

Ejercicios de formalización resueltos (Pasamos directamente al 29, puesto que los anteriores son fáciles)

1.- Ana es alta.

p= Ana es alta
Formalización: p

2.-La manzana es roja o verde.

p= La manzana es roja; q= la manzana es verde
Formalización: $p \vee q$

3.- Si llueve, la calle estará mojada.

p= llueve; q= la calle estará mojada
Formalización: $p \rightarrow q$

4.- Si hoy es lunes, entonces mañana será martes.

p= hoy es lunes; q= mañana será martes
Formalización: $p \rightarrow q$

5.- Si Ana estudia, entonces aprueba.

p= Ana estudia; q= Ana aprueba
Formalización: $p \rightarrow q$

6.- Ana es alta y María es baja.

p= Ana estudia; q= María es baja
Formalización: $p \wedge \neg q$

7.- La manzana es roja y la pera es verde.

p= la manzana es roja; q= la pera es verde
Formalización: $p \wedge q$

8.- Si llueve, la calle estará mojada y el paraguas será necesario.

P= llueve; q= la calle estará mojada; r= el paraguas será necesario
Formalización: $p \rightarrow (q \wedge r)$

9.- Si hoy es lunes, entonces mañana será martes o miércoles.

p= hoy es lunes; q= mañana será martes; r= mañana será miércoles
Formalización: $p \rightarrow (q \vee r)$

10.- Si Ana estudia, entonces aprueba y si no estudia, no aprueba.

p= Ana estudia; q= Ana aprueba
Formalización: $p \rightarrow q, \neg p \rightarrow \neg q$

11.- Ana es alta o María es baja, pero no ambas cosas.

p= Ana es alta; q= María es baja
Formalización: $(p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q) / (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee q)$

12.- La manzana es roja si y solo si la pera es verde.

p= la manzana es roja; q= la pera es verde
Formalización: $p \leftrightarrow q$

13.- Si el sol brilla y no hay nubes, entonces hace calor.

p= el sol brilla; q= no hay nubes; r= hace calor
Formalización: $(p \wedge \neg q) \rightarrow r$

14.- Si Ana estudia o hace ejercicio, entonces está en forma.

p= Ana estudia; q= Ana hace ejercicio; r= Ana está en forma
Formalización: $(p \vee q) \rightarrow r$

15.- Ana estudia si y solo si María trabaja.

p= Ana estudia; q= María trabaja
Formalización: $p \leftrightarrow q$

16.- Si el pastel es dulce, entonces no es salado.

p= el pastel es dulce; q= el pastel es salado
Formalización: $p \rightarrow \neg q$

17.- Si el pastel es dulce o salado, entonces es delicioso.

p= el pastel es dulce; q= el pastel es salado; r= el pastel es delicioso
Formalización: $(p \vee q) \rightarrow r$

18.- Si Ana estudia, entonces aprueba, pero si no estudia, puede aprobar o reprobar.

p= Ana estudia; q= Ana aprueba
Formalización: $p \rightarrow q, \neg p \rightarrow (r \vee \neg r)$

19.- Si Ana es alta, entonces María es baja y si María es baja, entonces Ana es alta.

p= Ana es alta; q= María es baja
Formalización: $(p \rightarrow \neg q) \wedge (\neg q \rightarrow p)$ / también: $(p \leftrightarrow q)$

20.- Si Juan lee el libro y lo entiende, entonces puede escribir un ensayo.

p= Juan lee el libro; q= Juan entiende el libro; r= Juan puede escribir un ensayo
Formalización: $(p \wedge q) \rightarrow r$

21.- Si el equipo gana el partido, entonces los fanáticos estarán felices.

p= el equipo gana el partido; q= los fanáticos estarán felices
Formalización: $p \rightarrow q$

22.- Si la taza está llena, entonces el café se derramará.

p= la taza está llena; q= el café se derramará
Formalización: $p \rightarrow q$

23.- Si Ana estudia, entonces aprueba y si aprueba, su madre está contenta.

p= Ana estudia; q= Ana aprueba; r= la madre de Ana estará contenta
Formalización: $p \rightarrow q, q \rightarrow r$

24.- Si Ana estudia, entonces aprueba y si no aprueba, su padre está triste.

p= Ana estudia; q= Ana aprueba; r= el padre de Ana estará triste
Formalización: $p \rightarrow q, \neg q \rightarrow r$

25.- Si la puerta está cerrada, entonces la casa está segura.

p= la puerta está cerrada; q= la casa estará segura
Formalización: $p \rightarrow q$

26.- Si el sol brilla, entonces el día es agradable.

p= El sol brilla; q= el día es agradable
Formalización: $p \rightarrow q$

27.- Si Ana estudia o María trabaja, entonces el examen será fácil.

p= Ana estudia; q= María trabaja; r= el examen será fácil
Formalización: $(p \vee q) \rightarrow r$

28.- Si Juan está cansado y no hay café, entonces no podrá trabajar.

p= Juan está cansado; q= no hay café; r= Juan no podrá trabajar
Formalización: $(p \wedge \neg q) \rightarrow \neg r$

29.- O está lloviendo y nevando, o está soplando el viento.

p=Está lloviendo; q=Está nevando; r=Está soplando el viento
 $(p \wedge q) \vee r$

30.- O los hombres han nacido iguales o no son libres.

p=Los hombres han nacido iguales; q= Los hombres son libres
 $p \vee \neg q$

31.- O bien Moriarty y Crumm son ambos culpables, o Crumm es inocente.

p = Moriarty es inocente ; q= Crumm es inocente
 $(\neg p \wedge \neg q) \vee r$
 Otra solución: p: Moriarty es culpable; q: Crumm es culpable
 $(p \wedge q) \vee \neg q$

32.- O Crumm es culpable, o él y Moriarty lo son conjuntamente.

p= Crumm es inocente; q= Moriarty es inocente
 $\neg p \vee (\neg p \wedge \neg q)$

33.- O bien Moriarty es culpable, o Crumm es inocente, o ambos son culpables.

p= Moriarty es inocente; q= Crumm es inocente
 $\neg p \vee q \vee (\neg p \wedge \neg q)$

34.- O Holmes lleva razón, o Moriarty y Crumm son o ambos culpables o ambos inocentes; y Crumm es culpable.

p= Holmes lleva razón; q= Moriarty es inocente; r=Crumm es inocente
 $[p \vee ((\neg q \wedge \neg r) \vee (q \wedge r))] \wedge \neg r$

35.- Luis se irá si Pablo se queda.

p= Luis se irá; q= Pablo se queda
 $q \rightarrow p$

36.- Si Pablo se queda, entonces Luis se va.

p= Pablo se queda; q= Luis se va
 $p \rightarrow q$

37.- Supuesto que Pablo se quede, Luis se irá.

p= Pablo se queda; q=Luis se irá
 $p \rightarrow q$

38.- Luis se irá en caso de que Pablo se quede.

p=Luis se irá; q=Pablo se queda
 $q \rightarrow p$

39.- Cientos de vidas podrían salvarse cada año si la gente utilizara el cinturón de seguridad.

p= cientos de vidas pueden salvarse cada año; q= La gente utiliza el cinturón de seguridad
 $q \rightarrow p$

40.- Democracia significa un modo de vida en el que la libertad y la justicia están presentes.

p= Democracia significa un modo de vida en el que la libertad está presente q= Democracia significa un modo de vida en el que la justicia está presente
 $p \wedge q$

41.- No es el caso que, si la luna está hecha de queso verde, entonces los vehículos espaciales no pueden alunizar en ella.

p= La luna está hecha de queso verde; q= Los vehículos espaciales pueden alunizar en la luna
 $\neg(p \rightarrow \neg q)$

42.- Si la Reina Roja está furiosa, entonces una de dos, o el Conejo Blanco está desconcertado, o Alicia no será coronada reina.

p= La reina roja está furiosa; q= El conejo Blanco está desconcertado; r= Alicia será coronada p
 $p \rightarrow (q \vee \neg r)$

43.- Si los verdaderos amigos tienen todo en común, entonces tú no puedes ser más rico que tu compañero si dices que sois verdaderos amigos. (Platón)

p= Los verdaderos amigos tienen todo en común q= Puedes ser más rico que tu compañero r= Dices que tú y tu compañero sois verdaderos amigos.
 $p \rightarrow (r \rightarrow \neg q)$

44.- 2 es un número primo porque sólo es divisible por sí mismo y por la unidad.

p= 2 es un número primo q= 2 es divisible por sí mismo r= 2 es divisible por la unidad
 $p \leftrightarrow (q \wedge r)$

45.- Juan irá a la fiesta sólo si María va.

p= Juan va a la fiesta; q=María va a la fiesta
 $p \rightarrow q$

Comentario: Que María esté en la fiesta es una condición necesaria que Juan pone para ir. De modo que lo que Juan excluye es que él esté en la fiesta (p) y que María no esté. Si no es posible que Juan esté en la fiesta y María no es porque la presencia de Juan implica la presencia de María. Nótese que es posible que María asista a la fiesta y Juan no. En efecto, para Juan la presencia de María es una condición necesaria para ir él, pero no suficiente, es posible que también desee que esté Pepito.

46.- Juan entrará en la Universidad sólo si obtiene buena puntuación en los exámenes.

p= Juan Entrará en la Universidad; q=Juan ha obtenido buena puntuación en los exámenes.
 $p \rightarrow q$

47.- Proporcionémos los medios y nosotros solucionaremos el asunto. p= Usted nos proporciona los medios; q= Nosotros solucionamos el asunto

$p \rightarrow q$

Comentario: Aunque aparentemente se trate de una conjunción, el sentido que se le está dando es condicional. La proposición no está afirmando dos cosas inconexas, sino que vincula lo segundo a lo primero.

48.- Obtendrás la licenciatura a condición de que superes el último curso.

p= Obtendrás la licenciatura; q= Superas el último curso
 $p \rightarrow q$

Comentario: ¿Es posible superar la licenciatura y no haber superado el último curso? Si la proposición es verdadera no, por lo tanto, según la tabla de verdad del condicional, la obtención de la licenciatura implica que se ha superado el último curso. De nuevo hay que observar que la proposición no impide que superes el último curso sin obtener la licenciatura... podrías no haber pagado los derechos de matrícula... lo que está claro es que SI la obtienes ENTONCES has superado el último curso, amén de que tengas que cumplir otras condiciones.

49.- A menos que me detenga a comer en la carretera, llegaré a primera hora de la tarde.

p= Me detengo a comer en la carretera q= Llego a primera hora de la tarde
 $\neg q \rightarrow p$ (también valdría: $\neg p \rightarrow q$)

Comentario: Quien pronuncia este enunciado sólo admite una eventualidad capaz de retrasarle, a saber, parar a comer. De modo que sabemos algo con seguridad, que SI no llega, ENTONCES se ha parado a comer. Ninguna otra cosa puede retrasarle. Esto es equivalente a decir que si no se detiene entonces llegará a primera hora de la tarde. Sin duda es un conductor muy optimista porque no admite la posibilidad de no detenerse a comer y llegar tarde, por ejemplo, a causa de un accidente. ¿Por qué la formalización correcta no es ' $p \rightarrow \neg q$ '? Si fuera así nuestro conductor estaría admitiendo que es posible no llegar a primera hora de la tarde sin haberse detenido a comer (si el antecedente es 0 y el consecuente 1, el condicional sigue siendo 1) , y esto no es en absoluto lo que dice su enunciado.

50.- Nos veremos en el parque, supuesto que no llueva.

p= Nos veremos en el parque; q= Llueve
 $q \rightarrow \neg p$

Comentario: si alguien nos dice esto, y resulta que se pone a llover, ENTONCES no le esperaremos en el parque. Ese 'supuesto que no llueva' significa 'siempre y cuando no llueva'. Se está afirmando que es imposible que llueva y nos veamos en el parque. Sólo

diríamos que miente si llueve y nos lo encontramos por el parque. Por lo tanto, Si llueve, ENTONCES nos veremos en el parque. También podría formalizarse así: $p \rightarrow \neg q$ (Si nos vemos en el parque, entonces no está lloviendo).

51.- Si los que ya son sabios no buscan la sabiduría y los ignorantes impenitentes tampoco, entonces los que la busquen no serán los sabios ni los ignorantes, sino aquellos que reconocen su propia ignorancia y desean remediarla.

p = Los sabios buscan la sabiduría q = Los ignorantes buscan la sabiduría r = Aquellos que reconocen la propia ignorancia y desean remediarla buscan la sabiduría.

$$(\neg p \wedge \neg q) \rightarrow r$$

52.- Creer en otras mentes es racional si y sólo si creer en Dios es racional.

$$p \leftrightarrow q$$

53.- Luis hará el doctorado cuando y solamente cuando obtenga la licenciatura.

$$p \leftrightarrow q$$

54.- Un conjunto C es un subconjunto propio de un conjunto D si y sólo si no hay ningún miembro de C que no sea miembro de D, pero hay un miembro de D que no es miembro de C.

$$p \leftrightarrow (\neg q \wedge r)$$

55.- Los animales, como las plantas, son seres vivos.

p = Los animales son seres vivos q = Las plantas son seres vivos.

$$p \wedge q$$

56.- Dos rectas son paralelas si tienen la misma dirección.

p = Dos rectas A y B son paralelas q = Dos rectas A y B tienen la misma dirección

$$q \rightarrow p$$

Comentario: En la interpretación de las variables 'p' y 'q' introduzco la referencia a las rectas A y B para que quede claro el sentido de la proposición. Si no lo hiciera, estaría diciendo que, si dos rectas tienen la misma dirección, entonces dos rectas son paralelas, y esto no es lo que la proposición dice. ¿Por qué? porque si mi afirmación fuera cierta, nadie nos garantiza que las rectas paralelas sean las mismas rectas que tienen la misma dirección. Nótese también que, según la proposición, toda recta es paralela respecto a sí misma puesto que toda recta tiene su misma dirección.

57.- Decir que la suma de sucesiones positivas es una sucesión positiva y el producto de sucesiones positivas es una sucesión positiva equivale a decir que la suma y el producto de dos números reales positivos es un número real positivo.

p = La suma de sucesiones positivas es una sucesión positiva q = El producto de sucesiones positivas es una sucesión positiva r = La suma de dos números reales positivos es un número real positivo s = El producto de dos números reales positivos es un número real positivo.

$$(p \wedge q) \leftrightarrow (r \wedge s)$$

58.- Si perseveras en tus decisiones y no cedas al desaliento frente a los obstáculos, entonces comprobarás cómo el éxito te sonríe.

p = Perseveras en tus decisiones q = No cedas al desaliento frente a los obstáculos r = Comprobarás cómo el éxito te sonríe.

$$(p \wedge q) \rightarrow r$$

59.- Si Frankenstein cruza nuestras calles, ha de indicar qué y cuántos fines persigue, y si miente, le daremos con las puertas en las narices, pero si dice la verdad, le invitaremos a cenar.

p = Frankenstein cruza nuestras calles. q = Frankenstein ha de indicar qué fines persigue. r = Frankenstein ha de indicar cuántos fines persigue. s = Frankenstein dice la verdad t = Le damos a Frankenstein con la puerta en las narices. u = Invitamos a cenar a Frankenstein.

$$(p \rightarrow (q \wedge r)) \wedge [(\neg s \rightarrow t) \wedge (s \rightarrow r)]$$

60.- El hidróxido de aluminio es maleable y, a igualdad de peso, mejor conductor de la electricidad que el cobre.

p = El hidróxido de aluminio es maleable q = Se nos dan una cantidad de hidróxido de aluminio y otra de cobre, con el mismo peso

r = El hidróxido de aluminio es mejor conductor de la electricidad que el cobre.

$$p \wedge (q \rightarrow r)$$

61.- Si el hombre es moral, no está determinado unívocamente por el ambiente y cabe exigirle cuenta de sus elecciones.

p= El hombre es moral q= El hombre está determinado unívocamente por el ambiente r= Cabe exigir al hombre cuenta de sus elecciones.

$p \rightarrow (\neg q \wedge r)$

62.- Si el Rh de la futura madre es negativo, debe analizarse inmediatamente después de cada parto la sangre del recién nacido y, si ésta es Rh positivo, ha de administrarse a la parturienta el suero apropiado si se desean evitar complicaciones a otros hijos.

p= El Rh de la futura madre es negativo. q= La sangre del recién nacido debe analizarse inmediatamente después de cada parto r= La sangre del recién nacido es Rh positivo s= Ha de administrarse a la parturienta el suero apropiado. t= Se desea evitar complicaciones a otros hijos.

$(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow (t \rightarrow s))$

63.- O la Televisión modifica sus esquemas y renueva su programación o se producirá una huida masiva de telespectadores y veremos las calles inundadas de gente.

p= La televisión modifica sus esquemas q= La televisión renueva su programación r= Se producirá una huida masiva de telespectadores. s= Veremos las calles inundadas de gente. $(p \wedge q) \vee (r \wedge s)$

64.- Si se ganan las elecciones y nuestros representantes acceden al poder, confiaremos en ellos si y sólo si cumplen sus promesas y el poder no les corrompe.

p= Se ganan las elecciones q= Nuestros representantes acceden al poder r= Confiaremos en nuestros representantes s= Nuestros representantes cumplen sus promesas t= El poder corrompe a nuestros representantes

$(p \wedge q) \rightarrow (r \leftrightarrow (s \wedge \neg t))$

65.- Aristóteles nació en Estagira y fue tutor de Alejandro Magno. Pero si nació en Estagira fue de nacionalidad macedónica. Por tanto Aristóteles fue de nacionalidad macedónica.

p= Aristóteles nació en Estagira q= Aristóteles fue tutor de Alejandro Magno r= Aristóteles es de nacionalidad macedónica.

$[(p \wedge q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow r$

Razonamientos

66.- Sócrates: ¿Convenimos en admitir que una cosa no puede ser enseñada si no hay profesores capaces de enseñarla? Menón: Por supuesto. Sócrates: Pero ¿es que hay en lugar alguno profesores capaces de enseñar la virtud? Menón: No los hay Sócrates: ¿Puede entonces ser enseñada la virtud? Menón: No, si nuestra opinión es correcta.

p= Una cosa puede ser enseñada q= Hay profesores capaces de enseñar una cosa. r= Hay profesores capaces de enseñar la virtud s= La virtud puede ser enseñada.

$[(\neg q \rightarrow \neg p) \wedge \neg r] \rightarrow \neg s$

67.- Si continúa la investigación, surgirán nuevas evidencias. Si surgen nuevas evidencias, entonces varios dirigentes se verán implicados. Si varios dirigentes están implicados, los periódicos dejarán de hablar del caso. Si la continuación de la investigación implica que los periódicos dejen de hablar del caso, entonces, el surgimiento de nuevas evidencias implica que la investigación continúa. La investigación no continúa. Por tanto, no surgirán nuevas evidencias.

p= Continúa la investigación q= Surgen nuevas evidencias r= Varios dirigentes se verán implicados. s= Los periódicos dejarán de hablar del caso.

Premisa 1: $p \rightarrow q$ Premisa 2: $q \rightarrow r$ Premisa 3: $r \rightarrow s$ Premisa 4: $(p \rightarrow s) \rightarrow (q \rightarrow p)$ Premisa 5: $\neg p$ Conclusión: $\neg q$ (es correcto)

68.- Sócrates no cometería una mala acción. Si devuelve mal por mal, estará cometiendo una mala acción. Si rompe un acuerdo con el Estado porque ha sido injustamente condenado, está devolviendo

mal por mal. Por tanto, si el huir de la prisión significa romper un acuerdo por haber sido injustamente castigado, Sócrates no huirá de la prisión.

p= Sócrates comete una mala acción q= Sócrates devuelve mal por mal r= Sócrates rompe un acuerdo con el Estado por haber sido injustamente condenado s= Sócrates huye de la prisión.

1) $\neg p \vee q$ 2) $q \rightarrow p$ 3) $r \rightarrow q$ • Conclusión: $(s \rightarrow r) \rightarrow \neg s$

69.- Si la pena de muerte antepone la defensa de la sociedad a la conservación de la persona, entonces, si supone la destrucción total de la persona, imposibilita la corrección del penado. Imposibilita la corrección del penado sólo si es condenable éticamente. La pena de muerte antepone la defensa de la sociedad a la conservación de la persona. Por tanto, si la pena de muerte supone la destrucción total de la persona e imposibilita la corrección del penado, es condenable éticamente.

p= La pena de muerte antepone la defensa de la sociedad a la conservación de la persona. q= La pena de muerte supone la destrucción total de la persona. r= La pena de muerte imposibilita la corrección del penado. s= La pena de muerte es condenable éticamente.

1) $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ 2) $r \rightarrow s$ 3) $p \supset (q \wedge r) \rightarrow s$

70.- Si el número n es positivo, entonces n² es positivo. Si n es negativo, entonces n² es positivo. n es positivo o negativo. En consecuencia, n² es positivo.

p= El número n es positivo q= El número n² es positivo

1) $p \rightarrow q$ 2) $\neg p \rightarrow q$ 3) $p \vee \neg p \supset q$

71.- O los libros de la Biblioteca de Alejandría contienen las enseñanzas del Corán o no las contienen. Si contienen las enseñanzas del Corán son superfluos, y si son superfluos deben ser quemados. Si no contienen las enseñanzas del Corán son nocivos, y si son nocivos deben ser quemados. Por consiguiente, los libros de la Biblioteca de Alejandría deben ser quemados.

p= Los libros de la Biblioteca de Alejandría contienen las enseñanzas del Corán q= Los libros de la Biblioteca de Alejandría son superfluos r= Los libros de la Biblioteca de Alejandría deben ser quemados s= Los libros de la Biblioteca de Alejandría son nocivos

1) $p \vee \neg p$ 2) $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$ 3) $(\neg p \rightarrow s) \wedge (s \rightarrow r) \supset r$