XUNTA DE GALICIA
CONSELLERÍA DE CULTURA, EDUCACIÓN
E ORDENACIÓN UNIVERSITARIA
IES MONELOS

Rúa Montes, nº 62
15009 A Coruña
☎ 981 28 68 00 981 28 69 88
ies.monelos@edu.xunta.es
edu.xunta.es/centros/iesmonelos/

EVALUACIÓN DE LA 4ª UNIDAD

EL LENGUAJE ALGEBRAICO (3º DE LA ESO)

1.- Resuelva los siguientes ejercicios relacionados con el conocimiento e identificación de los conceptos de *monomio*, *polinomio*, *coeficiente*, *grado*, *identidad*, *ecuación*....

a) complete la siguiente tabla.

MONOMIO	COEFICIENTE	PARTE LITERAL	VARIABLES	GRADO
$-4x^3$				
$\frac{xy}{2}$				
$-z$				
$-\frac{\sqrt{3}}{2}m^2np^3$				

b) En las siguientes expresiones algebraicas, identifique los polinomios. Para las expresiones que sean polinomios, identifique su número de términos y su grado.

i) $-\frac{3}{4}x^2y+2xy$ ii) $-\frac{x}{2}+\frac{3}{4}$ iii) $3x^2+\frac{3}{x}$

iv) $-3\pi x^2y^3mp^6$ v) $3x^2+\frac{x}{3}$ vi) $-x^2yz^3+\frac{2}{3}mp^4-3h^5+27p^3-1$

c) Clasifique las siguientes expresiones algebraicas como polinomio, identidad, falsedad o ecuación. Justifique su respuesta.

i) $2(x+1)=2x+2$ ii) $-x+1=4$ iii) $3x^2-2x+5$

iv) $x+3-1=x$ v) $2x^2=2x^2+3$ vi) $3x-1=x+2x+2-3$

d) Complete la siguiente tabla.

POLINOMIO	Nº DE TÉRMINOS	GRADO	VARIABLES
$3x^4+2x-1$			
$p^3+\frac{p}{3}-5+2mn$			
$-x^2yz^3+\frac{2}{3}mp^4-3h^5+27p^3-1$			
$-\frac{3}{4}y^2+2y-7$			

a) Justifique si $x=3$ es una raíz del polinomio x^3-2x^2+x-5. De igual forma, justifique si lo es del polinomio $(x-3)(x^2-7x+2)$.

b) Justifique si $y=2$ es una raíz del polinomio y^4-3y^3+5y-2. De igual forma, justifique si lo es del polinomio $(y-2)(y^3-5y+7)$.

c) Justifique si $z=-2$ es una raíz del polinomio z^3+5z-6. De igual forma, justifique si lo es del polinomio $(z+2)(z^3-8z^2+7z-9)$.

SOLUCIÓN:

apartado a)

MONOMIO	COEFICIENTE	PARTE LITERAL	VARIABLES	GRADO
$-4x^3$	-4	x^3	x	3
$\frac{xy}{2}$	$1/2$	xy	x, y	2
$-z$	-1	z	z	1
$-\frac{\sqrt{3}}{2}m^2np^3$	$-\sqrt{3}/2$	m^2np^3	m, n, p	6

apartado b)

apartado i)

La expresión algebraica $-\frac{3}{4}x^2y + 2xy$ es un POLINOMIO (es un binomio pues tiene dos términos):

- tiene dos términos
- sus variables son x e y
- su grado es 3.

apartado ii)

La expresión algebraica $-\frac{x}{2} + \frac{3}{4}$ es un POLINOMIO (es un binomio pues tiene dos términos):

- tiene dos términos
- su variable es x
- su grado es 1.

apartado iii)

La expresión algebraica $3x^2 + \frac{3}{x}$ NO ES UN POLINOMIO pues su segundo término, $3/x$,es una fracción algebraica.

apartado iv)

La expresión algebraica $-3\pi x^2y^3mp^6$ es un MONOMIO (pues sólo tiene un término):

- tiene un término
- sus variables son x, y, m, p
- su grado es 12.

apartado v)

La expresión algebraica $3x^2 + \frac{x}{3}$ es un POLINOMIO (es un binomio pues tiene dos términos):

- tiene dos términos
- su variable es x
- su grado es 2.

apartado vi)

La expresión algebraica $-x^2yz^3 + \frac{2}{3}mp^4 - 3h^5 + 27p^3 - 1$ es un POLINOMIO (pues tiene cinco términos):

- tiene cinco términos

- sus variables son **x**, **y**, **z**, **m**, **p**, **h**
- su grado es 6.

apartado c)

apartado i)

La expresión algebraica $2(x+1)=2x+2$ es una IDENTIDAD, es decir, cualquier número real es solución.

Una resolución estándar de esta igualdad algebraica es la siguiente:

$$\underline{2(x+1)}=2x+2 \quad \Rightarrow \quad 2x+2=2x+2 \quad \Rightarrow \quad 2x-2x=2-2 \quad \Rightarrow \quad 0=0$$

La obtención de la igualdad final $0=0$ caracteriza el hecho de que estemos ante una igualdad.

apartado ii)

La expresión algebraica $-x+1=4$ es una ECUACIÓN, su única solución es $x=-3$.

apartado iii)

La expresión algebraica $3x^2-2x+5$ es un POLINOMIO de segundo grado en la variable **x**.

apartado iv)

La expresión algebraica $x+3-1=x$ es una FALSEDAD, es decir, no tiene solución.

Una resolución estándar de esta igualdad algebraica es la siguiente:

$$x+3-1=x \quad \Rightarrow \quad x-x=1-3 \quad \Rightarrow \quad 0=-2$$

La obtención de la igualdad final $0=-2$ caracteriza el hecho de que estemos ante una igualdad imposible: ningún número puede ser solución.

apartado v)

La expresión algebraica $2x^2=2x^2+3$ es una FALSEDAD, es decir, no tiene solución.

Una resolución estándar de esta igualdad algebraica es la siguiente:

$$2x^2=2x^2+3 \quad \Rightarrow \quad 2x^2-2x^2=3 \quad \Rightarrow \quad 0=3$$

La obtención de la igualdad final $0=3$ caracteriza el hecho de que estemos ante una igualdad imposible: ningún número puede ser solución.

apartado vi)

La expresión algebraica $3x-1=x+2x+2-3$ es una IDENTIDAD, es decir, cualquier número real es solución.

Una resolución estándar de esta igualdad algebraica es la siguiente:

$$3x-1=\underline{x+2x}+\underline{2-3} \quad \Rightarrow \quad 3x-1=3x-1 \quad \Rightarrow \quad 3x-3x=1-1 \quad \Rightarrow \quad 0=0$$

La obtención de la igualdad final $0=0$ caracteriza el hecho de que estemos ante una igualdad.

apartado d)

POLINOMIO	Nº DE TÉRMINOS	GRADO	VARIABLES
$3x^4+2x-1$	3	4	**x**
$p^3+\frac{p}{3}-5+2mn$	4	3	**p, m, n**
$-x^2yz^3+\frac{2}{3}mp^4-3h^5+27p^3-1$	5	6	**x, y, z, m, p, h**
$-\frac{3}{4}y^2+2y-7$	3	2	**y**

apartado e)

Para que $x = 3$ sea una raíz del polinomio $x^3 - 2x^2 + x - 5$ debemos comprobar que $x = 3$ es una solución de la ecuación $x^3 - 2x^2 + x - 5 = 0$

Comprobémoslo substituyendo el valor $x = 3$ en la expresión $x^3 - 2x^2 + x - 5$:

$$3^3 - 2\cdot 3^2 + 3 - 5 = 27 - 2\cdot 9 + 3 - 5 = 27 - 18 + 3 - 5 = 30 - 23 = 7 \neq 0$$

Por lo tanto, $x = 3$ no es una raíz del polinomio $x^3 - 2x^2 + x - 5$.

Sin embargo, $x = 3$ si es una raíz del polinomio $(x - 3)(x^2 - 7x + 2)$, porque de forma evidente se verifica la siguiente igualdad:

$$(3 - 3)\cdot(3^2 - 7\cdot 3 + 2) = 0\cdot(3^2 - 7\cdot 3 + 2) = 0$$

apartado f)

Para que $y = 2$ sea una raíz del polinomio $y^4 - 3y^3 + 5y - 2$ debemos comprobar que $y = 2$ es una solución de la ecuación $y^4 - 3y^3 + 5y - 2 = 0$

Comprobémoslo substituyendo el valor $y = 2$ en la expresión $y^4 - 3y^3 + 5y - 2$:

$$2^4 - 3\cdot 2^3 + 5\cdot 2 - 2 = 16 - 3\cdot 8 + 10 - 2 = 16 - 24 + 10 - 2 = 26 - 26 = 0$$

Por lo tanto, $y = 2$ es una raíz del polinomio $y^4 - 3y^3 + 5y - 2 = 0$.

De igual forma, $y = 2$ si es una raíz del polinomio $(y - 2)(y^3 - 5y + 7)$, porque de forma evidente se verifica la siguiente igualdad:

$$(2 - 2)\cdot(2^3 - 5\cdot 2 + 7) = 0\cdot(2^3 - 5\cdot 2 + 7) = 0$$

apartado g)

Para que $z = -2$ sea una raíz del polinomio $z^3 + 5z - 6$ debemos comprobar que $z = -2$ es una solución de la ecuación $z^3 + 5z - 6 = 0$

Comprobémoslo substituyendo el valor $z = -2$ en la expresión $z^3 + 5z - 6$:

$$(-2)^3 + 5\cdot(-2) - 6 = -8 - 10 - 6 = -24 \neq 0$$

Por lo tanto, $z = -2$ no es una raíz del polinomio $z^3 + 5z - 6$.

Sin embargo, $z = -2$ si es una raíz del polinomio $(z + 2)(z^3 - 8z^2 + 7z - 9)$, porque de forma evidente se verifica la siguiente igualdad:

$$(-2 + 2)\cdot\left((-2)^3 - 8\cdot(-2)^2 + 7\cdot(-2) - 9\right) = 0\cdot\left((-2)^3 - 8\cdot(-2)^2 + 7\cdot(-2) - 9\right) = 0$$

2.- Resuelva los siguientes ejercicios relacionados con operaciones con monomios y polinomios.

a) Dados los polinomios $A(x) = -3x^2 + 2x - 1$, $B(x) = x^3 + 3x + 1$; calcule los polinomios $2\cdot A(x) - B(x)$ y $A(x)\cdot B(x)$.

b) Efectúe las siguientes operaciones con polinomios y simplifique el resultado.

i) $(3y^2 - 2y + 1)\cdot(-2y + 3)$

ii) $\frac{3}{4}(x - 2) + \frac{1}{2}\left(\frac{x}{2} - \frac{x}{3} + \frac{1}{2}\right)$

iii) $\frac{1}{2}(x^2 - 1) + \frac{1}{3}(x - 2)(x + 3) - 2x^2$

iv) $\frac{3 + x}{2} + \frac{1}{3}(x - 1) - \frac{1}{6}(x - 3)$

v) $(3x^2 - 5x + 1)(2x + 2)$

vi) $(x^2 - 2x + 1)(x + 1)$

vii) $\dfrac{2(x+1)}{3}+\dfrac{x-1}{2}+\dfrac{1}{3}(2x-2)$

c) Extraiga factor común en los siguientes polinomios.

i) $P(x)=9x^4-6x^3+3x^2$

ii) $Q(m,n)=3m^2n^2-3m^2n+3mn^2$

iii) $R(x,y)=2x^3y^5-3x^2y^4+2x^7y^2+7x^3y^3$

iv) $H(m,n)=2mn^2-5m^3n(2n-3)$

SOLUCIÓN:

apartado a)

Comencemos calculando el polinomio $2\cdot A(x)-B(x)$.

$$2\cdot A(x)=2\cdot(-3x^2+2x-1)=-6x^2+4x-2$$

$$-B(x)=-(x^3+3x+1)=-x^3-3x-1$$

En este caso tenemos la siguiente igualdad:

$$2\cdot A(x)-B(x)=(-6x^2+4x-2)+(-x^3-3x-1)=-6x^2+4x-2-x^3-3x-1=-x^3-6x^2+x-3$$

Finalmente calculemos $A(x)\cdot B(x)$:

$$\begin{array}{rrrrrr}
 & & & -3x^2 & +2x & -1 \\
 & & x^3 & \text{——} & +3x & +1 \\
\hline
 & & & -3x^2 & +2x & -1 \\
 & & -9x^3 & +6x^2 & -3x & \\
-3x^5 & +2x^4 & -x^3 & & & \\
\hline
-3x^5 & +2x^4 & -10x^3 & +3x^2 & -x & -1
\end{array}$$

Así, hemos obtenido que $A(x)\cdot B(x)=-3x^5+2x^4-10x^3+3x^2-x-1$.

apartado b)

apartado i)

$$(3y^2-2y+1)\cdot(-2y+3)=\underline{(3y^2-2y+1)\cdot(-2y)}+\underline{(3y^2-2y+1)\cdot 3}=$$

$$-6y^3+4y^2-2y+9y^2-6y+3=-6y^3+13y^2-8y+3$$

apartado ii)

$$\underline{\frac{3}{4}(x-2)}+\underline{\frac{1}{2}\left(\frac{x}{2}-\frac{x}{3}+\frac{1}{2}\right)}=\frac{3(x-2)}{4}+\frac{x}{4}-\frac{x}{6}+\frac{1}{4}=\frac{9(x-2)}{12}+\frac{3x}{12}-\frac{2x}{12}+\frac{3}{12}=$$

$$\frac{\underline{9(x-2)}+3x-2x+3}{12}=\frac{9x-18+3x-2x+3}{12}=\frac{10x-15}{12}=\frac{10x}{12}-\frac{15}{12}=\frac{5}{6}x-\frac{5}{4}$$

apartado iii)

$$\frac{1}{2}(x^2-1)+\frac{1}{3}(x-2)(x+3)-2x^2=\frac{(x^2-1)}{2}+\frac{(x-2)(x+3)}{3}-2x^2=$$

$$\frac{3(x^2-1)}{6}+\frac{2(x-2)(x+3)}{6}-\frac{12x^2}{6}=\frac{\underline{3(x^2-1)}+2\underline{(x-2)(x+3)}-12x^2}{6}=$$

$$\frac{3x^2-3+\underline{2(x^2+3x-2x-6)}-12x^2}{6}=\frac{3x^2-3+2x^2+6x-4x-12-12x^2}{6}=\frac{-7x^2+2x-15}{6}$$

apartado iv)

$$\frac{3+x}{2}+\frac{1}{3}(x-1)-\frac{1}{6}(x-3)=\frac{(3+x)}{2}+\frac{(x-1)}{3}-\frac{(x-3)}{6}=\frac{3(3+x)}{6}+\frac{2(x-1)}{6}-\frac{(x-3)}{6}=$$

$$\frac{\underline{\underline{3(3+x)}}+\underline{\underline{2(x-1)}}\ \underline{\underline{-(x-3)}}}{6}=\frac{9+3x+2x-2-x+3}{6}=\frac{4x+10}{6}=\frac{2(2x+5)}{6}=\frac{2x+5}{3}$$

apartado v)

$$\begin{array}{rrrr}
 & 3x^2 & -5x & +1 \\
 & & 2x & +2 \\ \hline
 & +6x^2 & -10x & +2 \\
+6x^3 & -10x^2 & +2x & \\ \hline
+6x^3 & -4x^2 & -8x & +2
\end{array}$$

Por lo tanto, hemos obtenido que $(3x^2-5x+1)(2x+2)=6x^3-4x^2-8x+2$.

apartado vi)

$$\begin{array}{rrrr}
 & x^2 & -2x & +1 \\
 & & x & +1 \\ \hline
 & +x^2 & -2x & +1 \\
+x^3 & -2x^2 & +x & \\ \hline
+x^3 & -x^2 & -x & +1
\end{array}$$

Por lo tanto, hemos obtenido que $(x^2-2x+1)(x+1)=+x^3-x^2-x+1$.

apartado vii)

$$\frac{2(x+1)}{3}+\frac{x-1}{2}+\frac{1}{3}(2x-2)=\frac{2(x+1)}{3}+\frac{(x-1)}{2}+\frac{(2x-2)}{3}=$$

$$\frac{4(x+1)}{6}+\frac{3(x-1)}{6}+\frac{2(2x-2)}{6}=\frac{\underline{\underline{4(x+1)}}+\underline{\underline{3(x-1)}}+\underline{\underline{2(2x-2)}}}{6}=$$

$$\frac{4x+4+3x-3+4x-4}{6}=\frac{11x-3}{6}=\frac{11}{6}x-\frac{3}{6}=\frac{11}{6}x-\frac{1}{2}$$

apartado c)

apartado i)

$P(x)=9x^4-6x^3+3x^2=3x^2(3x^2-2x+1)$

apartado ii)

$Q(m,n)=3m^2n^2-3m^2n+3mn^2=3mn(mn-m+n)$

apartado iii)

$R(x,y)=2x^3y^5-3x^2y^4+2x^7y^2+7x^3y^3=x^2y^2(2xy^3-3y^2+2x^5+7xy)$

apartado iv)

$H(m,n)=2mn^2-5m^3n(2n-3)=mn\left(2n-5m^2(2n-3)\right)$

3.- Resuelva los siguientes ejercicios relacionados con la aplicación de los productos notables para el desarrollo de expresiones algebraicas.

a) Obtenga la expresión de los siguientes productos notables.

i) $(x^2-3)\cdot(x^2+3)$ ii) $(2y^3-5)^2$

iii) $(2y^2+1)\cdot(2y^2-1)$ iv) $(3pq^2+2)^2$

b) Halle el valor de a para que las expresiones $(2x+a)(2x-a)$ y $4x^2-9$ sean iguales.

c) Halle el valor de m para que las expresiones $(2y-m)(2y+m)+10$ y $4y^2-26$ sean iguales.

d) Halle el valor de k para que las expresiones $(k-5z)(k+5z)-4$ y $12-25z^2$ sean iguales.

e) Reduzca las siguientes expresiones empleando los productos notables.

i) $(x+3)^2-(x+3)(x-3)$ ii) $x(3x-2)-(3x-2)(3x+2)$

iii) $(y+5)^2-(y-5)^2$ iv) $(2x+3)(2x-3)-2(2x^2-1)$

v) $(5p-1)^2-(5p+1)(5p-1)$ vi) $(m+7)^2-m(m+14)$

vii) $(y+6)(y-6)-(y-6)^2$ viii) $(3h+1)^2-3h(h+2)$

ix) $(a-2)^2-(a+2)^2$ x) $(b+1)^2-(b-1)^2$

f) Obtenga sin calculadora el valor de 1595^2-1599^2.

g) Obtenga sin calculadora el valor de 3515^2-3513^2.

h) Identifique las siguientes expresiones como productos notables.

i) $4x^2-12x+9$ ii) $16-\dfrac{y^2}{9}$ iii) $25z^2+20z+4$

iv) $\dfrac{m^2}{4}-16$ v) $9p^2+42p+49$ vi) $\dfrac{9h^2}{4}-25$

vii) $4p^2-\dfrac{1}{36}$ viii) $36v^2+36v+9$ ix) $64a^2-32a+4$

x) $\dfrac{1}{4}-\dfrac{b^2}{64}$ xi) $9h^2-30h+25$ xii) $\dfrac{16}{25}-\dfrac{9k^2}{4}$

SOLUCIÓN:

apartado a)

apartado i)

$$(x^2-3)\cdot(x^2+3)=(x^2)^2-3^2=x^4-9$$

apartado ii)

$$(2y^3-5)^2=(2y^3)^2-2\cdot(2y^3)\cdot5+5^2=4y^6-20y^3+25$$

apartado iii)

$$(2y^2+1)\cdot(2y^2-1)=(2y^2)^2-1^2=4y^4-1$$

apartado iv)

$$(3pq^2+2)^2=(3pq^2)^2+2\cdot(3pq^2)\cdot2+2^2=9p^2q^4+12pq^2+4$$

apartado b)

Calculemos la expresión del primer término $(2x+a)(2x-a)$:

$$(2x+a)(2x-a)=(2x)^2-a^2=4x^2-a^2$$

Por lo tanto debemos garantizar la igualdad $4x^2-a^2=4x^2-9$

Resolvamos esta igualdad:

$$\cancel{4x^2}-a^2=\cancel{4x^2}-9 \quad\Rightarrow\quad -a^2=-9 \quad\Rightarrow\quad a^2=9 \quad\Rightarrow\quad a=\pm\sqrt{9}=\pm 3$$

En este caso, debe tenerse que $a=\pm 3$

apartado c)

Calculemos la expresión de la expresión del primer término $(2y-m)(2y+m)+10$:

$$\underline{(2y-m)(2y+m)}+10=\underline{(2y)^2}-m^2+10=4y^2-m^2+10$$

Por lo tanto debemos garantizar la igualdad $4y^2-m^2+10=4y^2-26$

Resolvamos esta igualdad:

$$\cancel{4y^2}-m^2+10=\cancel{4y^2}-26 \quad\Rightarrow\quad -m^2=\underline{-26-10} \quad\Rightarrow\quad -m^2=-36 \quad\Rightarrow\quad m^2=36 \quad\Rightarrow$$

$$m=\pm\sqrt{36}=\pm 6$$

En este caso, debe tenerse que $m=\pm 6$

apartado d)

Calculemos la expresión de la expresión del primer término $(k-5z)(k+5z)-4$:

$$\underline{(k-5z)(k+5z)}-4=k^2-\underline{(5z)^2}+3=k^2-25z^2-4$$

Por lo tanto debemos garantizar la igualdad $k^2-25z^2-4=12-25z^2$

Resolvamos esta igualdad:

$$k^2\cancel{-25z^2}-4=12\cancel{-25z^2} \quad\Rightarrow\quad k^2=\underline{12+4} \quad\Rightarrow\quad k^2=16 \quad\Rightarrow\quad k=\pm\sqrt{16}=\pm 4$$

En este caso, debe tenerse que $k=\pm 4$

apartado e)

apartado i)

$$\underline{(x+3)^2}-\underline{(x+3)(x-3)}=(x^2+2\cdot x\cdot 3+3^2)-(x^2-3^2)=\underline{(x^2+6x+9)}\ -\ \underline{(x^2-9)}=$$

$$\cancel{x^2}+6x+9\cancel{-x^2}+9=6x+18$$

apartado ii)

$$\underline{x(3x-2)}-\underline{(3x-2)(3x+2)}=(3x^2-2x)-\left((3x)^2-2^2\right)=\underline{(3x^2-2x)}-\underline{(9x^2-4)}=$$

$$3x^2-2x-9x^2+4=-6x^2-2x+4$$

apartado iii)

$$\underline{(y+5)^2}-\underline{(y-5)^2}=\underline{(y^2+2\cdot y\cdot 5+5^2)}-\underline{(y^2-2\cdot y\cdot 5+5^2)}=\underline{(y^2+10y+25)}\ -\ \underline{(y^2-10y+25)}$$

$$\cancel{y^2}+10y\cancel{+25}\cancel{-y^2}+10y\cancel{-25}=10y+10y=20y$$

apartado iv)

$$\underline{(2x+3)(2x-3)}\ \underline{-2(2x^2-1)} = \left(\underline{(2x)^2-2\cdot 2x\cdot 3-3^2}\right) - 4x^2+2 = \cancel{4x^2}-12x+9\cancel{-4x^2}+2 =$$

$$-12x\ \underline{+9+2} = -12x+11$$

apartado v)

$$\underline{(5p-1)^2}-\underline{(5p+1)(5p-1)} = \left(\underline{(5p)^2-2\cdot 5p\cdot 1+1^2}\right)-\left(\underline{(5p)^2-1^2}\right) =$$

$$\underline{(25p^2-10p+1)}\ \underline{-(25p^2-1)} = \cancel{25p^2}-10p+1\cancel{-25p^2}+1 = -10p\underline{+1+1} = -10p+2$$

apartado vi)

$$\underline{(m+7)^2}\ \underline{-m(m+14)} = \left(\underline{m^2+2\cdot m\cdot 7+7^2}\right)-m^2-14m = \underline{(m^2+14m+49)}-m^2-14m =$$

$$\cancel{m^2}\ \cancel{+14m}+49\cancel{-m^2}\ \cancel{-14m} = 49$$

apartado vii)

$$\underline{(y+6)(y-6)}-\underline{(y-6)^2} = \left(\underline{y^2-6^2}\right)-\left(\underline{y^2-2\cdot y\cdot 6+6^2}\right) = \underline{(y^2-36)}\ \underline{-(y^2-12y+36)} =$$

$$\cancel{y^2}-36\cancel{-y^2}+12y-36 = 12y\underline{-36-36} = 12y-72$$

apartado viii)

$$\underline{(3h+1)^2}\ \underline{-3h(h+2)} = \left(\underline{(3h)^2+2\cdot 3h\cdot 1+1^2}\right)-3h^2-6h = \underline{(3h^2+6h+1)}-3h^2-6h =$$

$$\cancel{3h^2}\ \cancel{+6h}+1\cancel{-3h^2}\ \cancel{-6h} = 1$$

apartado ix)

$$\underline{(a-2)^2}-\underline{(a+2)^2} = \left(\underline{a^2-2\cdot a\cdot 2+2^2}\right)-\left(\underline{a^2+2\cdot a\cdot 2+2^2}\right) = \underline{(a^2-4a+4)}-\underline{(a^2+4a+4)} =$$

$$\cancel{a^2}-4a\cancel{+4}\cancel{-a^2}-4a\cancel{-4} = \underline{-4a-4a} = -8a$$

apartado x)

$$\underline{(b+1)^2}-\underline{(b-1)^2} = \left(\underline{b^2+2\cdot b\cdot 1+1^2}\right)-\left(\underline{b^2-2\cdot b\cdot 1+1^2}\right) = \underline{(b^2+2b+1)}-\underline{(b^2-2b+1)} =$$

$$\cancel{b^2}+2b\cancel{+1}\cancel{-b^2}+2b\cancel{-1} = \underline{+2b+2b} = 4b$$

apartado f)

Teniendo en cuenta que $1599 = 1600 - 1$ y que $1595 = 1600 - 5$, tenemos la siguiente igualdad:

$$1595^2 - 1599^2 = (1600 - 5)^2 - (1600 - 1)^2$$

Desarrollemos esta expresión empleando las fórmulas de los productos notables:

$$1595^2 - 1599^2 = \underline{(1600 - 5)^2} - \underline{(1600 - 1)^2} = (\underline{1600^2 - 2 \cdot 1600 \cdot 5 + 5^2}) - (\underline{1600^2 - 2 \cdot 1600 \cdot 1 + 1^2}) =$$

$$\underline{(1600^2 - 16000 + 25)}\ \underline{-(1600^2 - 3200 + 1)}$$

$$\cancel{1600^2} - 16000 + 25 - \cancel{1600^2} + 3200 - 1 = \underline{-16000 + 3200}\ \underline{+25 - 1} =$$

$$-12800 + 24 = -12776$$

apartado g)

Teniendo en cuenta que $3513 = 3515 - 2$, tenemos la siguiente igualdad:

$$3515^2 - 3513^2 = 3515^2 - (3513 - 2)^2$$

Desarrollemos esta expresión empleando las fórmulas de los productos notables:

$$3515^2 - 3513^2 = 3515^2 - \underline{(3515 - 2)^2} = 3515^2 - (\underline{3515^2 - 2 \cdot 3515 \cdot 2 + 2^2}) =$$

$$3515^2 - \underline{(3515^2 - 4 \cdot 3515 + 4)} = \cancel{3515^2} - \cancel{3515^2} + 4 \cdot 3515 - 4 = 4 \cdot 3515 - 4 =$$

$$4 \cdot (3000 + 500 + 15) - 4 == 4 \cdot 3000 + 4 \cdot 500 + 4 \cdot 15 - 4 =$$

$$12000 + 2000 + 60 - 4 = 14000 + 56 = 14056$$

apartado h)

apartado i)

$$4x^2 - 12x + 9 = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 = (2x - 3)^2$$

apartado ii)

$$16 - \frac{y^2}{9} = 4^2 - \left(\frac{y}{3}\right)^2 = (4 - y/3)(4 + y/3)$$

apartado iii)

$$25z^2 + 20z + 4 = (5z)^2 + 2 \cdot 5z \cdot 2 + 2^2 = (5z + 2)^2$$

apartado iv)

$$\frac{m^2}{4} - 16 = \left(\frac{m}{2}\right)^2 - 4^2 = (m/2 + 4)(m/2 - 4)$$

apartado v)

$$9p^2 + 42p + 49 = (3p)^2 + 2 \cdot 3p \cdot 7 + 7^2 = (3p + 7)^2$$

apartado vi)

$$\frac{9h^2}{4} - 25 = \left(\frac{3h}{2}\right)^2 - 5^2 = (3h/2 + 5)(3h/2 - 5)$$

apartado vii)

$$4p^2 - \frac{1}{36} = (2p)^2 - \left(\frac{1}{6}\right)^2 = (2p + 1/6)(2p - 1/6)$$

apartado viii)

$$36v^2 + 36v + 9 = (6v)^2 + 2\cdot 6v\cdot 3 + 3^2 = (6v+3)^2$$

apartado ix)

$$64a^2 - 32a + 4 = (8a)^2 - 2\cdot 8a\cdot 3 + 2^2 = (8a-2)^2$$

apartado x)

$$\frac{1}{4} - \frac{b^2}{64} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{8}\right)^2 = (1/2 + b/8)(1/2 - b/8)$$

apartado xi)

$$9h^2 - 30h + 25 = (3h)^2 - 2\cdot 3h\cdot 5 + 5^2 = (3h-5)^2$$

apartado xii)

$$\frac{16}{25} - \frac{9k^2}{4} = \left(\frac{4}{5}\right)^2 - \left(\frac{3k}{2}\right)^2 = (4/5 + 3k/2)(4/5 - 3k/2)$$

4.- Resuelva los siguientes ejercicios relacionados con operaciones y simplificación de fracciones algebraicas.

a) Opere y simplifique.

i) $-\dfrac{1}{x^2} + \dfrac{5}{x} - \dfrac{2}{3x}$

ii) $\dfrac{3(a-6)}{6a^2} \cdot \dfrac{2a}{a-6}$

iii) $\dfrac{y-1}{y+1} + \dfrac{2y}{3(y+1)}$

iv) $\dfrac{b+1}{2b} : \dfrac{b+1}{b^2}$

v) $\dfrac{2}{m} + \dfrac{m+1}{m^2} - \dfrac{1}{2m}$

vi) $\dfrac{2x}{3y} \cdot \dfrac{3y}{2x^2}$

vii) $\dfrac{k-1}{k+1} - \dfrac{2}{k}$

viii) $\dfrac{a^2}{3b} \cdot \dfrac{b}{5a^2}$

ix) $\dfrac{2}{h-1} + \dfrac{3h}{h-1} - \dfrac{2}{h}$

x) $\dfrac{v-2}{v+2} : \dfrac{2v}{v+2}$

b) Obtenga la fracción inversa de $\dfrac{3x}{x+2}$.

c) Obtenga la fracción inversa de $\dfrac{2y}{y-3}$.

d) Explicite el valor numérico que se obtiene al multiplicar una fracción algebraica por su inversa. Compruébelo con las fracciones algebraicas de los dos apartados anteriores y sus respectivas inversas.

SOLUCIÓN:

apartado a)

apartado i)

En la expresión $-\frac{1}{x^2}+\frac{5}{x}-\frac{2}{3x}$ el denominador común es $3x^2$.

$$-\frac{1}{x^2}+\frac{5}{x}-\frac{2}{3x}=-\frac{3}{3x^2}+\frac{3x\cdot 5}{3x^2}-\frac{x\cdot 2}{3x^2}=-\frac{3}{3x^2}+\frac{15x}{3x^2}-\frac{2x}{3x^2}=$$

$$\frac{-3+15x-2x}{3x^2}=\frac{13x-3}{3x^2}$$

apartado ii)

$$\frac{3(a-6)}{6a^2}\cdot\frac{2a}{a-6}=\frac{3\cancel{(a-6)}\cdot 2a}{6a^2\cdot\cancel{(a-6)}}=\frac{3\cdot 2a}{6a^2}=\frac{\cancel{6}\cdot a}{\cancel{6}\cdot a^2}=\frac{1}{a}$$

apartado iii)

En la expresión $\frac{y-1}{y+1}+\frac{2y}{3(y+1)}$ el denominador común es $3(y+1)$.

$$\frac{(y-1)}{y+1}+\frac{2y}{3(y+1)}=\frac{3(y-1)}{3(y+1)}+\frac{2y}{3(y+1)}=\frac{3(y-1)+2y}{3(y+1)}=\frac{3y-3+2y}{3(y+1)}=\frac{5y-3}{3(y+1)}$$

apartado iv)

$$\frac{b+1}{2b}:\frac{b+1}{b^2}=\frac{\cancel{(b+1)}\cdot b^2}{2b\cdot\cancel{(b+1)}}=\frac{b^2}{2\cdot b}=\frac{b}{2}$$

apartado v)

En la expresión $\frac{2}{m}+\frac{m+1}{m^2}-\frac{1}{2m}$ el denominador común es $2m^2$.

$$\frac{2}{m}+\frac{(m+1)}{m^2}-\frac{1}{2m}=\frac{2m\cdot 2}{2m^2}+\frac{2(m+1)}{2m^2}-\frac{m\cdot 1}{2m^2}=\frac{4m}{2m^2}+\frac{2(m+1)}{2m^2}-\frac{m}{2m^2}=$$

$$\frac{4m+2(m+1)-m}{2m^2}=\frac{4m+2m+2-m}{2m^2}=\frac{5m+2}{2m^2}$$

apartado vi)

$$\frac{2x}{3y}\cdot\frac{3y}{2x^2}=\frac{2x\cdot\cancel{3y}}{\cancel{3y}\cdot 2x^2}=\frac{\cancel{2}\cdot x}{\cancel{2}\cdot x^2}=\frac{1}{x}$$

apartado vii)

En la expresión $\frac{k-1}{k+1}-\frac{2}{k}$ el denominador común es $k(k+1)$.

$$\frac{(k-1)}{k+1}-\frac{2}{k}=\frac{k(k-1)}{k(k+1)}-\frac{2(k+1)}{k(k+1)}=\frac{k(k-1)-2(k+1)}{k(k+1)}=$$

$$\frac{k^2-k-2k-2}{k(k+1)}=\frac{k^2-3k-2}{k(k+1)}$$

apartado viii)

$$\frac{a^2}{3\,b}\cdot\frac{b}{5\,a^2}=\frac{\cancel{a^2}\cdot\cancel{b}}{3\,\cancel{b}\cdot 5\,\cancel{a^2}}==\frac{1}{15}$$

apartado ix)

En la expresión $\frac{2}{h-1}+\frac{3\,h}{h-1}-\frac{2}{h}$ el denominador común es $h\,(h-1)$.

$$\frac{2}{h-1}+\frac{3\,h}{h-1}-\frac{2}{h}=\frac{2\cdot h}{h\,(h-1)}+\frac{3\,h\cdot h}{h\,(h-1)}-\frac{2\cdot(h-1)}{h\,(h-1)}=$$

$$\frac{2\,h}{h\,(h-1)}+\frac{3\,h^2}{h\,(h-1)}-\frac{2\,(h-1)}{h\,(h-1)}=\frac{2\,h+3\,h^2-2\,(h-1)}{h\,(h-1)}=\frac{\cancel{2h}+3\,h^2-\cancel{2h}+2}{h\,(h-1)}=\frac{3\,h^2+2}{h\,(h-1)}$$

apartado x)

$$\frac{v-2}{v+2}:\frac{2\,v}{v+2}=\frac{(v-2)\cdot\cancel{(v+2)}}{\cancel{(v+2)}\cdot 2\,v}=\frac{v-2}{2\,v}$$

apartado b)

La fracción inversa de $\frac{3\,x}{x+2}$ es $\frac{x+2}{3\,x}$.

apartado c)

La fracción inversa de $\frac{2\,y}{y-3}$ es $\frac{y-3}{2\,y}$.

apartado d)

El valor numérico que se obtiene al multiplicar una fracción algebraica por su inversa **ES SIEMPRE 1**.

Es decir, si una fracción algebraica tiene la expresión P/Q, donde P y Q son polinomios; su fracción algebraica inversa es Q/P. En este caso, el producto de ambas fracciones determina el valor siguiente:

$$\frac{P}{Q}\cdot\frac{Q}{P}=\frac{\cancel{P}\cdot\cancel{Q}}{\cancel{Q}\cdot\cancel{P}}=\frac{1}{1}=1$$

Veámoslo con los ejemplos de los dos apartados anteriores:

- La fracción inversa de $\frac{3\,x}{x+2}$ es $\frac{x+2}{3\,x}$: $\frac{3\,x}{x+2}\cdot\frac{x+2}{3\,x}=\frac{\cancel{3x}\cdot\cancel{(x+2)}}{\cancel{(x+2)}\cdot\cancel{3x}}=\frac{1}{1}=1$
- La fracción inversa de $\frac{2\,y}{y-3}$ es $\frac{y-3}{2\,y}$: $\frac{2\,y}{y-3}\cdot\frac{y-3}{2\,y}=\frac{\cancel{2y}\cdot\cancel{(y-3)}}{\cancel{(y-3)}\cdot\cancel{2y}}=\frac{1}{1}=1$

5.- Resuelva los siguientes ejercicios relacionados con la simplificación de fracciones algebraicas.

a) Simplifique las siguientes fracciones algebraicas.

i) $\frac{x^2-1}{x^2+x}$ ii) $\frac{a^2+2\,a+1}{a+1}$ iii) $\frac{y^2+2\,y+1}{y^2-1}$

iv) $\frac{b^2-1}{b+1}$ v) $\frac{m^2+2\,m}{m^2+4\,m+4}$ vi) $\frac{k^2-4\,k+4}{k-2}$

vii) $\frac{h^2+6\,h+9}{h^2-9}$ viii) $\frac{p^2-4}{p+2}$ ix) $\frac{x^2-4}{x^2-4\,x+4}$

x) $\frac{z^2+2\,z+1}{z+1}$

a) Opere y simplifique.

i) $\dfrac{2}{x}+\left(\dfrac{1-x}{3x}+\dfrac{2x+2}{x}:\dfrac{x+1}{x^2}\right)$

ii) $\dfrac{y^2+2y+1}{y+1}:\dfrac{3y+3}{y}-\dfrac{y+2}{y}$

iii) $\dfrac{z(z-1)^2}{z^2}-\dfrac{(z+1)^2}{z}$

iv) $\dfrac{k^2-8k+16}{2k-8}+\dfrac{k^3+10k^2+25k}{k^2-25}$

v) $\dfrac{p^2-4p+4}{3p-6}+\dfrac{p^3-p}{p^2+2p+1}$

vi) $\dfrac{b^2}{2b+2}-\left(\dfrac{3b}{b+1}+\dfrac{b}{2}:\dfrac{b+1}{b-1}\right)$

SOLUCIÓN:

apartado a)

apartado i)

$$\frac{x^2-1}{x^2+x}=\frac{\cancel{(x+1)}(x-1)}{x\,\cancel{(x+1)}}=\frac{x-1}{x}$$

apartado ii)

$$\frac{a^2+2a+1}{a+1}=\frac{(a+1)^{\cancel{2}}}{\cancel{a+1}}=\frac{a+1}{1}=a+1$$

apartado iii)

$$\frac{y^2+2y+1}{y^2-1}=\frac{(y+1)^{\cancel{2}}}{\cancel{(y+1)}(y-1)}=\frac{y+1}{y-1}$$

apartado iv)

$$\frac{b^2-1}{b+1}=\frac{\cancel{(b+1)}(b-1)}{\cancel{(b+1)}}=\frac{b-1}{1}=b-1$$

apartado v)

$$\frac{m^2+2m}{m^2+4m+4}=\frac{m\,\cancel{(m+2)}}{(m+2)^{\cancel{2}}}=\frac{m}{m+2}$$

apartado vi)

$$\frac{k^2-4k+4}{k-2}=\frac{(k-2)^{\cancel{2}}}{\cancel{k-2}}=\frac{k-2}{1}=k-2$$

apartado vii)

$$\frac{h^2+6h+9}{h^2-9}=\frac{(h+3)^{\cancel{2}}}{\cancel{(h+3)}(h-3)}=\frac{h+3}{h-3}$$

apartado viii)

$$\frac{p^2-4}{p+2}=\frac{\cancel{(p+2)}(p-2)}{\cancel{(p+2)}}=\frac{p-2}{1}=p-2$$

apartado ix)

$$\frac{x^2-4}{x^2-4x+4}=\frac{(x+2)\cancel{(x-2)}}{(x-2)^{\cancel{2}}}=\frac{x+2}{x-2}$$

apartado x)

$$\frac{z^2+2z+1}{z+1}=\frac{(z+1)^{\cancel{2}}}{\cancel{z+1}}=\frac{z+1}{1}=z+1$$

apartado b)

apartado i)

La primera operación que debemos realizar es $\dfrac{2x+2}{x}:\dfrac{x+1}{x^2}$:

$$\frac{2x+2}{x}:\frac{x+1}{x^2}=\frac{(2x+2)\cdot x^{\cancel{2}}}{\cancel{x}\cdot(x+1)}=\frac{(2x+2)\cdot x}{x+1}=\frac{2\,\cancel{(x+1)}\cdot x}{\cancel{x+1}}=\frac{2x}{1}=2x$$

En este caso tenemos:

$$\frac{2}{x}+\left(\frac{1-x}{3x}+\frac{2x+2}{x}:\frac{x+1}{x^2}\right)=\frac{2}{x}+\left(\frac{1-x}{3x}+\frac{2}{x}\right)=\frac{2}{x}+\frac{1-x}{3x}+\frac{2}{x}$$

En esta última expresión el denominador común es $3x$:

$$\frac{2}{x}+\frac{(1-x)}{3x}+\frac{2}{x}=\frac{2\cdot 3}{3x}+\frac{(1-x)}{3x}+\frac{2\cdot 3}{3x}=\frac{6}{3x}+\frac{(1-x)}{3x}+\frac{6}{3x}=\frac{6+(1-x)+6}{3x}=\frac{13-x}{3x}$$

apartado ii)

La primera operación que debemos realizar es $\dfrac{y^2+2y+1}{y+1}:\dfrac{3y+3}{y}$:

$$\frac{y^2+2y+1}{y+1}:\frac{3y+3}{y}=\frac{(y+1)^2}{y+1}:\frac{3(y+1)}{y}=\frac{(y+1)^2\cdot y}{(y+1)\cdot 3(y+1)}=\frac{\cancel{(y+1)^2}\cdot y}{3\,\cancel{(y+1)^2}}=\frac{y}{3}$$

En este caso tenemos:

$$\frac{y^2+2y+1}{y+1}:\frac{3y+3}{y}-\frac{y+2}{y}=\frac{y}{3}-\frac{y+2}{y}$$

En esta última expresión el denominador común es $3y$:

$$\frac{y}{3}-\frac{(y+2)}{y}=\frac{y\cdot y}{3y}-\frac{3(y+2)}{3y}=\frac{y^2}{3y}-\frac{3(y+2)}{3y}=\frac{y^2-3(y+2)}{3y}=\frac{y^2-3y+6}{3y}$$

apartado iii)

Comenzamos simplificando la fracción que aparece como primer término de la expresión: $\dfrac{z(z-1)^2}{z^2}$.

$$\frac{\cancel{z}(z-1)^2}{z^{\cancel{2}}}=\frac{(z-1)^2}{z}$$

Por lo tanto obtenemos la siguiente igualdad:

$$\frac{z(z-1)^2}{z^2}-\frac{(z+1)^2}{z}=\frac{(z-1)^2}{z}-\frac{(z+1)^2}{z}=\frac{\underline{(z-1)^2}-\underline{(z+1)^2}}{z}=$$

$$\frac{\underline{(z^2-2\cdot z\cdot 1+1^2)}-\underline{(z^2+2\cdot z\cdot 1+1^2)}}{z}=\frac{\underline{(z^2-2z+1)}\;-\underline{(z^2+2z+1)}}{z}=\frac{\cancel{z^2}-2z\cancel{+1}\cancel{-z^2}-2z\cancel{-1}}{z}=$$

$$\frac{-2z-2z}{z}=\frac{-4\cancel{z}}{\cancel{z}}=-4$$

apartado iv)

Comenzamos simplificando las dos fracciones que aparece como primer y segundo términos de la expresión:

$$\frac{k^2-8k+16}{2k-8}=\frac{(k-4)^{\cancel{2}}}{2\,\cancel{(k-4)}}=\frac{k-4}{2}$$

$$\frac{k^3+10k^2+25k}{k^2-25}=\frac{k(k^2+10k+25)}{(k+5)(k-5)}=\frac{k(k+5)^{\cancel{2}}}{\cancel{(k+5)}(k-5)}=\frac{k}{k-5}$$

Por lo tanto obtenemos la siguiente igualdad:

$$\frac{k^2-8k+16}{2k-8}+\frac{k^3+10k^2+25k}{k^2-25}=\frac{k-4}{2}+\frac{k}{k-5}$$

Para esta última expresión el denominador común es $2(k-5)$.

$$\frac{(k-4)}{2}+\frac{k}{k-5}=\frac{(k-5)\cdot(k-4)}{2(k-5)}+\frac{k\cdot 2}{2(k-5)}=\frac{\underline{(k-5)(k-4)}+2k}{2(k-5)}=$$

$$\frac{k^2\underline{-4k-5k}+20+\underline{2k}}{2(k-5)}=\frac{k^2-7k+20}{2(k-5)}$$

apartado v)

Comenzamos simplificando las dos fracciones que aparece como primer y segundo términos de la expresión:

$$\frac{p^2-4p+4}{3p-6}=\frac{(p-2)^{\cancel{2}}}{3\,\cancel{(p-2)}}=\frac{p-2}{3}$$

$$\frac{p^3-p}{p^2+2p+1}=\frac{p(p^2-1)}{(p+1)^2}=\frac{p\,\cancel{(p+1)}(p-1)}{(p+1)^{\cancel{2}}}=\frac{p(p-1)}{(p+1)}$$

Por lo tanto obtenemos la siguiente igualdad:

$$\frac{p^2-4p+4}{3p-6}+\frac{p^3-p}{p^2+2p+1}=\frac{p-2}{3}+\frac{p(p-1)}{p+1}$$

Para esta última expresión el denominador común es $3(p+1)$.

$$\frac{p-2}{3}+\frac{p(p-1)}{p+1}=\frac{(p-2)\cdot(p+1)}{3(p+1)}+\frac{3p(p-1)}{3(p+1)}=\frac{\underline{(p-2)(p+1)}+\underline{3p(p-1)}}{3(p+1)}=$$

$$\frac{\underline{p^2}+p-2p-2+\underline{3p^2}-3p}{3(p+1)}=\frac{4p^2+p-2p-3p-2}{3(p+1)}=\frac{4p^2-4p-2}{3(p+1)}=\frac{2(2p^2-2p-1)}{3(p+1)}$$

apartado vi)

La primera operación que debemos realizar es $\frac{b}{2}:\frac{b+1}{b-1}$:

$$\frac{b}{2}:\frac{b+1}{b-1}=\frac{b(b-1)}{2(b+1)}$$

Así obtenemos la siguiente expresión:

$$\frac{b^2}{\underline{2b+2}}-\left(\frac{3b}{b+1}+\frac{b(b-1)}{2(b+1)}\right)=\frac{b^2}{2(b+1)}-\underline{\left(\frac{3b}{b+1}+\frac{b(b-1)}{2(b+1)}\right)}=$$

$$\frac{b^2}{2(b+1)}-\frac{3b}{b+1}-\frac{b(b-1)}{2(b+1)}$$

Para esta última expresión el denominador común es $2(b+1)$:

$$\frac{b^2}{2(b+1)}-\frac{3b}{b+1}-\frac{b(b-1)}{2(b+1)}=\frac{b^2}{2(b+1)}-\frac{\underline{3b\cdot 2}}{2(b+1)}-\frac{b(b-1)}{2(b+1)}=$$

$$\frac{b^2-6b-\underline{b(b-1)}}{2(b+1)}=\frac{\cancel{b^2}-6b-\cancel{b^2}+b}{2(b+1)}=\frac{\underline{-6b+b}}{2(b+1)}=\frac{-5b}{2(b+1)}=-\frac{5}{2}\,\frac{b}{b+1}$$

6.- Traduzca a lenguaje algebraico las siguientes relaciones.

a) El triple de sumar un número con su inverso.

b) El doble de la edad que tendré dentro de cinco años.

c) El quíntuplo del área de un cuadrado de lado x.

d) El área de un triángulo del que se sabe que su base es la mitad que su altura.

e) El 30% de un número.

f) El área de un rectángulo de base 3 centímetros y altura desconocida.

g) El perímetro de un rectángulo de base 5 decímetros y altura desconocida.

h) El doble del resultado de sumarle a un número entero su siguiente.

i) La suma de un número con el doble de otro.

j) El precio de una camisa rebajado un 20%.

k) El área de un círculo de radio desconocido.

l) La suma de tres números enteros consecutivos.

m) La cuarta parte de un número entero más el cuadrado de su siguiente.

n) El perímetro de un triángulo isósceles del que sabemos que su lado desigual mide 4 metros menos que cada uno de los otros dos lados iguales.

o) La diagonal de un cuadrado de lado desconocido.

p) El doble de la edad que tenía hace siete años.

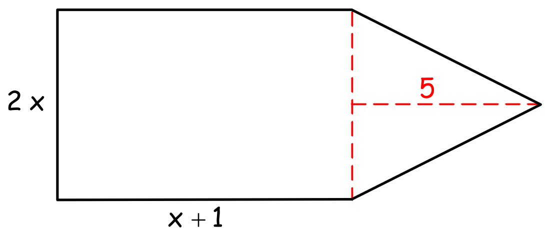
q) La mitad del resultado de sumarle 3 a un número.

r) La tercera parte del área de un rectángulo en el que la base mide el doble que la altura.

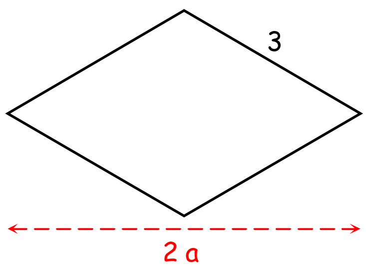
s) El cuadrado de la suma de dos números enteros consecutivos.

t) La media de un número y su cuádruplo.

u) El área y el perímetro de la siguiente figura.



v) El área del siguiente rombo.



SOLUCIÓN:

apartado a)

Si un número real tiene inverso, no puede ser el cero.

Denoto por x al número, en este caso, su inverso es $\frac{1}{x}$.

Por lo tanto, el triple de sumar un número con su inverso tiene la expresión algebraica $3\left(x+\frac{1}{x}\right)$.

apartado b)

Denoto por x mi edad actual, en este caso, dentro de cinco años mi edad será $x+5$.

Por lo tanto, el doble de la edad que tendré dentro de cinco años tiene la expresión algebraica $2(x+5)$.

apartado c)

Si se denota por x a la longitud de un lado del cuadrado, su área tiene la expresión x^2.

Por lo tanto, el quíntuplo del área de este cuadrado tiene la expresión algebraica $5x^2$.

apartado d)

Si se denota por x a la altura del triángulo, su base toma la expresión $\frac{x}{2}$ (pues mide la mitad que la altura).

Por lo tanto, el área de este triángulo tiene la expresión algebraica $x\cdot\frac{x}{2}=\frac{1}{2}x^2$.

apartado e)

Si se denota por x al número, el 30% de este número tiene la expresión algebraica $x\cdot\frac{30}{100}=\frac{3}{10}x$.

apartado f)

Si se denota por x a la altura, en centímetros, del rectángulo, como su base mide 3 centímetros, su área tiene la expresión algebraica $3x$ centímetros cuadrados.

apartado g)

Si se denota por x a la altura, en decímetros, del rectángulo, como su base mide 5 decímetros, su perímetro tiene la expresión algebraica $2\cdot5+2x=10+2x$ decímetros.

apartado h)

Si se denota por x al número entero, su siguiente tiene la expresión algebraica $x+1$.

Por lo tanto, el doble de sumarle al número su siguiente tiene la siguiente expresión algebraica:

$$2(x+(x+1))=2(x+x+1)=2(2x+1)=4x+2$$

apartado i)

Si se denota por a al primer número y se denota por b al segundo número, la suma del primer número con el doble del segundo tiene la expresión algebraica $a+2b$.

apartado j)

Si se denota por x al primer de la camiseta antes de la rebaja, como la rebaja es del 20%, su precio, posterior a la rebaja será el 80% de su valor anterior.

Por lo tanto, el precio de la camiseta rebajada un 20% tiene la expresión algebraica $x\cdot\frac{80}{100}=\frac{4}{5}x$:

apartado k)

Si se denota por x a la medida del radio del círculo, su área tiene la expresión algebraica $\pi\cdot x^2$.

apartado l)

Si se denota por x al número entero menor, su siguiente tiene la expresión algebraica $x+1$ y el mayor (siguiente del segundo) tiene la expresión algebraica $(x+1)+1=x+2$.

Por lo tanto, la suma de estos tres números enteros consecutivos tiene la siguiente expresión algebraica:

$$x+(x+1)+(x+2)=x+x+1+x+2=2x+3$$

apartado m)

Si se denota por x al número entero menor, su cuarta parte tiene la expresión algebraica $x/4$; y su siguiente tiene la expresión algebraica $x+1$.

Por lo tanto, la suma de la cuarta parte del número entero y su siguiente tiene la siguiente expresión algebraica:

$$\frac{x}{4}+(x+1)=\frac{x}{4}+\frac{4(x+1)}{4}=\frac{x+4(x+1)}{4}=\frac{x+4x+4}{4}=\frac{5x+4}{4}$$

apartado n)

Si se denota por x a la medida en metros de uno de los lados iguales del triángulo, la medida del lado desigual tiene la expresión algebraica $x-4$ metros.

Por lo tanto, el perímetro de este triángulo tiene la siguiente expresión algebraica:

$$x+x+(x-4)=x+x+x-4=3x-4$$

apartado o)

Si se denota por x a la medida del lado del cuadrado, el teorema de Pitágoras determina la siguiente expresión algebraica para la medida de su diagonal:

$$\sqrt{x^2+x^2}=\sqrt{2x^2}$$

apartado p)

Si denotamos por x a mi edad actual, hace siete años mi edad tiene la expresión algebraica $x-7$.

Por lo tanto, el doble de la edad que tenía hace siete años tiene la expresión algebraica $2(x-7)=2x-14$.

apartado q)

Si denotamos por x al número, la mitad de sumarle tres al número tiene la expresión algebraica $\dfrac{x+3}{2}$.

apartado r)

Si se denota por x a la medida de la altura del rectángulo, la expresión algebraica de la medida de su base es $2x$ (pues es el doble que la altura).

Por lo tanto, la tercera parte del área del rectángulo tiene la siguiente expresión algebraica:

$$\frac{x\cdot 2x}{3}=\frac{2}{3}x^2$$

apartado s)

Si se denota por x al número entero menor, su siguiente tiene la expresión algebraica $x+1$.

Por lo tanto, el cuadrado de la suma de estos dos números tiene la siguiente expresión algebraica:

$$(x+(x+1))^2=(x+x+1)^2=(2x+1)^2=(2x)^2+2\cdot 2x\cdot 1+1^2=4x^2+4x+1$$

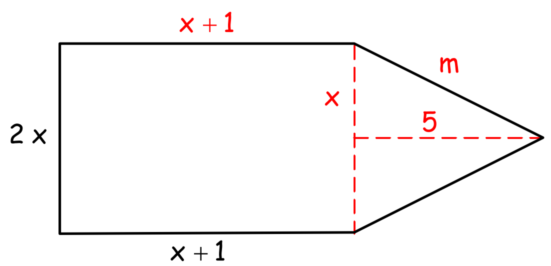
apartado t)

Si se denota por x al número menor, su cuádruplo tiene la expresión algebraica $4x$.

Por lo tanto, la media de ambos números tiene la siguiente expresión algebraica:

$$\frac{x+4x}{2}=\frac{5x}{2}=\frac{5}{2}x$$

apartado u)



Con la notación del enunciado, para el cálculo del perímetro únicamente debemos calcular la longitud del lado del triángulo que se denota por m.

El teorema de Pitágoras determina la siguiente expresión:

$$m=\sqrt{x^2+5^2}=\sqrt{x^2+25}\ .$$

Por lo tanto, el perímetro de la figura tiene la siguiente expresión algebraica:

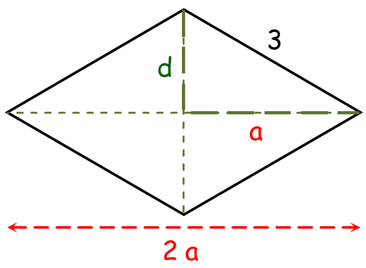
$$2x + (x+1) + (x+1) + \sqrt{x^2+25} + \sqrt{x^2+25} = 4x + 2 + 2\sqrt{x^2+25}$$

Con respecto a su área, debemos sumar el área de un rectángulo de base $x+1$ y altura $2x$, con el área de un triángulo de base $2x$ y altura 5.

Por lo tanto, el área tiene la siguiente expresión algebraica:

$$(x+1)\,2x + \frac{\cancel{2}\,x \cdot 5}{\cancel{2}} = 2x^2 + 2x + 5x = 2x^2 + 7x$$

apartado v)



Con la notación del enunciado, para el cálculo del área únicamente debemos calcular la longitud del la diagonal menor que se denota por $2d$.

El teorema de Pitágoras determina la siguiente expresión:

$$d = \sqrt{3^2 - a^2} = \sqrt{9 - a^2}\ .$$

Por lo tanto, la diagonal menor del rombo tiene la expresión algebraica $2\sqrt{9-a^2}$.

En este caso, el área del rombo tiene la siguiente expresión algebraica:

$$\frac{\cancel{2}\,a \cdot 2\sqrt{9-a^2}}{\cancel{2}} = 2a\sqrt{9-a^2}$$