

EXERCICIOS RESUELTOS

1. Hallar AB dados los siguientes datos:

2. Una circunferencia de centro O tiene un radio de 80 cm. Desde un punto P que dista 130 cm de O trazamos una tangente. ¿Cuál es la longitud del segmento tangente, PT ?

3. Dos circunferencias de centros O y O' y radios 9 cm y 5 cm tienen sus centros a 20 cm. Hallar la longitud del segmento tangente exterior común.

4. Dos circunferencias de radios 14 cm y 7 cm tienen sus centros a 29 cm. Calcular la longitud del segmento de tangente interior común.

5. Una circunferencia tiene un radio de 15 cm. Una recta, r , corta a la circunferencia en dos puntos, A y B . La distancia entre A y B es de 18 cm. ¿Cuál es la distancia del centro de la circunferencia a la recta?

6. Halla el radio de la circunferencia sabiendo que:

7. El triángulo ABC es un triángulo rectángulo, y AH es la altura sobre la hipotenusa.

8. Demuestra que los triángulos ABH y AHC son semejantes.

9. Calcula las longitudes \overline{BH} y \overline{HC} .

FÓRMULAS

RECTÁNGULO $A = b \cdot a$

CUADRADO $A = l^2$

TRAPEZIO $A = \frac{b+a}{2} \cdot h$

TRIÁNGULO $A = \frac{b \cdot a}{2}$

PARALELOGRAMO $A = b \cdot a$

TRAPEZIO $A = \frac{b'+b''}{2} \cdot a$

TRIÁNGULO RECTÁNGULO $A = \frac{c \cdot c'}{2}$

ROMBO $A = \frac{d \cdot d'}{2}$

POLÍGONO REGULAR $A = \frac{\text{perímetro} \cdot ap}{2}$

Área de un triángulo en función de sus lados

La fórmula siguiente es muy útil, pues para aplicarla basta con conocer la longitud de los lados del triángulo.

Perímetro: $p = a + b + c$

Semiperímetro: $s = \frac{p}{2}$

Área triángulo: $A_{\text{triángulo}} = \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)}$

Se llama FÓRMULA DE HERÓN.

CÍRCULO $A = \pi r^2$

SECTOR CIRCULAR $A = \pi r^2 \cdot \frac{\alpha}{360}$

CORONA CIRCULAR $A = \pi(R^2 - r^2)$

Área de la elipse

La elipse queda caracterizada por sus ejes, cuyas longitudes llamamos $2a$ y $2b$.

$A_{\text{elipse}} = \pi ab$

8-630

8. Halla el área de la parte coloreada:

a)

b)

d)

e)

f)

g)

h)

i)

j)

9. Halla las áreas de las siguientes figuras coloreadas:

a)

b)

c)

10. En los siguientes triángulos rectángulos, se dan dos catetos y se pide la hipotenusa (si su medida no es exacta, dála con una cifra decimal):

a) 37 cm y 45 cm b) 16 cm y 30 cm

11. En los siguientes triángulos rectángulos, se da la hipotenusa y un cateto, y se pide el otro cateto (exactamente o con una cifra decimal):

a) 45 cm y 37 cm b) 39 cm y 15 cm

$x = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$

$\overline{AB} = 2 \cdot x = 24$ cm

El segmento tangente, PT , es perpendicular al radio, OT .

PT y OT son catetos del triángulo PTO . PO es la hipotenusa. Por tanto:

$\overline{PT} = \sqrt{130^2 - 80^2} = \sqrt{10500} = 102,47$ cm

El segmento tangente exterior común mide 19,6 cm.

$t' = \sqrt{20^2 - 4^2} = 19,6$ cm

El segmento tangente exterior común mide 19,6 cm.

$x = \sqrt{29^2 - 21^2} = \sqrt{400} = 20$ cm

De un rombo conocemos una diagonal, 24 cm, y el lado, 13 cm. Halla la otra diagonal.

$r_1 = 15$ cm, $r_2 = 6$ cm, $O_1O_2 = 41$ cm

Halla la longitud del segmento T_1T_2 .

Halla la longitud del segmento tangente interior común a las dos circunferencias del ejercicio anterior.

6. a) ¿Por qué son semejantes los triángulos APQ y ACB ?

b) Calcula $x = \overline{BQ}$.

7. Halla el área de la parte coloreada en las figuras siguientes:

a)

b)

d)

8. Halla el área de la parte coloreada en las figuras siguientes:

a)

b)

d)

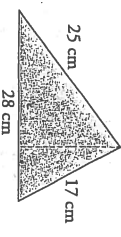
9. Halla las áreas de las siguientes figuras coloreadas:

a)

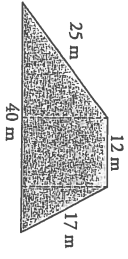
b)

d)

12. Calcula la altura de este triángulo, aplicando el teorema de Pitágoras a los dos triángulos rectángulos que aparecen. Después, halla su área.

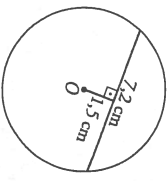


13. Halla la altura del trapecio siguiente. Después, calcula su área.



14. Halla el radio de un arco de $100,48$ m de longitud y 72° de apertura ($\pi = 3,14$).

15. Calcula la medida, en grados, de un arco que mide $31,4$ cm correspondiente a una circunferencia de $47,1$ cm de longitud ($\pi = 3,14$).



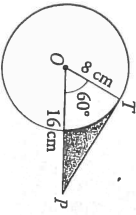
16. a) Calcula el radio de esta circunferencia.

b) ¿Cuál será la longitud de una cuerda cuya distancia al centro es $2,9$ cm?

17. En un círculo de 52 cm de diámetro se traza una cuerda a 10 cm del centro. Halla el área del cuadrilátero que se forma uniendo los extremos de la cuerda con los del diámetro paralelo a ella.

18. Calcula:

- a) La longitud de PT .
- b) El área de la parte coloreada.

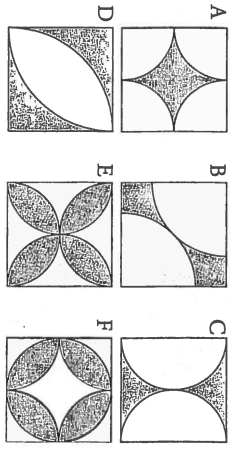


19. Halla el área de un triángulo cuyos lados miden 10 m, 17 m y 21 m.

20. Halla el área del hexágono regular en el que cada uno de sus lados mide 10 cm.

21. Dos de los lados de un triángulo isósceles miden 30 cm y 13 cm. Halla su área.

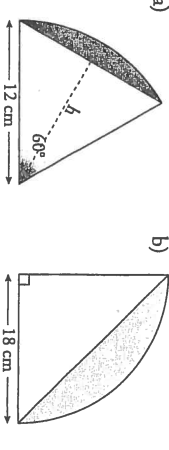
22. Estos cuadrados tienen 1 m de lado. Calcula (en cm^2) el área de la parte coloreada:



23. Halla, en cada caso, el área y el perímetro de un sector circular de un círculo de 15 cm de radio y cuya amplitud es:

- a) 90°
- b) 120°
- c) 65°
- d) 140°

24. Calcula el área de los siguientes segmentos circulares:



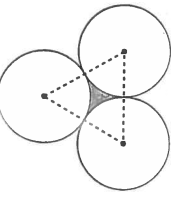
25. Comprueba que los siguientes triángulos son rectángulos y calcula sus áreas de dos formas: a partir de sus catetos y aplicando la fórmula de Herón.

- a) 51 cm, 68 cm y 85 cm.
- b) 110 m, 264 m y 286 m.
- c) 72 dam, 135 dam y 153 dam.
- d) 48 m, 140 m y 148 m.

26. Una finca tiene la forma y las dimensiones indicadas en la figura. Calcula su área.



27. Calcula el área del recinto que tiene Sara para sembrar, es el que está entre los tres depósitos de agua cilíndricos de 5 m de radio que ha puesto su padre en el jardín.



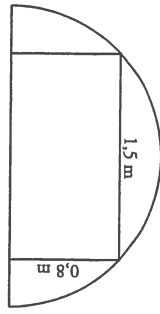
28. Halla el área de un rombo de lado 3 dm, sabiendo que una diagonal mide 46 cm.

29. Averigua cómo son los triángulos de lados:

- a) 7 cm, 8 cm, 11 cm
- b) 11 cm, 17 cm, 15 cm
- c) 34 m, 16 m, 30 m
- d) 65 m, 72 m, 97 m
- e) 12 cm, 13 cm, 20 cm
- f) 15 m, 36 m, 39 m

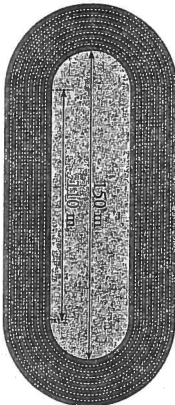
30. Se va a perforar un túnel semicircular por el que circulará una vagonesa de $1,5$ m de ancho por $0,8$ m de alto.

¿Qué diámetro, como mínimo, debe tener la sección del túnel?



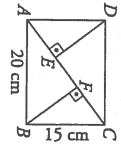
31. Se quiere renovar con material sintético, que cuesta 15 €/m^2 , el piso de una pista de atletismo como la que ves en la figura, compuesta por 8 calles de 1 m de anchura.

¿A cuánto ascenderá el presupuesto para la compra del material?

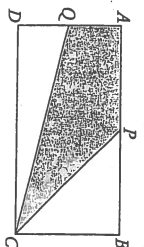


32. Observando esta figura, halla:

- a) El área del triángulo ABC .
- b) La longitud del segmento BF (altura sobre la hipotenusa del triángulo ABC).
- c) La longitud del segmento EF .



33. El perímetro de este rectángulo es 96 m, y la base mide 12 m más que la altura.

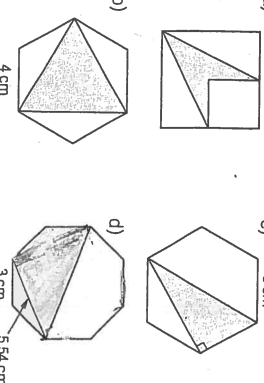


Halla el área de la parte coloreada. (P y Q son los puntos medios de los lados AB y AD , respectivamente).

34. Hallar el área de un trapecio isósceles cuyas bases miden 37 cm y 55 cm, y el lado oblicuo, 14 cm.

35. Calcular el área del triángulo de lados 11 cm, 13 cm y 20 cm.

36. Determina el área de las superficies coloreadas.



37. Calcula el área de un círculo circunscrito a un triángulo rectángulo de catetos 6 cm y 8 cm.

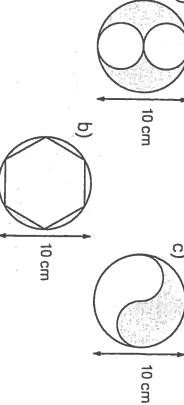
38. Halla el área de la corona circular limitada por las circunferencias circunscrita e inscrita de un cuadrado de lado 8 cm.

39. Calcula el área de un sector circular de amplitud 60° , y radio, el de una circunferencia de longitud 12π cm.

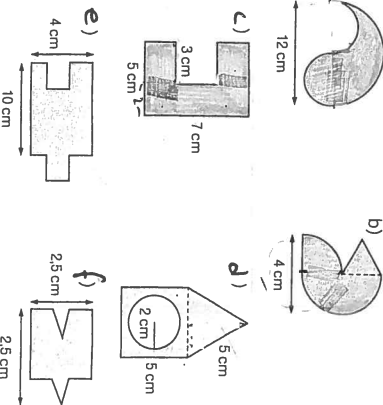
40. Obtén el área de un círculo cuyo diámetro es igual que el perímetro de un cuadrado de lado 7 cm.

41. En una circunferencia de radio 5 cm se inscribe un triángulo rectángulo e isósceles. Calcula el área comprendida entre el círculo y el triángulo.

42. Halla el área de la zona coloreada, sabiendo que el diámetro de la circunferencia mide 10 cm.



43. Calcula el área de las siguientes figuras.



EJERCICIOS RESUELTOS.

1. Calcular el área total de una pirámide recta hexagonal regular, sabiendo que la arista de la base mide 5 cm, y la arista lateral, 13 cm.

- Cálculo de la apotema de la pirámide (m) y de la apotema de la base (x):

$$m = \sqrt{13^2 - 2,5^2} \approx 12,76 \text{ cm} \quad x = \sqrt{5^2 - 2,5^2} \approx 4,33 \text{ cm}$$
- Cálculo del área:

$$A_{\text{LATERAL}} = 6 \cdot \frac{5 \cdot m}{2} = 6 \cdot \frac{5 \cdot 12,76}{2} = 191,4 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{BASE}} = \frac{6 \cdot 5 \cdot x}{2} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4,33}{2} = 64,95 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{TOTAL}} = A_{\text{LATERAL}} + A_{\text{BASE}} = 191,4 + 64,95 = 256,35 \text{ cm}^2$$

2. Calcular el área total de una pirámide recta de 15 cm de altura, cuya base es un cuadrado de 16 cm de lado.

$$m = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$$

$$A_{\text{CARA LATERAL}} = \frac{16 \cdot 17}{2} = 136 \text{ cm}^2 \quad A_{\text{BASE}} = 16^2 = 256 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{TOTAL}} = 4 \cdot A_{\text{CARA LATERAL}} + A_{\text{BASE}} = 4 \cdot 136 + 256 = 800 \text{ cm}^2$$

3. Un cono tiene 12 cm de altura y 9 cm de radio en la base. Calcular el área lateral y el área total del tronco de cono que se obtiene al cortar el cono por un plano paralelo a la base a 4 cm de altura.

- Primero es necesario conocer la generatriz: $g = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15 \text{ cm}$
- Necesitamos calcular el radio de la base menor (x) y la generatriz del tronco (y). Recurriendo a la semejanza y al teorema de Pitágoras:

$$\frac{12}{9} = \frac{8}{x} \rightarrow x = 6 \text{ cm} \quad z = 9 - x \rightarrow z = 9 - 6 = 3 \text{ cm}$$

$$y = \sqrt{4^2 + z^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ cm}$$

• Cálculo del área:

$$A_{\text{LATERAL}} = \pi(r+x)y = 3,14 \cdot (9+6) \cdot 5 = 235,5 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{BASES}} = \pi r^2 + \pi x^2 = 3,14 \cdot 9^2 + 3,14 \cdot 6^2 = 367,38 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{TOTAL}} = A_{\text{LATERAL}} + A_{\text{BASES}} = 235,5 + 367,38 = 602,88 \text{ cm}^2$$

4. Cortamos una esfera de 20 cm de radio obteniendo, en la sección, un círculo de 16 cm de radio. ¿Cuál es el área del casquete esférico que hemos separado de la esfera?

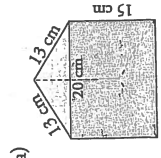
- Calculamos la altura, x , del casquete:

$$y = \sqrt{20^2 - 16^2} = 12 \text{ cm} \quad x = 20 - y = 20 - 12 = 8 \text{ cm}$$

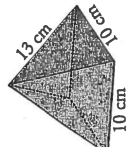
• Calculamos el área del casquete:

$$A = 2\pi R x = 2 \cdot 3,14 \cdot 20 \cdot 8 = 1004,8 \text{ cm}^2$$

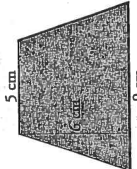
44. Calcular el área y el volumen de los siguientes cuerpos geométricos:



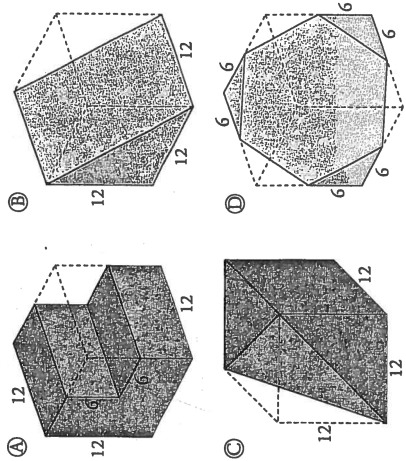
a)



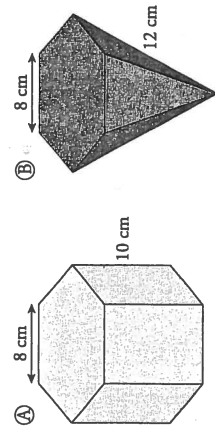
45. Calcular el área y el volumen del tronco de cono generado al girar este trapecio isósceles alrededor de una recta perpendicular a sus bases en sus puntos medios.



46. Calcular el área de estos poliedros obtenidos a partir de un cubo de 12 cm de arista:

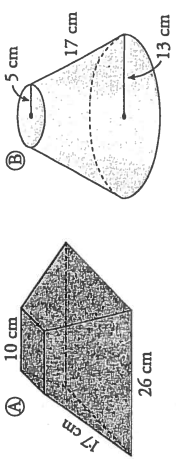


47. Obtén la medida de la superficie del prisma y de la pirámide. La base de ambos es un hexágono regular.

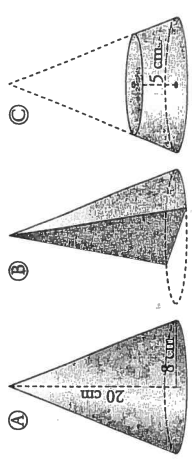


ARISTA BASE \rightarrow 8 cm
 ALTURA PRISMA \rightarrow 10 cm
 ARISTA BASE \rightarrow 8 cm
 ARISTA LATERAL \rightarrow 12 cm

50. Calcular el área de los siguientes cuerpos:

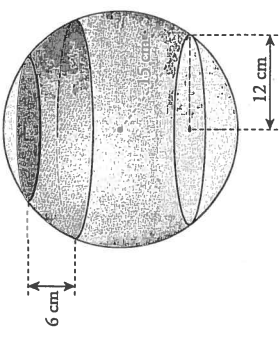


51. Calcular el área total del cono, del cuerpo que resulta de partirlo por la mitad y del tronco de cono obtenido al cortar por una sección paralela a la base, a 5 cm de la misma.



52. En una esfera de 30 cm de diámetro, calcula:

- a) El área de una zona esférica de 6 cm de altura.
- b) El área de un casquete esférico cuya base tiene un radio de 12 cm.

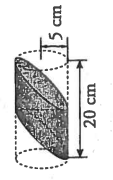


53. Halla el área de:

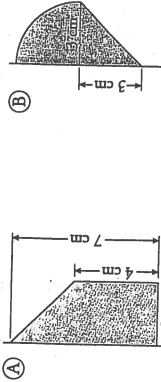
- a) Un prisma recto cuya base es un rombo de diagonales 12 cm y 20 cm, sabiendo que su arista lateral mide 24 cm.
- b) Una pirámide recta con la misma base y la misma arista lateral que el prisma anterior.

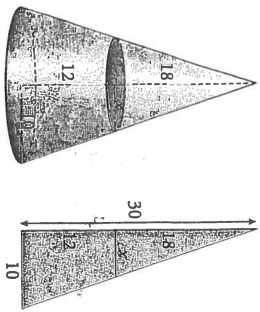
54. Calcular el área total y el volumen de un tronco de cono de altura cuyos radios miden 18 cm y 30 cm.

54. Un triángulo rectángulo isósceles, cuyos catetos miden 8 cm, gira alrededor de la hipotenusa. Calcular el volumen del cuerpo de revolución que se genera.



55. Cortamos un salchichón con un cuchillo como ves en la figura. Halla la superficie y el volumen del trozo que queda.



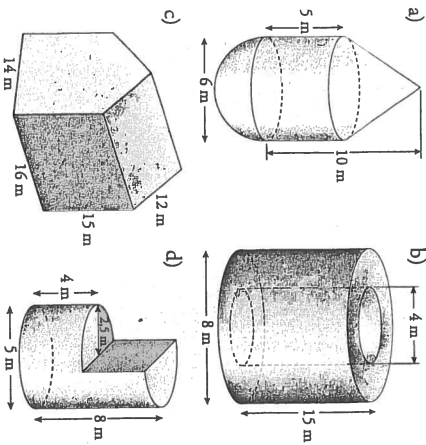


1. Un cono de 10 cm de radio en la base y 30 cm de altura se corta por un plano paralelo a la base a 12 cm de ella. Calcular el volumen del tronco de cono obtenido.

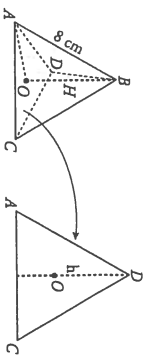
- Calculamos el radio de la base menor (x): $\frac{18}{30} = \frac{x}{10} \rightarrow x = \frac{18 \cdot 10}{30} = 6$ cm
- Calculamos el volumen:

$$V_{\text{TRONCO DE CONO}} = V_{\text{CONO MAYOR}} - V_{\text{CONO MENOR}} = \frac{1}{3} \pi \cdot 10^2 \cdot 30 - \frac{1}{3} \pi \cdot 6^2 \cdot 18 = 3140 - 678,24 = 2461,76 \text{ cm}^3$$

57. Calcula las áreas y los volúmenes de los siguientes cuerpos geométricos:



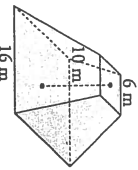
58. Halla el área y el volumen de este tetraedro regular:



Para hallar la altura H , recuerda que $\overline{AO} = \frac{2}{3}h$, donde h es la altura de una cara.

59. La base de un ortoedro tiene dimensiones 240 cm x 44 cm. Su volumen es 1235,52 dm³. Calcula las diagonales de sus caras y la diagonal principal.

60. Calcula el volumen del siguiente tronco de pirámide de bases cuadradas:



61. Cortamos una esfera de 24 cm de radio por dos planos paralelos: uno que pase por el centro y otro a 16 cm de este. Halla las superficies y los volúmenes de las tres porciones obtenidas.

65. Tres pelotas de tenis se introducen en un tubo cilíndrico de 6,6 cm de diámetro en el que encajan hasta el borde. Halla el volumen de la parte vacía.

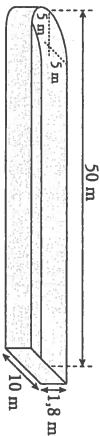


66. Queremos construir un tubo cilíndrico soldando por los lados un rectángulo de 28 cm de largo y 20 cm de ancho. ¿Cómo se consigue mayor volumen, soldando por los lados de 28 cm o por los de 20 cm?

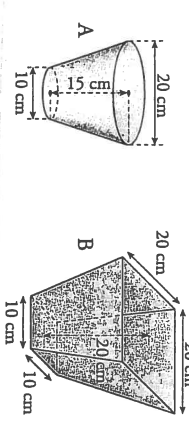
67. Se introduce una bola de piedra de 14 cm de diámetro en un recipiente cúbico de 14 cm de arista lleno de agua y después se retira. Calcula:

- La cantidad de agua que se ha derramado.
- La altura que alcanza el agua en el recipiente después de sacar la bola.

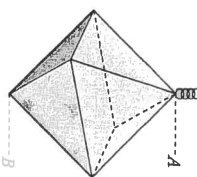
68. Una finca se abastece de agua desde el pilón que ves en la figura, y que ahora está lleno. Para regar, se abre un desagüe que desaloja un caudal de 25 litros por segundo. ¿Se podrá mantener el riego durante diez horas sin reponer sus existencias?



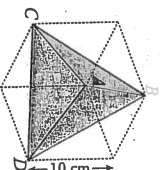
69. En un cine, las palomitas se vendían hasta ahora en recipientes del tipo A, por 1,50 €. El gerente está pensando en ofertar también otro formato, B, más grande. ¿Cuál crees que debería ser el precio del formato B? Redondea a las décimas de euro.



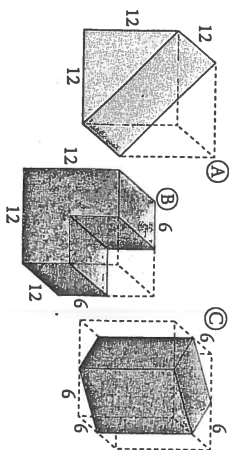
70. Cortando y soldando una varilla de 3 m de longitud, se ha construido la estructura de un farol con forma de octaedro regular. ¿Cuál es la altura AB del farol?



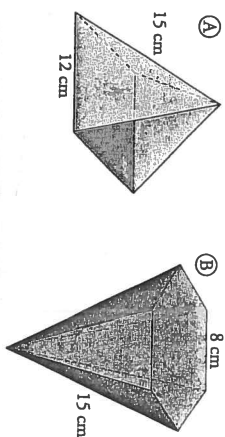
71. Este es el mayor tetraedro que cabe dentro de un cubo de 10 cm de arista. Halla su superficie y su volumen.



72. Calcula el volumen de estos prismas, obtenidos cortando un cubo de 12 cm de arista:



73. Calcula el volumen de estas pirámides cuyas bases son polígonos regulares:



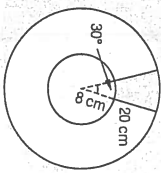
74. El desarrollo de la superficie lateral de un cono es un sector circular de 120° de amplitud y cuya área es 84,78 cm². Halla el volumen del cuerpo que se forma.

75. Un cilindro y un cono tienen la misma superficie total, 96π cm², y el mismo radio, 6 cm. ¿Cuál de los dos tendrá mayor volumen?

76. Se corta una esfera de 50 cm de diámetro por dos planos paralelos a 8 cm y 15 cm del centro, respectivamente. Halla el volumen de la porción de esfera comprendida entre ambos planos.

¿COMO SE CALCULA EL AREA DE UN TRAPEZIO CIRCULAR?

77. Calcula el área de esta parte de corona circular limitada por dos radios (trapezio circular).



78. Calcula el área del trapezio circular generado por la corona circular de la actividad anterior y de amplitud 120°.

79. Halla el área de un trapezio circular de radios 12 cm y 6 cm y de amplitud 270°.

80. Observa la margarita y calcula el área de cada pétalo de la parte amarilla, de la parte blanca y su área total.

