diagonales coinciden.

74 Halla, en cada caso, los puntos que dividen al segmento AB en tres partes iguales:

a) $A(-3, 4)$, $B(6, 1)$ b) $A(0, -2)$, $B(9, 1)$

75 Dados los puntos $A(0, 4)$ y $B(-5, 0)$, halla el punto simétrico de B respecto de A y el simétrico de A respecto de B.

76 La recta r es paralela a $5x - 4y + 3 = 0$, y la recta s es perpendicular a ellas. Ambas pasan por el punto $(1, 3)$.

Escribe las ecuaciones de r y s.

77 Los puntos $A(4, 5)$ y $B(7, 0)$ son vértices de un trapecio rectángulo que tiene dos lados sobre los ejes de coordenadas y otro lado paralelo al eje X.

Dibuja el trapecio y halla:

a) Las ecuaciones de sus lados.

b) Su perímetro.

c) Su área.

78 Estudia analíticamente si las rectas $r: 3x + y = 14$; $s: 2x - y = 11$; $t: 4x + 17y = 3$ se cortan en un mismo punto. En caso afirmativo, calcula sus coordenadas.

79 Halla las coordenadas del punto D, de modo que $ABCD$ sea un paralelogramo, siendo $A(1, -1)$, $B(0, 2)$ y $C(6, 5)$.

80 Dado el triángulo de vértices $A(-5, 4)$, $B(4, 1)$ y $C(-1, -2)$, halla:

a) Las ecuaciones de los tres lados.

b) El punto medio del lado AC.

c) La ecuación de la mediana del vértice B.

81 Dada la recta $r: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \end{cases}$, calcula la longitud del segmento AB siendo A y B los puntos donde r corta a los ejes de coordenadas.

82 Comprueba que el triángulo de vértices $A(1, 3)$, $B(4, 1)$ y $C(3, 11/4)$ es isósceles y calcula la medida de la altura relativa al lado desigual.

83 Los puntos $A(0, 4)$ y $B(-1, 0)$ son vértices consecutivos de un paralelogramo, del que sabemos que las diagonales se cortan en $M(2, 1)$. Halla las coordenadas de los vértices C y D.

84 En el triángulo de vértices $A(1, 5)$, $B(4, 0)$ y $C(-2, -2)$, halla:

a) La ecuación de la altura que parte de A.

b) La ecuación de la altura que parte de B.

c) El punto de corte de las alturas (ortocentro).

85 Calcula las coordenadas de un punto P que tiene la abscisa igual a la ordenada y que equidista de los puntos $A(2, 0)$ y $B(0, 4)$.

86 En el triángulo de vértices $A(-1, 1)$, $B(3, 4)$ y $C(3, 0)$, halla:

a) La ecuación de la mediatriz de BC.

b) La ecuación de la mediatriz de AC.

c) El punto de intersección de las mediatrices (el circuncentro del triángulo).

87 Las rectas $r: x - y + 1 = 0$; $s: x + y + 9 = 0$ y $t: 4x - y - 14 = 0$ forman un triángulo ABC.

Halla las coordenadas de los vértices.

88 Dados la recta $r: x - 2y + 1 = 0$ y el punto $A(-1, 5)$, halla el punto simétrico de A respecto de r.

89 Demuestra analíticamente que el punto $B(6, 4)$ es el punto simétrico de $A(-2, 2)$ respecto de la recta $4x + y - 11 = 0$.

90.- Dibuja un paralelogramo que tenga dos de sus lados sobre las rectas $y = 3x$ e $y = 0$ y un vértice en el punto $P(6, 3)$.

a) Halla las ecuaciones de los otros dos lados.

b) Di cuáles son las coordenadas de los otros vértices.

91.- Prueba que el cuadrilátero de vértices

$A(4, 2)$, $B(-2, 5)$, $C(-5, 2)$ y $D(-2, -4)$

es un trapecio isósceles y calcula su perímetro.

92 Dibuja el cuadrilátero de vértices $A(-3, -2)$, $B(-2, 3)$, $C(3, 5)$ y $D(12, 3)$. Comprueba si es un trapecio.

Si no lo es, rectifica las coordenadas del punto D para que lo sea.

93.- Determina el punto de la recta $r: 4x - 8y + 7 = 0$ que equidiste de los puntos $A(2, 1)$ y $B(1, -3)$.

94.- Sabes que la expresión $ax + by + c = 0$ es la ecuación de una recta. Di cómo es la recta en los siguientes casos:

a) $a = 0$ b) $b = 0$ c) $c = 0$ d) $a = 0$, $c = 0$

95.- Si dos rectas r_1 y r_2 son perpendiculares, ¿cuál de estas condiciones cumplirán sus pendientes?

a) $m_1 = \frac{1}{m_2}$ b) $m_1 = -m_2$

c) $m_1 \cdot m_2 = -1$ d) $m_1 + m_2 = -1$

96.- ¿Cuál de estas expresiones nos da la distancia entre $P(x_1, y_1)$ y $Q(x_2, y_2)$?

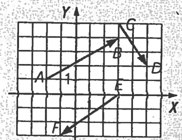
a) $(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1)$

b) $\sqrt{(x_2 + x_1)^2 - (y_2 + y_1)^2}$

c) $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

d) $|x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$

97.- ¿Cuáles son las coordenadas de los vectores?



98.- Dados los puntos $A(-2, 0)$, $B(0, 0)$ y $C(3, -2)$, representa y calcula las coordenadas y el módulo de los vectores $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ y $\overrightarrow{AC}$.

99.- Las coordenadas de los puntos A, B, C y D son:

$A(0, 0)$ $B(-1, 3)$ $C(-2, -2)$ $D(1 -3)$

Calcula el resultado de estas operaciones.

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}$

b) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$ e) $\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CD}$

c) $\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AB}$ f) $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AB}$

100.- Si $\vec{u} = (-3, 2)$ y $\vec{w} = (4, -1)$, determina el vector $\vec{v}$ tal que $\vec{u} + \vec{v} = \vec{w}$.

101.- Los puntos $A(-1, 1)$, $B(0, 2)$ y $C(2, 0)$ son los vértices de un triángulo. Halla las coordenadas de los vectores que forman sus lados.

102.- A) Sabiendo que $A(3, -4)$ y $B(5, 2)$, calcula $k \cdot \overrightarrow{AB}$.

a) $k = 3$ b) $k = -2$ c) $k = 5$ d) $k = \frac{1}{2}$

B) Efectúa las siguientes operaciones, si $\vec{u} = (6, 2)$ y $\vec{v} = (-2, 1)$.

a) $2\vec{u} + 3\vec{v}$ b) $(-1)\vec{v} - \vec{u}$

103.- Calcula la ecuación vectorial de la recta que pasa por el punto $A(0, -4)$ y tiene como vector director $\vec{v} = (-1, 7)$.

104.- Dados los puntos de coordenadas $A(-1, 7)$ y $B(0, 1)$:

a) Calcula el vector director de la recta que pasa por A y B.

b) Halla la ecuación vectorial de dicha recta.

105.- Dados los puntos $A(-1, 7)$ y $B(0, 1)$, halla:

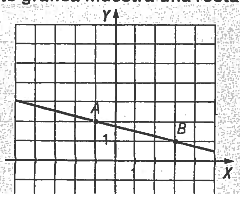
a) Las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por ellos.

b) Tres puntos que pertenezcan a dicha recta.

106.- Calcula las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por el punto $A(0, -4)$ y tiene como vector director $\vec{v} = (-1, 7)$.

107.- ¿Cuáles son las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por el punto $A(2, 3)$ y tiene como vector director $\vec{v} = (-1, 0)$?

108.- La siguiente gráfica muestra una recta.



a) Escribe las ecuaciones paramétricas y la ecuación vectorial.

b) ¿Pertenece el punto $(-6, 4)$ a la recta?

109.- Halla la ecuación continua de la siguiente recta, expresada en forma paramétrica:

$$\left.\begin{array}{l} x = 2 - 3t \\ y = 2t \end{array}\right\}$$

110.- Calcula la ecuación de la recta que pasa por el punto $A(2, 3)$ y tiene como vector director $\vec{v} = (-1, 0)$.

111.- La ecuación de una recta es $y = 3x - 3$. ¿Cuál es la pendiente? Halla un vector director.

112.- Calcula la ecuación continua de la recta que pasa por los puntos: $A(3, -1)$ y $B(4, 5)$

113.- La ecuación de la recta r es $y = -x + 2$.

a) ¿Cuál es el valor de la pendiente? ¿Y el de la ordenada en el origen?

b) Determina las coordenadas de uno de sus vectores directores.

c) Obtén dos puntos de la recta y dibújala.

d) El punto $A(-1, 4)$, ¿pertenece a esa recta?

114.- Determina las ecuaciones explícita y punto-pendiente de la recta que pasa por $A(0, -4)$ y su vector director es $\vec{v} = (-1, 7)$.

115.- ¿Cuál es la ecuación general de la recta cuya ecuación vectorial es $(x, y) = (1, 1) + t \cdot (3, 1)$?

116.- Calcula la ecuación general de la recta que pasa por los puntos $A(0, -1)$ y $B(3, 2)$.

117.- La pendiente de una recta es $m = 2$ y sabemos que pasa por el punto $A(0, -1)$.

a) Escribe su ecuación general.

b) Calcula un vector director y otro paralelo.

118.- Indica cuál es la posición relativa de las siguientes rectas en el plano.

a) $r: x + 3y + 3 = 0$
$s: x - 5y + 3 = 0$

b) $r: x + 3y + 2 = 0$
$s: 3x + 9y + 6 = 0$

119.- Estudia la posición relativa de las rectas $r: (x, y) = t \cdot (3, 1)$ y $s: x - 5y + 3 = 0$.

120.- ¿Cuánto tiene que valer A para que las rectas $r: y = Ax + 6$ y $s: \frac{x}{2} = \frac{y - 6}{4}$ sean paralelas?

121 ● Dibuja el vector $\overrightarrow{AB}$, cuyo origen y extremo son:

a) $A(-1, 2)$ y $B(2, 0)$ c) $A(2, 3)$ y $B(4, 7)$

b) $A(2, 0)$ y $B(-1, 2)$ d) $A(-2, 3)$ y $B(-4, 7)$

122 ● Calcula las coordenadas del vector $\overrightarrow{AB}$, siendo A y B los siguientes puntos.

a) $A(0, 2)$ y $B(1, -1)$ c) $A(-2, 1)$ y $B(-5, 1)$

b) $A(2, 1)$ y $B(4, 3)$ d) $A(0, 0)$ y $B(6, 2)$

123 ● Calcula las coordenadas del punto A:

a) Si $\overrightarrow{AB} = (-1, 3)$ y $B(5, 2)$

b) Si $\overrightarrow{AB} = (2, 3)$ y $B(1, 4)$

c) Si $\overrightarrow{AB} = (-4, 1)$ y $B(-3, 3)$

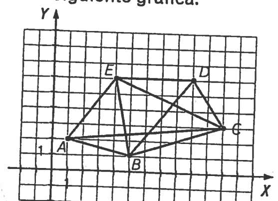
124 ● Calcula las coordenadas del punto B:

a) Si $\overrightarrow{AB} = (0, 2)$ y $A(-3, 5)$

b) Si $\overrightarrow{AB} = (1, 0)$ y $A(4, 6)$

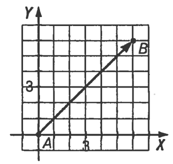
c) Si $\overrightarrow{AB} = (2, 4)$ y $A(-2, 4)$

125 ● Calcula las coordenadas de los vectores $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BE}$ y $\overrightarrow{BD}$ en la siguiente gráfica:

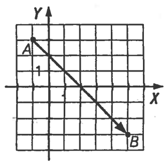


126 ● Calcula el módulo de los vectores.

a)



b)



127 ● Obtén el módulo del vector $\overrightarrow{AB}$.

a) $A(1, 1)$ y $B(2, 3)$ c) $A(3, -2)$ y $B(1, -1)$

b) $A(-4, 1)$ y $B(5, -2)$ d) $A(-3, 0)$ y $B(0, 4)$

128 ●● Si los puntos $A(1, 1)$, $B(1, 3)$ y $C(7, 3)$ son vértices del paralelogramo $ABCD$, calcula.

a) Las coordenadas de D.

b) El vector $\overrightarrow{BD}$.

129 ● Halla la suma de los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{CD}$.

a) $A(0, 2)$, $B(2, 5)$, $C(2, -1)$ y $D(5, -2)$

b) $A(3, 5)$, $B(-1, 6)$, $C(6, 4)$ y $D(5, 0)$

130 ● Dados los puntos $A(2, -1)$, $B(0, -3)$ y $C(2, 3)$:

a) Halla la suma de los vectores $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ y comprueba que es igual a $\overrightarrow{AC}$.

b) Calcula la diferencia $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ y comprueba que es igual a $-\overrightarrow{BC}$.

131 ● Obtén la diferencia de los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{CD}$.

a) $A(-3, 2)$, $B(0, 5)$, $C(3, 1)$ y $D(4, -2)$

b) $A(0, 5)$, $B(-1, 3)$, $C(-2, 4)$ y $D(5, 1)$

132 ● Dados los vectores $\vec{u} = (-6, 1)$ y $\vec{v} = (2, 3)$, calcula.

a) $\vec{u} + \vec{v}$ b) $\vec{u} - \vec{v}$

133 ● Determina el módulo del vector que resulta de sumar los vectores $\vec{u} = (3, 7)$ y $\vec{v} = (-6, 2)$.

134 ● Calcula el módulo del vector que resulta de restar los vectores $\vec{u} = (4, -2)$ y $\vec{v} = (-3, 1)$.

135 ●● Halla $\vec{v}$, si $\vec{u} = (5, 4)$ y $\vec{u} + \vec{v} = (2, 6)$.

136 ●● Calcula $\vec{v}$, sabiendo que $\vec{u} = (-1, 6)$ y que $\vec{u} - \vec{v} = (3, -2)$.

137 ●● Halla las coordenadas de los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$, si $\vec{u} + \vec{v} = (1, 1)$ y $\vec{u} - \vec{v} = (3, 5)$.

138 ● Representa el vector $k\vec{u}$, con origen en $(0, 0)$, en estos casos.

a) $k = 4$ y $\vec{u} = (1, 2)$ c) $k = \frac{1}{2}$ y $\vec{u} = (-2, 3)$

b) $k = -2$ y $\vec{u} = (-2, 3)$ d) $k = \frac{3}{5}$ y $\vec{u} = (10, 20)$

139 ● Calcula las coordenadas del vector $k\vec{u}$ en los siguientes casos.

a) $k = 4$ y $\vec{u} = (-1, 0)$

b) $k = -2$ y $\vec{u} = (6, -10)$

c) $k = 5$ y $\vec{u} = (2, 3)$

d) $k = -2$ y $\vec{u} = (-3, -5)$

140 ● Considera los siguientes vectores:

$\vec{u} = \left(-\frac{2}{3}, \frac{3}{2}\right)$ $\quad \vec{w} = (-4, 7)$

$\vec{v} = (2, -1)$ $\quad \vec{t} = \left(\frac{1}{2}, -\frac{2}{5}\right)$

y realiza las operaciones indicadas.

a) $2(\vec{u} + \vec{w})$

b) $2\vec{w} + 6\vec{u} - (\vec{v} + 10\vec{t})$

c) $\frac{1}{2}(\vec{v} - \vec{w})$

d) $\frac{2}{3}(3\vec{u} - 2\vec{v}) + \frac{1}{4}(\vec{w} - 3\vec{u}) - \frac{5}{2}\vec{t}$

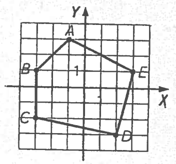
141 ● Sabiendo que $A(8, -3)$, $B(5, -1)$ y $C(4, 3)$, calcula y representa los siguientes vectores.

a) $3 \cdot \overrightarrow{AB}$ d) $4 \cdot \overrightarrow{AC}$

b) $-5 \cdot \overrightarrow{BC}$ e) $\overrightarrow{BA} + 3 \cdot \overrightarrow{BC}$

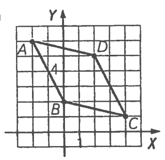
c) $-2 \cdot \overrightarrow{CA}$ f) $\overrightarrow{AC} - 4 \cdot \overrightarrow{AB}$

142 Halla el perímetro del siguiente polígono, teniendo en cuenta que la escala de la cuadrícula representa 1 cm.

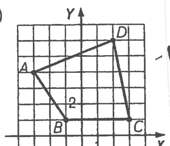


143 ●● Dadas estas figuras, calcula su perímetro.

a)

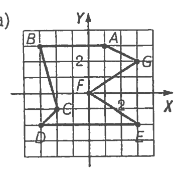


b)

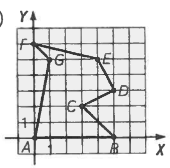


144 ●● Halla el perímetro de las siguientes figuras.

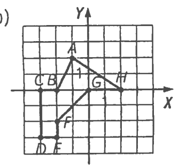
a)



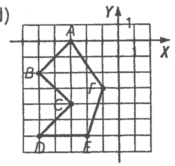
c)



b)

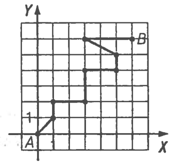


d)



145 ●● Calcula el punto medio del segmento AB, cuyos extremos son $A(1, 4)$ y $B(4, 3)$.
Si al punto medio lo llamamos M, halla el punto medio de los segmentos AM y MB.

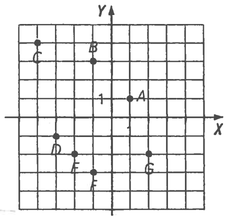
146 ●●● Si el área de cada cuadrado en la gráfica es de 1 cm²:



a) Obtén la distancia que se recorre para ir desde el punto A hasta el punto B.

b) ¿Cuál sería la distancia si pudiéramos hacer el camino en línea recta?

147 ●●● Observa la siguiente gráfica, y ordena los puntos dibujados en ella, de menor a mayor distancia hasta el origen.



148 ●●● Averigua las coordenadas del punto A, sabiendo que el punto medio del segmento AB es $M(5, 2)$ y el punto $B(7, -3)$.

149 ●●● Halla las coordenadas del punto B, si $A(-2, -1)$ y el punto medio es $M\left(\frac{1}{4}, \frac{5}{2}\right)$.

150 ●● Obtén el punto M que divide el segmento AB en dos partes iguales en cada uno de los siguientes casos.

a) $A(2, 3)$ y $B(-1, 2)$

b) $A(-1, 0)$ y $B(3, 4)$

c) $A(-2, -3)$ y $B(-1, 2)$

d) $A(2, 3)$ y $B(1, -2)$

e) $A(5, 5)$ y $B(3, -8)$

f) $A(3, -2)$ y $B(4, 3)$

151 ●●● Calcula dos puntos M_1 y M_2 que dividan al segmento AB en tres partes iguales.

a) $A(2, 2)$ y $B(-4, 5)$

b) $A(1, 3)$ y $B(7, -6)$

c) $A(-1, 6)$ y $B(-10, 3)$

152 ●●● Halla tres puntos M_1, M_2 y M_3 que dividan al segmento AB en cuatro partes iguales.

a) $A(-4, -2)$ y $B(0, 6)$

b) $A(1, 6)$ y $B(9, -3)$

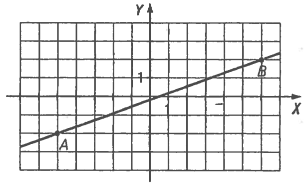
c) $A(-3, 10)$ y $B(-7, -2)$

153 ● Calcula la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(5, 3)$ y $B(4, 7)$ en forma vectorial, paramétrica y continua.

154 ● Obtén la ecuación de la recta, en forma implícita, que pasa por el punto $A(4, 1)$ y tiene como vector director $\vec{v} = (3, 1)$.

155 ● Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto $A(0, 2)$ y tiene como vector director $(-2, 3)$, en forma explícita.

156 ●● A partir de la representación de la siguiente recta, calcula sus ecuaciones de todas las formas posibles.



157 ●● Escribe la ecuación de estas rectas de todas las formas posibles.

a) $\left.\begin{array}{l} x = 2 - t \\ y = 3 + 2t \end{array}\right\}$

b) $(x, y) = (0, 3) + t \cdot (2, 1)$

c) $y = 3x - 1$

d) $y - 3 = 3 \cdot (x - 5)$

e) $2x + y - 5 = 0$

158 ●● Halla el punto de corte de estas rectas:

$r: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{2}$ $\quad s: \left.\begin{array}{l} x = 4 - t \\ y = t \end{array}\right\}$

159 ●●● Calcula las coordenadas de los vértices del triángulo, cuyos lados están contenidos en las rectas que vienen expresadas mediante estas ecuaciones:

$r: x - y - 1 = 0$

$s: x + y + 2 = 0$

$p: 3x - y + 2 = 0$

160 ●● Halla las coordenadas de los vértices del cuadrilátero, cuyos lados están contenidos en las rectas que tienen por ecuación:

$r: 3x - 4y - 8 = 0$ $\quad p: 2x + y + 2 = 0$

$s: x - 2y + 12 = 0$ $\quad q: 2x + y + 5 = 0$

161 ●● Dos rectas tienen por ecuaciones:

$r: y = 3x - 1$

$s: (x, y) = (1, 3) + t \cdot (-3, 2)$

a) Escribe las rectas en forma paramétrica.

b) ¿Cuáles son sus vectores directores?

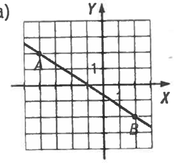
c) Calcula cuatro puntos distintos de cada una de las rectas.

d) Halla, si lo tienen, un punto común de ambas rectas.

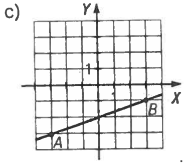
162 ●●● Calcula la ecuación de la recta vertical que divide al triángulo, de vértices $A(0, 0)$, $B(2, 2)$ y $C(10, 2)$, en dos regiones con igual área.

163 ●●● Obtén la ecuación general y la ecuación punto-pendiente de las siguientes rectas.

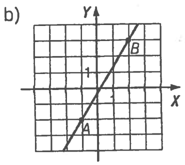
a)



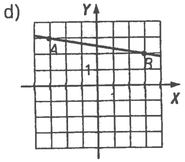
c)



b)



d)



164 ●● Representa gráficamente las siguientes rectas.

a) $y = 2x - 3$

b) $\left.\begin{array}{l} x = -1 + t \\ y = 2 - t \end{array}\right\}$

c) $y - 2 = 3(x + 1)$

d) $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{6}$

165 ● Estudia la posición de estas rectas en el plano.

$r: 2x + 3y - 1 = 0$ $\quad s: 3x - 4y + 4 = 0$

166 ● Estudia la posición relativa en el plano de las siguientes parejas de rectas.

a) $r: 3x + y - 7 = 0$
$s: 3x + y + 5 = 0$

b) $r: x + y - 3 = 0$
$s: 2x + 2y - 6 = 0$

c) $r: x + 3y - 4 = 0$
$s: x + 2y + 5 = 0$

d) $r: -5x + 10y - 8 = 0$
$s: 10x - 20y + 16 = 0$

e) $r: -x + 2y - 1 = 0$
$s: 2 - x + 3y - 8 = 0$

f) $r: \frac{1}{2}x + y - 3 = 0$
$s: x - \frac{1}{5}y + 8 = 0$

167 ●● Estudia la posición relativa de estos pares de rectas en el plano.

a) $r: (x, y) = (1, 3) + t \cdot (1, 2)$
$s: \frac{x-2}{1} = \frac{y-5}{2}$

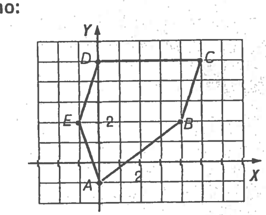
b) $r: \left.\begin{array}{l} x = 2 - t \\ y = t \end{array}\right\}$
$s: (x, y) = (2, 0) + t \cdot (2, -1)$

c) $r: \left.\begin{array}{l} x = 3 + 5t \\ y = 2 - 2t \end{array}\right\}$
$s: \frac{x-8}{10} = \frac{y}{-4}$

d) $r: 2x - 3y = 0$
$s: (x, y) = t \cdot (1, -1)$

e) $r: \left.\begin{array}{l} x = -2t \\ y = -3 + 2t \end{array}\right\}$
$s: x + 3y - 2 = 0$

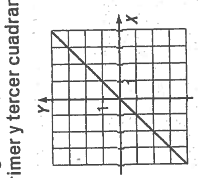
168 ●●● Halla la suma de los vectores que forman los lados AB, BC, CD, DE y EA del siguiente polígono:



¿Ocurre lo mismo en todos los polígonos?

169 ●●● Calcula las coordenadas del vértice A de un triángulo isósceles, cuyo lado desigual coincide con el segmento de extremos $B(3, 1)$ y $C(9, 3)$, y sabiendo que la altura sobre BC es de 4 cm.

170 ●●● Esta es la gráfica que representa a la recta bisectriz del primer y tercer cuadrantes.



a) Calcula sus ecuaciones paramétricas.

b) Determina la ecuación de la recta paralela a la bisectriz y que pasa por el punto $P(-2, 2)$.

c) Expresa las ecuaciones de ambas en todas las formas posibles.

171 ●● Halla la ecuación de la recta en cada caso.

a) Paralela a la recta de ecuación $\left.\begin{array}{l} x = 2 - 3t \\ y = 2t \end{array}\right\}$ y pasa por el punto $P(-3, 1)$.

b) No corta a la recta $y - 1 = \frac{2}{5}(x - 3)$ y su ordenada en el origen es $n = 2$.

c) Su pendiente es $m = \frac{2}{3}$ y corta al eje X en el punto de abscisa $x = -2$.

d) Paralela al eje X y su ordenada en el origen vale $n = -1$.

1 Vectores

Un **vector** es un segmento orientado que se determina por dos puntos, A y B, y el orden de estos. El primero de los puntos se llama **origen** y el segundo se denomina **extremo**, y se escribe $\overrightarrow{AB}$.

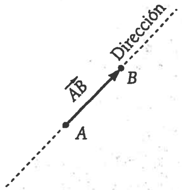
Las magnitudes que se expresan con un solo número se llaman **magnitudes escalares**, pero si además tenemos que saber la dirección y el sentido son **magnitudes vectoriales**, y sus elementos son vectores.

1.1 Elementos de un vector

Módulo: es la longitud del segmento AB.

Dirección: es la recta sobre la que está situada el vector. Una recta y todas sus paralelas determinan la misma dirección.

Sentido: es la forma de recorrer el segmento AB, es decir, de fijar el origen y el extremo.



1.2 Coordenadas de un vector

Las **coordenadas** o componentes del vector $\overrightarrow{AB}$ son las coordenadas del punto extremo $B(b_1, b_2)$ menos las del punto origen $A(a_1, a_2)$:

$$\overrightarrow{AB} = (b_1 - a_1, b_2 - a_2)$$

1.3 Cálculo del módulo de un vector

Si las coordenadas de un vector $\vec{v}$ son (v_1, v_2) su **módulo** es:

$$|\vec{v}| = \sqrt{(v_1)^2 + (v_2)^2}$$

1.4 Vectores equivalentes y paralelos

- Dos **vectores** son **equivalentes** cuando tienen el mismo módulo, dirección y sentido. En coordenadas, $\vec{u} = (u_1, u_2)$ y $\vec{v} = (v_1, v_2)$ son equivalentes cuando sus coordenadas son iguales: $u_1 = v_1$ y $u_2 = v_2$
- Dos **vectores** son **paralelos** cuando tienen la misma dirección. En coordenadas $\vec{u} = (u_1, u_2)$ y $\vec{v} = (v_1, v_2)$ son paralelos cuando sus coordenadas son proporcionales: $\frac{u_1}{v_1} = \frac{u_2}{v_2}$

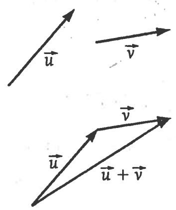
2 Operaciones con vectores

2.1 Suma y resta de vectores

Para **sumar** gráficamente dos **vectores** $\vec{u}$ y $\vec{v}$, se toma uno de ellos, $\vec{u}$, y con origen en su extremo se dibuja un vector equivalente a $\vec{v}$.

La suma es otro vector cuyo origen es el origen de $\vec{u}$, y su extremo es el extremo de $\vec{v}$.

El vector resultante se denota $\vec{u} + \vec{v}$.



En coordenadas, si las coordenadas del vector $\vec{u}$ son (u_1, u_2) y las de $\vec{v}$ son (v_1, v_2), el **vector suma** se calcula sumándolos coordenada a coordenada.

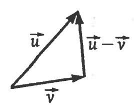
$$\vec{u} + \vec{v} = (u_1, u_2) + (v_1, v_2) = (u_1 + v_1, u_2 + v_2)$$

Si multiplicamos un vector $\vec{v}$ por -1, obtenemos su opuesto: $-\vec{v}$.
$-1 \cdot \vec{v} = -\vec{v}$

El opuesto de un vector $\vec{v}$ es otro vector $-\vec{v}$ con igual dirección y módulo, pero de sentido contrario.
La suma de un vector y su opuesto es el vector cero.
$\vec{v} + (-\vec{v}) = \vec{0} = (0, 0)$
Si $\vec{v} = (v_1, v_2)$, su opuesto es $-\vec{v} = (-v_1, -v_2)$.

Para **restar** dos **vectores** $\vec{u}$ y $\vec{v}$, se toman vectores equivalentes a ambos que tengan el mismo origen, y la diferencia es otro vector que tiene como origen el extremo de $\vec{v}$, y como extremo, el extremo de $\vec{u}$.

El vector resultante se denota $\vec{u} - \vec{v}$.

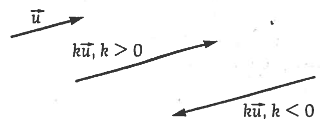


En coordenadas, si las coordenadas del vector $\vec{u}$ son (u_1, u_2) y las de $\vec{v}$ son (v_1, v_2), el **vector diferencia** se calcula restándolos coordenada a coordenada.

$$\vec{u} - \vec{v} = (u_1, u_2) - (v_1, v_2) = (u_1 - v_1, u_2 - v_2)$$

2.2 Multiplicación de un vector por un número

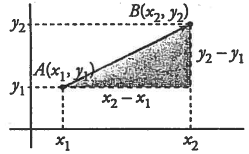
Para **multiplicar un vector $\vec{u}$ por un número** real k se multiplica el módulo del vector por el número real, y se mantiene la dirección del vector. El sentido será el mismo si k es positivo, y contrario, si k es negativo.



En coordenadas, si $\vec{u} = (u_1, u_2)$, el **producto de un número real k por un vector $\vec{u}$** se calcula multiplicando cada coordenada por el número k.

$$k \cdot \vec{u} = (k \cdot u_1, k \cdot u_2)$$

3 Distancia entre dos puntos



Para dos puntos cualesquiera, $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, su distancia se obtiene hallando el módulo del vector $\overrightarrow{AB}$.

$$dist(A, B) = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Esta fórmula también es válida si los puntos tienen la misma abscisa o la misma ordenada.

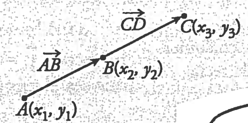
4 Punto medio de un segmento

Las coordenadas del **punto medio,** M, de un segmento AB son la semisuma de las coordenadas de sus extremos.

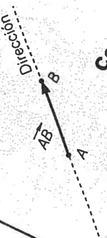
Es decir, si $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2) \rightarrow M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

5 Puntos alineados

Los puntos $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ y $C(x_3, y_3)$ están **alineados** si $\overrightarrow{AB} \,//\, \overrightarrow{BC}$; es decir, si las coordenadas del vector $(x_2 - x_1, y_2 - y_1)$ son proporcionales a las del vector $(x_3 - x_2, y_3 - y_2)$.



Vectores



Coordenadas
$\left.\begin{matrix} A(a_1, a_2) \\ B(b_1, b_2) \end{matrix}\right\} \rightarrow \overrightarrow{AB} = (b_1 - a_1, b_2 - a_2)$

Módulo
$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}$

Ecuaciones de la recta
Punto: $P(a, b)$ Vector: $\vec{v} = (v_1, v_2)$
Vectorial: $(x, y) = (a, b) + t \cdot (v_1, v_2)$
Paramétricas: $\begin{cases} x = a + t \cdot v_1 \\ y = b + t \cdot v_2 \end{cases}$
Continua: $\frac{x - a}{v_1} = \frac{y - b}{v_2}$
Explícita: $y = \frac{v_2}{v_1}x + \left(b - \frac{v_2}{v_1}a\right) = mx + n$
General: $Ax + By + C = 0$