

o no monomios.

- a)  $2x^2 + yz$       c)  $5x^2y^2$       e)  $\frac{3}{2}x + \frac{1}{y}$   
 b)  $\frac{2x^2y^{-4}}{11}$       d)  $\sqrt{xyz}$       f)  $3ab + 2a^2$

22 ● Di si los monomios son semejantes.

- a)  $xz, 3xy, -6xy$       c)  $4c^2d, cd^4$   
 b)  $ab, a^2b, 7b$       d)  $8xy^2, 7xy$

23 ● Realiza estas sumas de monomios.

- a)  $xz + 3xz + 6xz$   
 b)  $a^2b + 9a^2b + 27a^2b$   
 c)  $9c^2 + c^2 + c^2$   
 d)  $8xy + 7xy + 43xy + 23xy$

4 ● Efectúa las siguientes restas de monomios.

- a)  $3xz - 6xz$   
 b)  $9a^2b - 2a^2b$   
 c)  $18xy - 7xy - 3xy - 3xy$   
 d)  $5x^2 - x^2 - x^2 - x^2$

5 ● Realiza las operaciones, e indica el grado del monomio resultante.

- a)  $2x^2 + 3x^2 - 7x^2 + 8x^2 - x^2$   
 b)  $5xy^2 - 2xy^2 + 7xy^2 - 3xy^2 + 12xy^2$   
 c)  $3abc - 2abc + 6abc + 9abc - 4abc$   
 d)  $5xz - 3xz + 15xz - 11xz + 8xz - 3xz$   
 e)  $(2xyz) \cdot (2x^2yz^2)$   
 f)  $(-2abc) \cdot (3a^2b^2c^3) \cdot (-bc)$   
 g)  $7x \cdot (2xy) \cdot (-3xy^2) \cdot (xy)$   
 h)  $(6ac^2) \cdot (-3a^2c^2) \cdot (-3ac) \cdot (-4a^2c^2)$   
 i)  $(21x^2y^2) \cdot (7xy^2)$   
 j)  $(9abc) \cdot (3bc)$   
 k)  $(16x^4y^2a^2b^5) \cdot (8x^3y^2a^2b^5)$   
 l)  $(5m^2n^2g^4) \cdot (2mng)$

6 ● Haz las siguientes operaciones.

- a)  $-xz + 6xz + xyz - 8xz$   
 b)  $9a^2b - 2a^2b + 8a^2b - a^2b$   
 c)  $9c^2 - c^2 - c^2 + 10c^2$   
 d)  $8xy + 7xy - xy + 3xy - xy$   
 e)  $xy \cdot 3xy \cdot (-6xy)$       c)  $8xy^2 \cdot 7xy$   
 b)  $ab \cdot a^2b \cdot 7b \cdot ab$       d)  $15x^2 \cdot (-3x^2)$

7 ● Efectúa las siguientes divisiones de monomios.

- a)  $9xy : 3xy$       d)  $8xy^2 : 2xy^2$   
 b)  $9ab : ab$       e)  $15x^2 : 3x^2$   
 c)  $15x^4 : 5x^2$       f)  $32x^7 : 8x^4$

9 ● Calcula y simplifica el resultado todo lo que puedas.

- a)  $2x^2 - 5(-x)^2 + 8x^2 - (2x) \cdot (3x)$   
 b)  $2x \cdot (-y) + 7xy - yx + (-4x) \cdot (-5y)$   
 c)  $3x^2 - (-x)^2 + 3(-x^2) + (-3) \cdot (-x)^2$

10 ● Calcula los polinomios.

- $P(x) = 2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6$   
 $Q(x) = 3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1$   
 $R(x) = 3x^2 - x + 1$   
 $S(x) = 2x + 3$

calcula.

- a)  $P(x) + Q(x)$       e)  $P(x) + R(x)$   
 b)  $Q(x) + P(x)$       f)  $R(x) + S(x)$   
 c)  $P(x) - S(x)$       g)  $Q(x) - R(x)$   
 d)  $Q(x) - P(x)$       h)  $R(x) - P(x)$

11 ● Suma y resta los siguientes polinomios.

- a)  $P(x) = -7x + 4$        $Q(x) = 2x + 5$   
 b)  $P(x) = -3x^2 + 1$        $Q(x) = -x^2 + 2x$   
 c)  $P(x) = -3x^2 + 1$        $Q(x) = -x^2 + 2x + 6$   
 d)  $P(x) = -5x^3 + x^2 - 7x - 2$   
 $Q(x) = 5x^3 + x^2 + 4x - 2$

e)  $P(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2xy - \frac{3}{2}y^2$        $Q(x) = x^2 - xy - y^2$

f)  $P(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2xy - \frac{3}{2}y^2$        $Q(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2xy - \frac{2}{3}y^2$

g)  $P(x) = x^2 - \frac{x}{2} - 3$        $Q(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x - 1$

h)  $P(x) = x^2 - 5x - 3$        $Q(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}$

12 ● Dados los polinomios:

- $P(x) = 2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6$   
 $Q(x) = 3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1$   
 $R(x) = 3x^2 - x + 1$   
 $S(x) = 2x + 3$

13 ● Halla cuáles el polinomio Q(x) que hay que sumar a P(x) = x^2 + 2x - 1 para obtener como resultado R(x).

- a)  $P(x) = x - 1$       d)  $R(x) = -7x^2 - 3x$   
 b)  $P(x) = 2x^2 - x - 6$       e)  $R(x) = x^2 - x$   
 c)  $[P(x) + Q(x)] - [R(x) + Q(x)]$   
 d)  $[P(x) - Q(x)] - [R(x) - Q(x)]$

14 ● Indica el grado, el término independiente y el polinomio opuesto de los polinomios.

- a)  $P(x) = -x^3 + x^2 - 7x - 2$   
 b)  $Q(x) = -x^2 + 2x + 6$   
 c)  $R(x) = x + 1$   
 d)  $S(x) = 8$   
 e)  $T(x) = 12x - x^2 + x^4$   
 f)  $U(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{1}{6}$

15 ● Reduce los siguientes polinomios.

- a)  $P(x) = -x^2 - x - 2 - x^2 + x^2 - x - 2$   
 b)  $Q(x) = -x^2 + x^2 + 6 - x + x^2 - 7x - 2$   
 c)  $R(x) = x + 1 - x + x^2$   
 d)  $S(x) = 8 - x + 34 - x + 324$   
 e)  $T(x) = x^4 + x^4 - x^3 + x^2 - 7x - 2$   
 f)  $U(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{1}{6} - \frac{2}{7}x^2$

16 ● Calcula el valor numérico de cada polinomio para los valores de la variable.

- a)  $A(x) = x + 1$ , para  $x = 1$ .  
 b)  $B(x) = \frac{1}{2}x^4 + 3$ , para  $x = 2$ .  
 c)  $C(x) = 4x^5 - x^2 + 3$ , para  $x = -1$ .  
 d)  $D(x) = -9x^4 + 7x^2 + 5$ , para  $x = 1$ .  
 e)  $E(x) = x^2 + x^2 + x + 2$ , para  $x = -2$ .  
 f)  $F(x) = x^4 + x^4 - x^3 + x^2 - 7x - 2$ , para  $x = 0$ .  
 g)  $G(x) = -14$ , para  $x = -2$ .

17 ● Halla los valores numéricos para el polinomio:

- $P(x, y) = 2x^2y + xy^2 - 3xy + 5x - 6y + 9$   
 a)  $P(0, 0)$       c)  $P(-1, 1)$       e)  $P(1, 2)$   
 b)  $P(1, 1)$       d)  $P(1, -1)$       f)  $P(2, 1)$

18 ● Dados los polinomios:

- $P(x) = 2x^5 - 7x^4 + 2x^3 - 2x^2 + x - 1$   
 $Q(x) = 3x^5 - 2x^3 + 5x^2 - x - 1$   
 $R(x) = x^2 - x + 1$

19 ● Dados los polinomios:

- $P(x) = 2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6$   
 $Q(x) = 3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1$   
 $R(x) = 3x^2 - x + 1$        $S(x) = 2x + 3$

calcula.

- a)  $[P(x) - Q(x)] \cdot S(x)$   
 b)  $[R(x) - Q(x)] \cdot S(x)$   
 c)  $[P(x) + Q(x) + R(x)] \cdot S(x)$   
 d)  $[P(x) + Q(x) - R(x)] \cdot S(x)$

20 ● Realiza las siguientes operaciones.

- a)  $\left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{4}x\right) - \left(\frac{5}{4}x + 7\right) + \left(\frac{7}{2}x^2 - \frac{9}{4}x + \frac{3}{4}\right)$   
 b)  $\left(\frac{5}{3}x^3 - \frac{2}{5}x^2 + x - 7\right) \cdot \left(\frac{5}{2}x^2 - 3x\right)$   
 c)  $\frac{2}{5}x^2 \cdot (x^3 - 3x^2 + x - 1) - x^3 \cdot \left(\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{2}{3}\right)$   
 d)  $\frac{5}{6}x \cdot (x^5 - x^2 + 3x - 1) - x^5 \cdot \left(\frac{1}{3}x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{4}{3}\right)$

21 ● Divide.

- a)  $(4x^4 + 3x^3 - 5x^2 + x + 7) : (x - 1)$   
 b)  $(4x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 5) : (x + 1)$   
 c)  $(7x^5 + 4x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 2x - 1) : (x^2 + x)$   
 d)  $(x^4 - 2x^3 + x^2 - x + 3) : (x^2 + x + 1)$   
 e)  $(4x^4 - 2x^3 + 7x^2 - 2x + 3) : (x^2 - x - 2)$

22 ● Calcula el valor de k en cada polinomio, sabiendo que P(1) = 6.

- a)  $P(x) = kx^2 + x^3 + 3x + 1$   
 b)  $P(x) = kx^4 + kx^2 + 4$   
 c)  $P(x) = 9x^2 + kx^2 + kx - k$   
 d)  $P(x) = kx^5 - kx^3 + kx + k$   
 e)  $P(x) = k$

23 ● Desarrolla.

- a)  $(3x + 2)^2$       e)  $(2x + 7) \cdot (2x - 7)$   
 b)  $(3x - 2)^2$       f)  $(2x^2 + 3x) \cdot (2x^2 - 3x)$   
 c)  $(3x^2 - 2x)^2$       g)  $(x^4 + 3x^2) \cdot (x^4 - 3x^2)$   
 d)  $(7x^3 + 4x)^2$       h)  $\left(2x - \frac{1}{2}\right)^2$

24 ● Desarrolla estos cuadrados.

- a)  $(x + 5)^2$       c)  $(-y - 8)^2$       e)  $(-x - y)^2$   
 b)  $(2y - 7)^2$       d)  $(xy - 6x)^2$       f)  $(x + 2xy)^2$


25 ● Desarrolla y simplifica las siguientes expresiones.

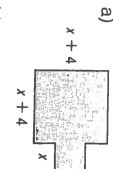
- a)  $5x^2 + (2x^2 + 1)^2 - 2x^4 - (x - 1)^2$   
 b)  $(x - 1)^2 - (x^2 + x + 1)$   
 c)  $(5x + 5)^2 - (5x - 5)^2$   
 d)  $(2x^3 - 3x^2)^2 - (2x + 2) \cdot (2x - 2)$   
 e)  $(x + 6)^2 - (x - 6)^2 - (x - 5) \cdot (x + 5)$   
 f)  $(2x + 1)^2 - (2x - 1)^2 + (2x + 1) \cdot (3x + 2)$

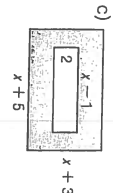
26 ● Expresa estos polinomios como el cuadrado de una suma o una diferencia.


- a)  $9x^2 + 18x + 9$       c)  $x^2 + 16x + 64$   
 b)  $16x^2 - 16x + 4$       d)  $4x^2 + 4x + 1$

27 ● Expresa el área de cada figura mediante un polinomio. Simplifica su expresión.

a) 

b) 

c) 

d) 

28 ● Simplifica las fracciones algebraicas.

- a)  $\frac{x^2 + 2x + 1}{x(x + 1)}$       c)  $\frac{y^2(x^2 - 4x + 4)}{x(x - 2)}$   
 b)  $\frac{x^2(x^2 - 4)}{x(x - 2)}$       d)  $\frac{(x^2 - 9)(y^2 - 16)}{xy(2x - 6)(y + 4)^2}$

29 ● Simplifica las siguientes fracciones algebraicas.

- a)  $\frac{x^2(x^2 - 16)}{x(x + 4)}$       d)  $\frac{(3x - 2)^2}{9x^2 - 4}$   
 b)  $\frac{x(2x^2 - 16x + 32)}{(x^2 - 16)}$       e)  $\frac{(6x + 8)^2}{27x^2 - 48}$   
 c)  $\frac{18x^4 - 36x^2 + 18}{9x^2(x - 1)^2}$       f)  $\frac{(3x + 12)(x - 4)}{2x^2 - 32}$

30 ● Extrae factor común en estas expresiones.

- a)  $3x^2 - 4x$       c)  $xy - 6xyz - 5xyz$   
 b)  $(x + 1) + 3(x + 1)$       d)  $3x - 4x^2 - 6x^3$

31 ● Simplifica estas expresiones, aplicando las igualdades notables y extrayendo factor común.

- a)  $7x^2 - 14x + 7$       e)  $(2x + 4) \cdot (x - 2)$   
 b)  $16x^2 + 64x + 64$       f)  $(x - 5) \cdot (x^2 + 5x)$   
 c)  $x^3 - 2x^2 + x$       g)  $(-x - 7) \cdot (x - 7)$   
 d)  $18x^4 - 12x^2 + 2$       h)  $(-x^2 + 5) \cdot (-x^2 - 5)$

32 ● Escribe los polinomios como producto de dos factores.

- a)  $x^2 - 16$       d)  $x^2 - 4x + 4$   
 b)  $x^4 - 36$       e)  $16x^2 - 24xy + 9y^2$   
 c)  $4x^2 - 25$       f)  $16x^4 + 24x^2 + 9$

33 ● Fijate en el ejemplo resuelto y completa.

- $[(x + 2) + 3] \cdot [(x + 2) - 3] = (x + 2)^2 - 9$   
 a)  $[(3x - y) + 4] \cdot [(3x - y) - 4]$   
 b)  $[(a + b) + c] \cdot [(a + b) - c]$

34 ● Completa las siguientes igualdades.

- a)  $(2x + 3)^2 = \square + 12x + \square$   
 b)  $(5 - 3x)^2 = 25 - \square + \square x^2$   
 c)  $(9 + 7x) \cdot (9 - 7x) = \square - \square$   
 d)  $(\square + \square)^2 = x^4 + 2x^3 + x^2$

35 ● Al simplificar la fracción algebraica  $\frac{6x^4 - 8x^2}{12x^2}$ , ¿cuál de estas fracciones se obtiene? Justificalo.

- a)  $\frac{3x^2 - 4x}{2}$       b)  $\frac{x^2 - 8x^3}{6}$       c)  $\frac{3x^2 - 4x}{6}$

**36** Describe mediante una expresión algebraica cada uno de los enunciados siguientes:

- a) El doble de un número menos su tercera parte.
- b) El doble del resultado de sumarle tres unidades a un número.



El área de este triángulo es 36 cm<sup>2</sup>.

d) Gasté en un traje 3/5 de lo que tenía y 60 € en dos camisas. Me queda la mitad de lo que tenía.

**37** Expresar algebraicamente:

- a) El triple de un número menos cuatro unidades.
- b) El triple del resultado de restarle cuatro unidades a un número.
- c) El perímetro de un rectángulo, uno de cuyos lados es triple del otro, es 60 cm:



d) Si gastó 3/5 de lo que tengo y además 90 €, me quedará con la tercera parte de lo que tengo.

**43** Di el grado de cada uno de estos polinomios:

- a)  $x^6 - 3x^4 + 2x^2 + 3$
- b)  $5x^2 + x^4 - 3x^2 - 2x^4 + x^3$
- c)  $x^3 + 3x^2 - 2x^3 + x + x^3 - 2$

**44** Sean  $P = 5x^3 - 2x + 1$  y  $Q = x^4 - 2x^2 + 2x - 2$ .

Halla  $P + Q$  y  $P - Q$ .

**45** Efectúa los siguientes productos:

- a)  $(x + 1)(x - 1)$
- b)  $(2x + 3)(2x - 3)$
- c)  $\left(\frac{x}{3} - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{x}{3} + \frac{1}{2}\right)$
- d)  $(ax + b)(ax - b)$

**46** Halla los productos siguientes y di de qué grado son:

- a)  $2x(x^2 + 3x - 1)$
- b)  $2x^2(3x^2 - 4x + 6)$
- c)  $-2(-3x^3 - x)$
- d)  $5(x^2 + x - 1)$
- e)  $-7x^3(2x^2 - 3x - 1)$
- f)  $-7x(2x^3 - 3x^2 + x)$
- g)  $4x^2(3 - 5x + x^3)$
- h)  $8x^2(x^2 + 3)$
- i)  $-x^3(-3x + 2x^2)$
- j)  $-4x[x + (3x)^2 - 2]$

**47** Desarrolla los siguientes cuadrados:

- a)  $(x + 4)^2$
- b)  $(2x - 5)^2$
- c)  $(1 - 6x)^2$
- d)  $\left(\frac{x}{2} + \frac{3}{4}\right)^2$
- e)  $\left(2x^2 - \frac{1}{2}\right)^2$
- f)  $(ax + b)^2$

**88** ¿Cuál es el grado de cada uno de los siguientes monomios?

- a)  $-5xy^2z^3$
- b)  $11xy^2$
- c)  $-12$

**39** Efectúa las siguientes sumas de monomios:

- a)  $5x + 3x^2 - 11x + 8x - x^2 + 7x$
- b)  $6x^2y - 13x^2y + 3x^2y - x^2y$
- c)  $2x - 5x^2 + 3x + 11y + 2x^3$
- d)  $3yz^3 + y^3z - 2z^3y + 5zy^3$

**40** Efectúa los siguientes productos de monomios:

- a)  $\left(\frac{2}{3}x^3\right) \cdot (-6x)$
- b)  $\left(\frac{2}{9}x^2\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}x^3\right)$
- c)  $(7xy^2) \cdot (2y)$
- d)  $(5xyz) \cdot (-3x^2z)$

**41** Simplifica cada uno de los siguientes cocientes entre monomios:

- a)  $\frac{5x^4y}{3xy^2}$
- b)  $\frac{5x^4y^2}{3x^3y}$
- c)  $\frac{\sqrt{3}x^2}{5x^4}$

**42** Siendo  $P = 4x^2 + 3$ ,  $Q = 5x^2 - 3x + 7$  y  $R = 5x - 8$ , calcula:

- a)  $P \cdot Q$
- b)  $P \cdot R$
- c)  $Q \cdot R$

**50** Expresa en forma de cuadrado de una expresión algebraica o de producto de dos expresiones:

- a)  $4x^2 - 25$
- b)  $x^2 + 16 + 8x$
- c)  $x^2 + 2x + 1$
- d)  $9x^2 + 6x + 1$
- e)  $4x^2 + 25 - 20x$
- f)  $\frac{x^2}{4} + x + 1$
- g)  $144(x^2)^2 - x^2$
- h)  $\frac{(x^3)^2}{25} + \frac{x^3}{5} + \frac{1}{4}$
- i)  $16x^4 - 9$
- j)  $\frac{x^6}{100} + \frac{8x^3}{5} + 64$

**51** Completa estas igualdades para que sean identidades:

- a)  $x^2 - \dots + 1 = (x - \dots)^2$
- b)  $4x^2 + \dots + 36 = (\dots + 6)^2$
- c)  $9x^2 - \dots = (3x + \dots)(\dots - 5)$
- d)  $\frac{1}{4}x^2 + x + \dots = (x + \dots)^2$

**52** Simplifica las expresiones siguientes:

- a)  $(x - 2)(x + 2) - (x^2 + 4)$
- b)  $(3x - 1)^2 - (3x + 1)^2$
- c)  $2(x - 5)^2 - (2x^2 + 3x + 50)$
- d)  $(5x - 4)(2x + 3) - 5$
- e)  $3(x^2 + 5) - (x^2 + 40)$
- f)  $(x + 3)^2 - [x^2 + (x - 3)^2]$

**53** Extrae factor común en cada expresión:

- a)  $5x^2 - 15x^3 + 25x^4$
- b)  $\frac{x^4}{3} - \frac{x}{9} - \frac{1}{15}$
- c)  $2x^3y^5 - 3x^2y^4 + 2x^2y^2 + 7x^3y^3$
- d)  $2x^2y - 5x^3y(2y - 3)$
- e)  $2(x - 3) + 3(x - 3) - 5(x - 3)$
- f)  $2xy^2 - 6x^2y^3 + 4xy^3$
- g)  $\frac{(x^2 - 3)(y - 1) - \frac{7}{2}(y - 1)}{2}$
- h)  $\frac{(2x^2 + 1)^2}{3} - \frac{4}{3}(2x^2 + 1)$
- i)  $12x^3 - 8x^5 + 4x^2y^2 - \frac{4}{3}x^2$
- j)  $(x^2 - 1) + (x^2 - 2x + 1) - (4x - 4)$
- k)  $6(x^2 - 4x + 4) - (2x^2 - 8) + (30x - 60)$
- l)  $9x^2 - 18xy^2 - 6xy^2 + 6x$

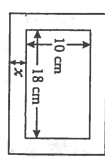
**55** Expresa en lenguaje algebraico con una sola incógnita.

- a) El doble de un número más su cuadrado.
- b) El producto de dos números consecutivos.
- c) La mitad de un número aumentado en 3.
- d) Un múltiplo de 3 menos 7.

**56** Utiliza dos incógnitas para expresar en lenguaje algebraico estos enunciados:

- a) Un número más la mitad del cuadrado de otro.
- b) El cuadrado de la diferencia de dos números.
- c) La suma de las edades de un padre y su hijo hace 5 años.

**58** Asocia cada una de las siguientes expresiones al perímetro y al área de los rectángulos A, B y C:



- a)  $12x$
- b)  $4x - 2$
- c)  $4x + 6$
- d)  $4x + 12$
- e)  $x^2 + 3x$
- f)  $x^2 - x - 2$

**60** Indica el grado de cada uno de los siguientes monomios y di cuáles son semejantes:

- a)  $-5xy$
- b)  $(-7x)^3$
- c)  $8x$
- d)  $(xy)^2$
- e)  $\frac{2}{3}$
- f)  $\frac{4}{5}x^3$
- g)  $\frac{-3yx}{5}$
- h)  $\frac{1}{2}x$

**61** Calcula el valor numérico de los monomios del ejercicio anterior para  $x = -1$  e  $y = 3$ .

**62** Efectúa los siguientes productos de monomios:

- a)  $(6x^2)(-3x)^8$
- b)  $(2xy)^2(4x^2y)$
- c)  $\left(\frac{3}{4}x^3\right)\left(\frac{1}{2}x^3\right)$
- d)  $\left(\frac{1}{4}xy\right)\left(\frac{3xz}{2}\right)$

**63** Efectúa, reduce y di cuál es el grado del polinomio resultante en cada caso:

- a)  $x(x^2 - 5) - 3x^2(x + 2) - 7(x^2 + 1)$
- b)  $5x^2(-3x + 1) - x(2x - 3x^2) - 2 \cdot 3x$

**63** Prueba si los números  $-1, 1, 2, 3$  son raíces de alguno de los siguientes polinomios:

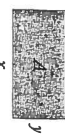
- a)  $x^3 - 7x + 6$
- b)  $x^3 - 3x^2 + 4x - 12$

**64** Opera y simplifica.

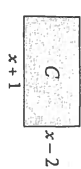
- a)  $(2x^2 + 3)(x - 1) - x(x - 2)$
- b)  $(x^2 - 5x + 3)(x^2 - x) - x(x^3 - 3)$
- c)  $\left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{3}x + \frac{1}{6}\right)(6x - 12)$

**65** Considera estos polinomios:

- $A = 3x^3 - 5x^2 + x - 1$
  - $B = 2x^4 + x^3 - 2x + 4$
  - $C = -x^3 + 3x^2 - 7x$
- Halla:  $A + B$ ;  $A - C$ ;  $A - B + C$



**59** Expresa algebraicamente el perímetro y el área de estos rectángulos:



67 Halla el cociente y el resto de las siguientes divisiones:

- a)  $(x^3 + 2x^2 + 1) : (x^2 + 1)$
- b)  $(2x^3 - x^2 - x + 1) : (x^2 - 1)$
- c)  $(x^3 - 3x^2 + 2x - 2) : (x^2 + x - 1)$
- d)  $(x^4 - 5x^3 + 2x) : (x^2 - 2x + 1)$

68 Aplica la regla de Ruffini para transformar en producto los polinomios siguientes:

- a)  $x^2 + 2x - 3$
- b)  $x^2 - 4x - 5$
- c)  $2x^2 - 5x + 2$
- d)  $x^2 - x - 6$
- e)  $2x^2 - x - 3$
- f)  $x^3 - x^2 - 4x + 4$

69 Transforma en producto.

- a)  $x^3 - 3x^2 + 2x$
- b)  $x^4 - 2x^3 - 3x^2$
- c)  $x^3 - x^2 - 5x - 3$
- d)  $x^3 + 2x^2 - 9x - 18$

70 Transforma los siguientes polinomios en producto de factores:

- a)  $P(x) = x^3 - 7x - 6$
- b)  $P(x) = x^4 + 3x^2 - 4x$
- c)  $P(x) = x^3 - 3x + 2$
- d)  $P(x) = x^4 - x^2$

71 **Transformar en producto los polinomios siguientes:**

- a)  $P(x) = x^3 + 2x^2 - 9x - 18$
- b)  $T(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2$

72 Hazlo tú. Transforma en producto.

- a)  $180x^3 - 80x$
- b)  $x^3 - 3x - 2$

73 Calcula el cociente y el resto de las divisiones siguientes:

- a)  $(x^2 - 5x + 6) : (x - 2)$
- b)  $(x^3 - 3x^2 + 5) : (x + 1)$
- c)  $(2x^3 - 4x + 7) : (x - 1)$
- d)  $(x^3 - 4x^2 - 7x + 10) : (x + 2)$
- e)  $(-x^2 + 3x - 7) : (x - 3)$

74 Extrae factor común, igual que se ha hecho en el ejemplo.

- $3x(x + 1) - x^2(x + 1) + (x + 1)(x^2 - 2) = (x + 1)(3x - x^2 + x^2 - 2) = (x + 1)(3x - 2)$
- a)  $2x(x - 2) + x^2(x - 2) - 3(x - 2)$
- b)  $x^2(x + 1) - x^2(x + 2) + 2x^2(x - 3)$
- c)  $3x^2(x + 3) - 6x(x + 3)$

75 Expresa como cuadrado de una suma o de una diferencia, como en el ejemplo.

- $x^2 + 25 + 10x = x^2 + 5^2 + 2 \cdot 5x = (x + 5)^2$
- a)  $x^2 + 49 - 14x$
- b)  $x^2 + 1 - 2x$
- c)  $4x^2 + 1 + 4x$
- d)  $x^2 + 12x + 36$

76 Transforma en producto.

- a)  $4x^2 - 49$
- b)  $x^2 - 18x + 81$
- c)  $9x^2 + 12x + 4$
- d)  $121 - 100x^2$

77 Reduce las siguientes expresiones:

- a)  $18 \left[ \frac{(2x-5)^2}{9} - \frac{(x+1)^2}{6} \right]$
- b)  $8 \left[ \frac{x(x-3)}{2} + \frac{x(x+2)}{4} - \frac{(3x+2)^2}{8} \right]$
- c)  $30 \left[ \frac{x(x-2)}{15} - \frac{(x+1)^2}{6} + \frac{1}{2} \right]$
- d)  $6 \left( \frac{5x-4}{6} + \frac{2x-3}{2} - \frac{x-1}{3} \right)$
- e)  $12 \left( \frac{x+6}{3} - \frac{x+1}{2} + \frac{3x-1}{4} \right)$
- f)  $20 \left[ \frac{2(x-1)}{10} - \frac{x(x+1)}{5} + \frac{1}{4} \right]$

78 Desarrolla estas expresiones:

- a)  $(x + 6)^2$
- b)  $(7 - x)^2$
- c)  $(3x - 2)^2$
- d)  $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$
- e)  $(x - 2y)^2$
- f)  $\left(\frac{2}{5}x - \frac{1}{3}y\right)^2$

79 Expresa como diferencia de cuadrados.

- a)  $(x + 7)(x - 7)$
- b)  $(3 + x)(3 - x)$
- c)  $(3 + 4x)(3 - 4x)$
- d)  $(x^2 + 1)(x^2 - 1)$
- e)  $\left(\frac{1}{2}x - 1\right)\left(\frac{1}{2}x + 1\right)$
- f)  $\left(1 + \frac{1}{x}\right)\left(1 - \frac{1}{x}\right)$

80 Completa con el término que falta para que cada expresión sea el cuadrado de una suma o el de una diferencia:

- a)  $x^2 + \dots + 4x$
- b)  $x^2 + \dots - 10x$
- c)  $x^2 + 9 + \dots$
- d)  $x^2 + 16 - \dots$

81 Extrae factor común.

- a)  $12x^3 - 8x^2 - 4x$
- b)  $-3x^3 + x - x^2$
- c)  $2xy^2 - 4x^2y + x^2y^2$
- d)  $\frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{3}x$

82 Expresa en lenguaje algebraico utilizando dos incógnitas.

- a) La edad de Andrea, dentro de 7 años, será el doble que la que tenga Lucía.
- b) En una empresa acitera se han envasado 1 500 litros de aceite en garrafas de 2,5 litros y de 5 litros.
- c) En un test de matemáticas se dan 4 puntos por cada acierto y se restan 1 punto por cada error. Luis obtuvo 60 puntos.
- d) El cubo de la diferencia de dos números es 8.

83 **Operar.**

- a)  $\frac{3x+5}{2x+3} - \frac{x-7}{2x+3}$
- b)  $\frac{5x+4}{x} + \frac{x-2}{2x}$
- c)  $\frac{3}{x^2} + \frac{x+3}{x}$
- d)  $\frac{3x}{x-1} - \frac{2}{x+1}$

84 **Simplificar.**

- a)  $\frac{3x^3+5}{2x+3} - \frac{x-7}{2x+3}$
- b)  $1 - \frac{x}{3} \left( \frac{x+2}{2} - \frac{x^2+1}{2x} \right)$
- c)  $\frac{3x^3-12x}{x^2+4x+4}$
- d)  $\frac{x^2-10x+25}{3x^3-15x^2}$

85 **Opera y simplifica.**

- a)  $\frac{2}{x} + \frac{3}{2x} + \frac{x-2}{x}$
- b)  $\frac{3}{x+1} - \frac{2x^2+8x-4x}{x^2+x}$
- c)  $\frac{2}{x^2-9} - \frac{7x}{x-3} + 3$
- d)  $\frac{5x^3+15x^2-10x^3+15x^2}{x+3} + 2x$

86 **Opera.**

- a)  $\frac{2x-7}{x} \cdot \frac{3}{x+1}$
- b)  $\frac{5}{x-3} : \frac{x}{x^2+1}$
- c)  $\frac{3}{x} \cdot \left( \frac{5x+3}{x-1} : \frac{5x+3}{x} \right)$

87 **Efectúa las siguientes operaciones y simplifica. Ten en cuenta las identidades notables:**

- a)  $\frac{x^2-1}{x} : (x-1)$
- b)  $\frac{x(x-2)}{x} : \frac{x^2-4}{x+2}$
- c)  $\frac{x^2-2x+1}{x} : \frac{x-1}{x}$
- d)  $6x^2 \cdot \frac{x-3}{x^3}$
- e)  $\frac{3x-3}{x^2} \cdot \frac{x(x+1)}{x^2-1}$
- f)  $\frac{2x}{x-1} : \frac{4x^2}{2x-2}$
- g)  $\frac{x+5}{10} \cdot \frac{5}{(x+5)^2}$
- h)  $\frac{3x^2}{2x} \cdot \frac{6x}{4x^3}$
- i)  $\frac{4x-3}{2x} - \frac{4x^2}{8x-6}$
- j)  $\frac{3x-3}{x^2} \cdot \frac{3x}{18(x-1)}$

88 **Opera y simplifica.**

- a)  $\frac{6x^2}{4x^2-9} : \left( \frac{5x}{2x-3} + \frac{5x}{2x+3} \right)$
- b)  $\frac{x^2}{5x^2-25} - \frac{1}{5} - \frac{x^3+x^2}{(x+1)(5x^2-25)}$

89 Simplifica las fracciones siguientes. Para ello, saca factor común cuando convenga:

- a)  $\frac{15x^2}{5x^2(x-3)}$
- b)  $\frac{3(x-1)^2}{9(x-1)}$
- c)  $\frac{3x^2-9x^3}{15x^3-3x^4}$
- d)  $\frac{9(x+1)-3(x+1)}{2(x+1)}$
- e)  $\frac{5x^2(x-3)^2(x+3)}{15x(x-3)}$
- f)  $\frac{x(3x^3-x^2)}{(3x-1)x^3}$

90 Simplifica estas fracciones algebraicas:

- a)  $\frac{9x}{12x^2}$
- b)  $\frac{x(x+1)}{5(x+1)}$
- c)  $\frac{x^2(x+2)}{2x^3}$

91 Simplifica las siguientes fracciones algebraicas. Para ello, saca factor común:

- a)  $\frac{x^2-4x}{x^2}$
- b)  $\frac{3x}{x^2+2x}$
- c)  $\frac{3x+3}{(x+1)^2}$
- d)  $\frac{2x^2+4x}{x^3+2x^2}$
- e)  $\frac{8x^3-4x^2}{(2x-1)^2}$
- f)  $\frac{5x^3+5x}{x^4+x^2}$

92 Simplifica las siguientes fracciones:

- a)  $\frac{5x^2}{15x}$
- b)  $\frac{2x(x-3)}{6(x-3)}$
- c)  $\frac{12x-4}{3x-1}$
- d)  $\frac{x+5}{(x+5)^2}$
- e)  $\frac{2x^2-4x}{x-2}$
- f)  $\frac{x^2-2x}{3x}$

93 Simplifica. Para ello, transforma en producto el numerador y el denominador.

- a)  $\frac{2x+4}{3x^2+6x}$
- b)  $\frac{x+1}{x^2-1}$
- c)  $\frac{x-2}{x^2+4-4x}$
- d)  $\frac{x^2-3x}{x^2-9}$
- e)  $\frac{x^2-4}{x^2+4x+4}$
- f)  $\frac{x^3+2x^2+x}{3x+3}$

94 Efectúa las siguientes operaciones y simplifica. Ten en cuenta las igualdades notables:

- a)  $\left(x - \frac{4}{x}\right) : \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{x}\right)$
- b)  $\left(\frac{2}{x} : \frac{1}{3+x}\right) \cdot \frac{x^2}{2}$
- c)  $\left(x - \frac{9}{x}\right) \cdot \frac{2}{x+3}$
- d)  $\left(1 - \frac{2}{x}\right) \cdot \left(1 + \frac{2}{x}\right) : \frac{x^2-4}{2x}$
- e)  $\left(\frac{1}{2} - \frac{x+1}{3x}\right) \cdot \frac{12x}{(x-2)^2}$
- f)  $\left(\frac{x-3}{x} : \frac{x+3}{3x}\right) \cdot \frac{1}{3x-9}$

95 Opera, y simplifica si es posible.

- a)  $\frac{1}{x} + \frac{2}{x} + \frac{1}{x}$
- b)  $\frac{1}{x} - \frac{1}{x} - \frac{1}{x}$
- c)  $\frac{3}{x} - \frac{1}{x} - \frac{1}{x}$

104. Escribe expresiones:

- a)  $\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}$
- b)  $\frac{3}{x} + \frac{1}{2x} - \frac{5}{3x}$
- c)  $\frac{5}{2x} - \frac{3}{x^2}$
- d)  $\frac{3-x}{x} + \frac{x-1}{x^2}$
- e)  $2x + \frac{3}{x-1}$
- f)  $\frac{2x}{x+1} - x$

105. Efectúa.

- a)  $\frac{1}{6x} + \frac{1}{3x^2} - \frac{1}{2x^3}$
- b)  $\frac{2}{x} + \frac{x-1}{x-7}$
- c)  $\frac{2}{x} - \frac{3}{x-4} + \frac{x+1}{x-4}$
- d)  $\frac{2x}{x-3} - \frac{x-1}{x+3}$
- e)  $\frac{3}{x-1} + \frac{1}{2} + \frac{x}{4}$
- f)  $\frac{3}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + 2$

106. Opera y reduce.

- a)  $\frac{x+2}{3} \cdot \frac{1}{x+2}$
- b)  $\frac{x-3}{2x} \cdot \frac{x^2}{x-3}$
- c)  $\frac{3}{x^2-4} \cdot \frac{x+2}{2}$
- d)  $\frac{(x-1)^2}{x} \cdot \frac{1}{x-1}$
- e)  $\frac{5}{x-2} : \frac{x-1}{x-2}$
- f)  $\frac{x+5}{5x} : \frac{x+5}{x^2}$

107. Transforma en producto, como en el ejemplo.

- $x^3 + 2x^2 + x = x(x^2 + 2x + 1) = x(x+1)^2$
- a)  $x^3 - 4x$
- b)  $4x^3 - 4x^2 + x$
- c)  $x^4 - x^2$
- d)  $3x^4 - 24x^3 + 48x^2$

108. La expresión  $10a + b$  representa un número de dos cifras. Escribe en forma algebraica:

- a) Un número de tres cifras.
- b) El número siguiente y el anterior al que has escrito en a).
- c) La diferencia entre un número de tres cifras y el que resulta de invertir las cifras del mismo.

109. La mitad de un número es 20 unidades menor que su triple. ¿Cuál de estas expresiones algebraicas corresponde a ese enunciado?

- a)  $\frac{x-20}{2} = 3x$
- b)  $\frac{x}{2} - 20 = 3x$
- c)  $\frac{x}{2} + 20 = 3x$

110. He pagado 9 € por un refresco, un bocadillo y un bollo. El bocadillo cuesta el triple que el refresco, y este, el doble que el bollo. Si el precio del bollo es  $x$ , expresa algebraicamente este enunciado.

- a)  $12(x-4) = 8(x+3)$
- b)  $12x = 8(x+3)$
- c)  $12x = 9(x+4)$

de calidad inferior, que cuesta 3 € menos por kilo, la mezcla nos sale a 5,20 €/kg. Si  $x$  es el precio de la pintura cara, rellena la tabla adjunta y expresa algebraicamente este enunciado.

PAINTURA CARA	6	$x$	$6x$
PAINTURA BARATA	9		
MIXTA		5,20	

111. Verdadero o falso? Justifica y pon ejemplos.

- a)  $(x+a)^2 = (-x-a)^2$
- b)  $(x-a)^2 = (a-x)^2$
- c)  $(-x)^2 = x^2$
- d) Si multiplicamos dos monomios, obtenemos un binomio.
- e) Dos monomios son semejantes si su parte literal tiene las mismas letras.
- f) Si la suma de dos monomios es positiva, también lo es su producto.

112. ¿Cuál debe ser el valor de  $k$  para que  $-2$  sea raíz del polinomio  $x^3 - 5x^2 - 7x + k$ ? Justifica tu respuesta.

- 113. ¿Cuál es el resultado de multiplicar una fracción por su inversa? Compruébalo con  $\frac{x}{x+2}$  y su inversa.
- 114. a) Simplifica la expresión  $(a+1)^2 - (a-1)^2$ .  
b) Halla, sin utilizar la calculadora, el valor de:  $2501^2 - 2499^2$

115. Averigua cuál debe ser el valor de  $a$ , en cada caso, para que las dos expresiones sean idénticas:

- a)  $(3x+a)(3x-a) + 7$  y  $9x^2 - 18$
- b)  $(x-a)^2 + 2ax - 4a^2$  y  $x^2 + 18$

116. ¿Cuáles de las siguientes expresiones son idénticas? Justifícalo.

- a)  $\sqrt{9x^2} = 3x$
- b)  $x(x+1) = x^2 + 1$
- c)  $(x-5)^2 = x^2 - 25$

117. Multiplica cada expresión por el m. c. m. de los denominadores y simplifica el resultado:

- a)  $\frac{3+x}{8} - \frac{5-x}{6} - \frac{x+1}{12}$
- b)  $\frac{3}{4}(x-1) - \frac{1}{3}(x+1) + \frac{1}{6}$
- c)  $\frac{3x-3}{5} - \frac{x+1}{3} + \frac{1}{2}$

118. Factorice los siguientes polinomios:

- a)  $P(x) = x^4 - x^3 - x^2 + x$
- b)  $P(x) = 3x^3 + 3x^2 - 18x$
- c)  $P(x) = x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 38x - 24$
- d)  $P(x) = x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x + 2$
- e)  $P(x) = x^5 - 5x^4 + 7x^3 - 3x^2$
- f)  $P(x) = 2x^3 - 2x^2 - 12x$
- g)  $P(x) = 3x^4 + 6x^3 + 6x^2 + 6x + 3$
- h)  $P(x) = x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$
- i)  $P(x) = x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 6x + 4$
- j)  $P(x) = 4x^4 - 6x^3 + 2x^2$

Sol: a)  $(x-1)^2(x+1)x$ ; b)  $(x+3)(x-2)3x$ ; c)  $(x-1)(x+4)(x-2)(x-3)$ ; d)  $(x^2+1)(x-2)(x-1)$ ; e)  $x^2(x-1)^2(x-3)$ ; f)  $(x+2)(x-3)2x$ ; g)  $3(x+1)^2(x^2+1)$ ; h)  $(x-2)(x-1)(x+1)(x+3)$ ; i)  $(x+1)(x+2)(x^2+2)$ ; j)  $2x^2(x-1)(2x-1)$ .

119. Factorice los siguientes polinomios:

- a)  $P(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3$
- b)  $P(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 27$
- c)  $P(x) = x^4 + 4x^3 - 6x^2 - 36x - 27$
- d)  $P(x) = x^3 + 3x^2 - 4$
- e)  $P(x) = x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 11x - 6$
- f)  $P(x) = x^3 - 3x^2$
- g)  $P(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9$
- h)  $P(x) = x^3 - 13x + 12$
- i)  $P(x) = x^3 - 2x^2 - 15x + 36$
- j)  $P(x) = x^4 + 4x^3 - 2x^2 - 12x + 9$
- k)  $P(x) = x^3 + 7x^2 + 16x + 12$
- l)  $P(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$
- m)  $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$
- n)  $P(x) = x^3 - x^2 - 2x$
- ñ)  $P(x) = x^4 - 5x^3 + 3x^2 + 9x$
- o)  $P(x) = x^3 + 5x^2 + 7x + 3$

120. Determina las raíces de las siguientes ecuaciones:

- a)  $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$
- b)  $x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$
- c)  $x^3 - 5x^2 + 7x - 3 = 0$
- d)  $x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = 0$
- e)  $x^3 - 5x^2 + 8x - 4 = 0$
- f)  $x^3 - 2x^2 - 4x + 8 = 0$
- g)  $x^3 + 2x^2 - 4x - 8 = 0$
- h)  $x^3 + 3x^2 - 4 = 0$
- i)  $x^3 + 4x^2 - 10x - 12 = 0$
- j)  $2x^3 + 4x^2 - 10x - 12 = 0$
- k)  $2x^3 - x^2 - 25x - 12 = 0$
- l)  $3x^3 + 6x^2 - 45x - 108 = 0$

Sol: a)  $x = \pm 1, x = 2$ ; b)  $x = \pm 1, x = 3$ ; c)  $x = 1$  (doble),  $x = 3$ ; d)  $x = 1$  (doble),  $x = 2$ ; e)  $x = 1, x = 2$  (doble); f)  $x = -2, x = 2$  (doble); g)  $x = 2, x = -2$  (doble); h)  $x = -1, x = -2$  (doble); i)  $x = 2, x = -1, x = -4$ ; j)  $x = 2, x = -1, x = -3$ ; k)  $x = 4, x = -3, x = -1/2$ ; l)  $x = 4, x = -3$  (doble).

121. Determina las raíces de las siguientes ecuaciones:

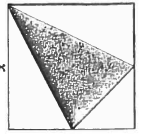
- a)  $x^4 - 2x^2 + 1 = 0$
- b)  $x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 2 = 0$
- c)  $x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 4x - 4 = 0$
- d)  $x^4 + 6x^3 + 13x^2 + 12x + 4 = 0$
- e)  $x^4 + 9x^3 + 30x^2 + 44x + 24 = 0$
- f)  $x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 20x - 24 = 0$
- g)  $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$
- h)  $x^4 - x^3 - 11x^2 + 5x + 30 = 0$
- i)  $2x^4 + 3x^3 - x = 0$
- j)  $3x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 8x + 4 = 0$
- k)  $7x^4 - 28x^3 + 21x^2 + 28x - 28 = 0$
- l)  $2x^4 - 13x^3 + 27x^2 - 23x + 7 = 0$

Sol: a)  $x = 1$  (doble),  $x = -1$  (doble); b)  $x = -2, x = -1, x = 1$  (doble); c)  $x = 2$  (doble),  $x = \pm 1$ ; d)  $x = -1$  (doble),  $x = -2$  (doble); e)  $x = -3, x = -2$  (triple); f)  $x = -2$  (doble),  $x = 2, x = -3$ ; g)  $x = \pm 1, x = -3, x = 2$ ; h)  $x = 3, x = -2, x = \pm\sqrt{5}$ ; i)  $x = -1$  (doble),  $x = 1/2, x = 0$ ; j)  $x = 1, x = -1/3, x = \pm 2$ ; k)  $x = 1$  (doble),  $x = 2$  (doble); l)  $x = 1$  (triple),  $x = 7/2$ .

126. Expresa en lenguaje algebraico.

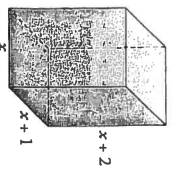
- a) La cantidad de agua que hay en un depósito del que se sacan, primero, 1/3 de su capacidad; después, 2/5 de lo que queda, y luego, 20 litros.
- b) Compré dos pantalones por 60 €. Uno estaba rebajado un 20%, y el otro, un 25%.
- c) Un refresco vale 1 € más que una botella de agua. Por tres refrescos y dos aguas he pagado 6 €.

127. Expresa algebraicamente el área y el perímetro de la parte coloreada.

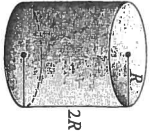


128. Dos de los vértices del triángulo coinciden con puntos medios de los lados del cuadrado.

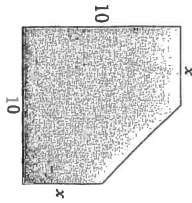
129. Expresa algebraicamente el área total y el volumen de un ortoedro cuyas dimensiones son tres números naturales consecutivos.



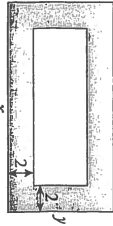
130. Expresa algebraicamente el área total y el volumen de un cilindro cuya altura mide el doble que el radio de la base.



131. Expresa algebraicamente el área y el perímetro de esta figura:



132. Expresa algebraicamente el área de la parte coloreada.



133. Un grupo de amigos quiere comprar un regalo para María y les toca a 12 € cada uno. Si fueran tres amigos más, les tocaría a 4 € menos cada uno. ¿Cuál de estas igualdades representa este enunciado?

- a)  $12(x-4) = 8(x+3)$
- b)  $12x = 8(x+3)$
- c)  $12x = 9(x+4)$

134. He pagado 9 € por un refresco, un bocadillo y un bollo. El bocadillo cuesta el triple que el refresco, y este, el doble que el bollo. Si el precio del bollo es  $x$ , expresa algebraicamente este enunciado.

- a)  $\frac{x-20}{2} = 3x$
- b)  $\frac{x}{2} - 20 = 3x$
- c)  $\frac{x}{2} + 20 = 3x$

135. Multiplica cada expresión por el m. c. m. de los denominadores y simplifica el resultado:

- a)  $\frac{3+x}{8} - \frac{5-x}{6} - \frac{x+1}{12}$
- b)  $\frac{3}{4}(x-1) - \frac{1}{3}(x+1) + \frac{1}{6}$
- c)  $\frac{3x-3}{5} - \frac{x+1}{3} + \frac{1}{2}$

136. Factorice los siguientes polinomios:

- a)  $P(x) = x^4 - x^3 - x^2 + x$
- b)  $P(x) = 3x^3 + 3x^2 - 18x$
- c)  $P(x) = x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 38x - 24$
- d)  $P(x) = x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x + 2$
- e)  $P(x) = x^5 - 5x^4 + 7x^3 - 3x^2$
- f)  $P(x) = 2x^3 - 2x^2 - 12x$
- g)  $P(x) = 3x^4 + 6x^3 + 6x^2 + 6x + 3$
- h)  $P(x) = x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$
- i)  $P(x) = x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 6x + 4$
- j)  $P(x) = 4x^4 - 6x^3 + 2x^2$

Sol: a)  $(x-1)^2(x+1)x$ ; b)  $(x+3)(x-2)3x$ ; c)  $(x-1)(x+4)(x-2)(x-3)$ ; d)  $(x^2+1)(x-2)(x-1)$ ; e)  $x^2(x-1)^2(x-3)$ ; f)  $(x+2)(x-3)2x$ ; g)  $3(x+1)^2(x^2+1)$ ; h)  $(x-2)(x-1)(x+1)(x+3)$ ; i)  $(x+1)(x+2)(x^2+2)$ ; j)  $2x^2(x-1)(2x-1)$ .

# SUMA, RESTA, MULTIPLICACION Y DIVISION DE POLINOMIOS

1° Opera:

- a)  $4x^2 - 3x^2 + x^2$       b)  $7x - 3x + 2x$       c)  $7x^3 - 3x^3 + 4x^3$   
 d)  $7x - 4x + 2x$       e)  $9x^3 - 3x^3 - 2x^3$       f)  $2x - 5x + 9x$   
 g)  $4x^2 - 5x^2 - 2x^2$       h)  $x^4 + 7x^4 - 6x^4$       i)  $2x^2 + x^4 - 5x^4$   
 j)  $3x^3 - 2x^3 - x^3$       k)  $-2x^2 + 5x^2 - 4x^2$       l)  $-x^2 - 2x^2 + 5x^2$   
 m)  $x^4 - \frac{2x^4}{3} + \frac{x^4}{2}$       n)  $2x - \frac{2x}{3} + \frac{x}{2}$       ñ)  $\frac{2x^2}{3} + x^3 - \frac{3x^3}{2}$

Sol: a)  $2x^2$ ; b)  $6x$ ; c)  $8x^3$ ; d)  $5x$ ; e)  $4x^3$ ; f)  $6x$ ; g)  $-3x^3$ ; h)  $2x^4$ ; i)  $-2x^4$ ; j)  $0$ ;  $-x^2$ ; k)  $5x^4/6$ ; l)  $11x/6$ ; m)  $x^2/6$ .

2° Reduce las siguientes expresiones:

- a)  $2x^2 - 4 + 3x - 3x^2$       b)  $3x - 4x^2 - 4 - 5x + 3x^2$   
 c)  $6x - 3x^2 - 4 - 4x^3 + 4x$       d)  $7 - 3(x^2 - 1) + 2(x - 3) - 4x + x^2$   
 e)  $2x^3 - 3x^3 - 2(x - x^3) + 4x - 2x^2$       f)  $3x^2 - 3 + 4x - 5 + 3x^2$   
 f)  $6x^2 + 4x - 8$       g)  $-x^2 - 2x - 4$ ; h)  $-x^2 - 2x - 4$ ; i)  $-7x^3 + 10x - 4$ ; j)  $-2x^2 - 2x + 4$ ; e)  $-x^3 + 2x$ ;

3° Halla el polinomio que sumado a  $P(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2x$  da como resultado:

- a)  $2x^3 - 3x^2 - x + 2$       b)  $3x^3 - 3x^2 + 1$       c)  $4x^3 + 1$       d)  $2x^3 - 3x^2 + 5x - 2$   
 e)  $2x^3 - 3x^2 - 3x + 2$ ; f)  $-2x^3 - 3x^2 + 2$ ; g)  $-x^3 - 2x + 1$ ; h)  $3x^2 - 2x + 1$ ; i)  $-2x^3 + 3x - 2$ .

4° Efectúa y reduce:

- a)  $(x^2 - 3x + 1)(x + 2)$       b)  $(2x^3 - 3x^2 + 2)(2x - 1)$       c)  $(x^2 + x - 2)(x^2 + 1)$   
 Sol: a)  $x^3 - x^2 - 5x + 2$ ; b)  $4x^4 - 8x^3 + 3x^2 + 4x - 2$ ; c)  $x^4 + x^3 - x^2 + x - 2$ .

5° Efectúa y reduce:

- a)  $2x^2 \cdot 3x - 2x \cdot x^2$       b)  $3x - 2(7x - 5)$       c)  $x^2(3x - 2) + 3x^2$   
 d)  $7x^2 - 3x(-2x) + 5x^2$       e)  $4x(x - 2) - 3x(x - 1)$       f)  $6x(-3x^2) - 5x^2(-2x)$   
 Sol: a)  $4x^3$ ; b)  $-11x + 10$ ; c)  $6x^3 - 2x^2$ ; d)  $18x^2$ ; e)  $x^2 - 5x$ ; f)  $-8x^3$ .

6° Opera y reduce las siguientes expresiones:

- a)  $2x^2 - 3x(2x^2 - 3x) + 2(x^2 - 2x)$       b)  $3x(3 - x) + 4(x^2 - 3x)$   
 c)  $x^2 - 3x(-5x) - x(x - 3x)$       d)  $(x^2 - 3x + 2)(3x - 2)$   
 e)  $(x - 3)(x^2 - 3x + 1)$       f)  $(x - 3)(-2x + 3)$   
 Sol: a)  $-6x^3 + 13x^2 - 4x$ ; b)  $x^2 - 3x$ ; c)  $18x^2$ ; d)  $3x^3 - 11x^2 + 12x - 4$ ;

7° Sean los polinomios:

$$P(x) = 4x^3 - 3x^2 + 1$$

$$Q(x) = 3x^2 - 3x + 2$$

- Calcular:  
 a)  $P(x) - Q(x)$       b)  $3P(x) + 2Q(x)$       c)  $P(x) + Q(x)$       d)  $P(x) \cdot Q(x)$   
 Sol: a)  $P - Q = 4x^3 - 6x^2 + 3x - 1$ ; b)  $3P + 2Q = 12x^3 - 3x^2 - 6x + 7$ ;  
 c)  $P + Q = 4x^3 - 3x + 3$ ; d)  $P \cdot Q = 12x^5 - 21x^4 + 17x^3 - 3x^2 - 3x + 2$ .

8° Sean los polinomios:

$$P(x) = x^3 - x^2 - 3x + 1$$

$$Q(x) = 2x^2 - 2x + 1$$

$$R(x) = 2x^3 - 6x^2 + 6x - 1$$

Calcular:

- a)  $P(x) + Q(x)$       b)  $P(x) - Q(x)$       c)  $P(x) + Q(x) + R(x)$   
 d)  $P(x) - Q(x) + R(x)$       e)  $2P(x) - 3Q(x)$       f)  $P(x)Q(x) - R(x)$   
 g)  $Q(x)(2P(x) - R(x))$       h)  $P(x) + Q(x) - R(x)$       i)  $Q(x)P(x)R(x)$   
 Sol: a)  $x^3 + x^2 - 5x + 2$ ; b)  $x^3 - 3x^2 - x$ ; c)  $3x^3 - 5x^2 + x + 1$ ; d)  $3x^3 - 9x^2 + 5x - 1$ ;  
 e)  $2x^3 - 8x^2 - 1$ ; f)  $2x^3 - 4x^2 - 5x^2 + 13x^2 - 11x + 2$ ; g)  $8x^4 - 32x^3 + 34x^2 - 18x + 3$ ;  
 h)  $-x^3 + 7x^2 - 11x + 3$ ; i)  $4x^8 - 20x^7 + 30x^6 + 6x^5 - 66x^4 + 77x^3 - 43x^2 + 11x - 1$ .

9° Haz las divisiones siguientes, calculando su cociente y su resto:

- a)  $(x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 2) : (x^2 - x)$       b)  $(x^5 - 4x^3 + 4x^2 + 4x - 3) : (x^2 - 2)$   
 c)  $(x^3 + 3x^2 - 2x^2 + 5x + 2) : (x^3 - x + 1)$       d)  $(x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 3x + 2) : (x^2 - 1)$   
 e)  $(x^6 - 4x^4 + x^3 + 3x^2 + x) : (x^3 - x)$       f)  $(x^4 + 2x^2 - 5) : (x^2 + 3)$   
 Sol: a) cociente:  $x^2 - 3x + 1$ , resto:  $x + 2$ ; b) cociente:  $x^3 - 2x + 4$ , resto:  $5$ ;  
 c) cociente:  $x^2 - 3x + 1$ , resto:  $3x + 1$ ; d) cociente:  $x^2 + 3x - 2$ , resto:  $0$ ;  
 e) cociente:  $x^3 - 3x + 1$ , resto:  $2x$ ; f) cociente:  $x^2 - 1$ , resto:  $-2$ .

10° En una división de polinomios, el divisor es  $2x^2 - 3$ , el cociente  $x + 3$  y el resto  $x - 1$ . ¿Cuál es el dividendo? Sol:  $x^3 + 6x^2 - 2x - 10$ .

11° Calcula el cociente y el resto en las divisiones siguientes mediante el método de Ruffini:

- a)  $(x^5 - 2x^4 - 3x^3 + 7x + 1) : (x - 2)$       b)  $(x^4 - x^3 - 2x^2 + x - 1) : (x + 1)$   
 c)  $(2x^3 - 3x^2 + 4x - 3) : (x - 1)$       d)  $(x^4 + 3x^3 - x^2 - x + 3) : (x + 3)$   
 e)  $(-x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 2x + 7) : (x - 3)$       f)  $(x^5 + x^4 - 2x^3 + 4x - 3) : (x + 2)$   
 Sol: a) cociente:  $x^4 - 3x + 1$ , resto:  $3$ ; b) cociente:  $x^2 - 2x^2 + 1$ , resto:  $-2$ ;  
 c) cociente:  $2x^2 - x + 3$ , resto:  $0$ ; d) cociente:  $x^3 - x + 2$ , resto:  $-3$ ;  
 e) cociente:  $-x^3 + x^2 - 2$ , resto:  $1$ ; f) cociente:  $x^4 - x^3 + 4$ , resto:  $-1$ .

12° Halla el resto de la división utilizando el teorema del resto:

- a)  $(x^5 - 2x^3 + x^2 - 1) : (x - 2)$       b)  $(x^3 - 3x + 2) : (x - 1)$   
 c)  $(2x^4 - 3x^2 + x - 1) : (x + 1)$       d)  $(-x^4 - 3x^3 - 3) : (x + 2)$   
 e)  $(x^3 - 2x^2 + x + 3) : (x - 1)$       f)  $(2x^4 - 3x^2 - x + 1) : (x - 3)$   
 g)  $(x^4 - 3x^3 + 2x) : (x - 2)$       h)  $(3x^4 - 2x^3 + 3) : (x + 1)$   
 Sol: a)  $19$ ; b)  $0$ ; c)  $-3$ ; d)  $5$ ; e)  $3$ ; f)  $133$ ; g)  $-4$ ; h)  $8$ .

13° Halla "a" para que la siguiente división sea exacta:

$$(x^5 - 3x^3 + ax^2 - 4) : (x - 2)$$

Sol:  $a = -1$ .

14° Halla "a" para que la siguiente división tenga de resto 2:

$$(x^6 - 4x^3 + 5x^4 - 5x^2 + 4x^2 + ax + 2) : (x - 1)$$

Sol:  $a = -1$ .

## IDENTIDADES NOTABLES

1° Desarrolla los siguientes cuadrados notables:

- a)  $(x + 1)^2$       b)  $(x - 4)^2$       c)  $(x - 3)^2$       d)  $(x + 3)^2$   
 e)  $(x - 5)^2$       f)  $(3x - 2)^2$       g)  $(2x - 3)^2$       h)  $(3 + 2x)^2$   
 i)  $(4x - 2)^2$       j)  $(3x - 5)^2$       k)  $(3 - 4x)^2$       l)  $(2x - x^2)^2$   
 m)  $(3x + 2)^2$       n)  $(2x - 1)^2$       ñ)  $(x - y)^2$       o)  $(3 - x^2)^2$   
 p)  $\left(\frac{x}{2} + \frac{y}{3}\right)^2$       q)  $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^2$       r)  $\left(\frac{x}{2} + x^2\right)^2$       s)  $\left(\frac{x}{2} - \frac{3}{4}y\right)^2$   
 t)  $\left(\frac{2x}{3} - 3\right)^2$       u)  $\left(\frac{2}{3} + 2x\right)^2$       v)  $\left(\frac{x}{2} - 2\right)^2$       w)  $\left(\frac{2}{5} + 3x\right)^2$

- Sol: a)  $x^2 + 2x + 1$ ; b)  $x^2 - 8x + 16$ ; c)  $x^2 - 6x + 9$ ; d)  $x^2 + 6x + 9$ ; e)  $x^2 - 10x + 25$ ;  
 f)  $9x^2 - 12x + 4$ ; g)  $4x^2 - 12x + 9$ ; h)  $9 + 12x + 4x^2$ ; i)  $16x^2 - 16x + 4$ ;  
 j)  $9x^2 - 30x + 25$ ; k)  $9 - 24x + 16x^2$ ; l)  $4x^2 - 4x^3 + x^4$ ; m)  $9x^2 + 12x + 4$ ;  
 n)  $4x^2 - 4x + 1$ ; ñ)  $x^2 - 2xy + y^2$ ; o)  $9 - 6x^2 + x^4$ ; p)  $\frac{x^2}{4} + \frac{xy}{3} + \frac{y^2}{9}$ ; q)  $4x^2 - 4 + \frac{1}{x^2}$ ;  
 r)  $\frac{x^2}{4} + x^3 + x^4$ ; s)  $\frac{x^2}{4} - \frac{3xy}{4} + \frac{9y^2}{16}$ ; t)  $\frac{4x^2}{9} - 4x + 9$ ; u)  $\frac{4}{9} + \frac{8x}{3} + 4x^2$ ;  
 v)  $\frac{x^2}{4} - 2x + 4$ ; w)  $\frac{4}{25} + \frac{12x}{5} + 9x^2$ .

2° Expresa como cuadrado de una suma o de una diferencia:

- a)  $x^2 - 6x + 9$       b)  $x^2 - 4x + 4$       c)  $4x^2 - 12x + 9$       d)  $x^2 + 8x + 16$   
 e)  $x^2 + 10x + 25$       f)  $x^2 + 12x + 36$       g)  $9x^2 - 12x + 4$       h)  $4x^2 + 8x + 4$   
 i)  $\frac{x^2}{4} + 3x + 9$       k)  $\frac{1}{x^2} - 4 + 4x^2$       l)  $x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$       m)  $\frac{9x^2}{25} - 2x + \frac{25}{9}$   
 Sol: a)  $(x - 3)^2$ ; b)  $(x - 2)^2$ ; c)  $(2x - 3)^2$ ; d)  $(x + 4)^2$ ; e)  $(x + 5)^2$ ; f)  $(x + 6)^2$ ; g)  $(3x - 2)^2$ ;  
 h)  $(2x - 2)^2$ ; i)  $\left(\frac{x}{2} + 3\right)^2$ ; j)  $\left(\frac{1}{x} - 2x\right)^2$ ; k)  $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2$ ; l)  $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2$ ; m)  $\left(\frac{3x}{5} + \frac{5}{3}\right)^2$ .

3° Desarrolla los siguientes productos notables:

- a)  $(2 + x)(2 - x)$       b)  $(x + 3)(x - 3)$       c)  $(x - a)(x + a)$       d)  $(3 - 2x)(3 + 2x)$   
 e)  $(2x - 5)(2x + 5)$       f)  $(a - 3b)(a + 3b)$       g)  $(x^2 + 1)(x^2 - 1)$       h)  $(x^3 - x)(x^3 + x)$   
 i)  $\left(\frac{1}{2} - x^2\right)\left(\frac{1}{2} + x^2\right)$       j)  $\left(2 - \frac{1}{x}\right)\left(2 + \frac{1}{x}\right)$       k)  $\left(\frac{1}{2} - x^2\right)\left(\frac{1}{2} + x^2\right)$   
 l)  $\left(2x + \frac{1}{3}\right)\left(2x - \frac{1}{3}\right)$       m)  $\left(\frac{a}{3} + b\right)\left(\frac{a}{3} - b\right)$       n)  $\left(\frac{x}{2} - 3\right)\left(\frac{x}{2} + 3\right)$   
 Sol: a)  $4 - x^2$ ; b)  $x^2 - 9$ ; c)  $x^2 - a^2$ ; d)  $9 - 4x^2$ ; e)  $4x - 25$ ; f)  $a^2 - 9b^2$ ; g)  $x^4 - 1$ ;  
 h)  $x^6 - x^2$ ; i)  $\frac{1}{4} - x^4$ ; j)  $4 - \frac{1}{x^2}$ ; k)  $\frac{1}{4} - x^4$ ; l)  $4x^2 - \frac{1}{9}$ ; m)  $\frac{a^2}{9} - b^2$ ; n)  $\frac{x^2}{4} - 9$ .