FÍSICA MODERNA

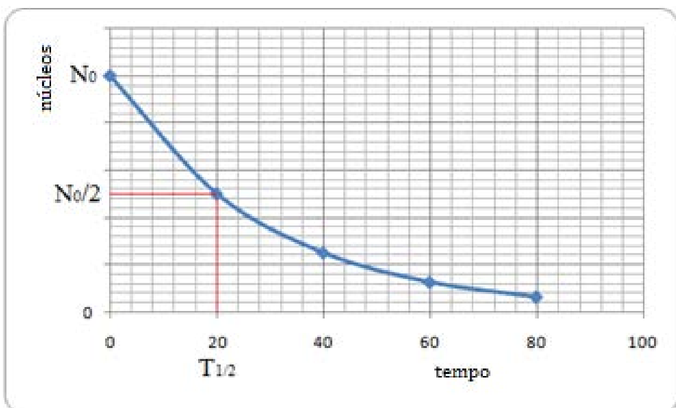
FÍSICA NUCLEAR. PROBLEMAS

1. Un detector de radioactividade mide unha velocidade de desintegración de 125 núcleos·min^{-1}. Sabemos que o tempo de semidesintegración é de 20 min. Calcula:
a) A constante de actividade radioactiva.
b) A velocidade de desintegración unha hora despois.
c) Representa graficamente cómo varía o número de núcleos co tempo (en intervalos de 20 min) durante os primeiros 80 min.

a) Como $\lambda = \frac{ln2}{T_{1/2}}$ obtemos que $\lambda = 3{,}47 \cdot 10^{-2} min^{-1}$

b) Por outra parte: $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \Rightarrow A = A_0 \cdot . e^{-\lambda t} = 125. e^{-3{,}47 \cdot 10^{-2} \cdot 60} = 15{,}7$ núcleos $\cdot$ min^{-1}

c) Aplicando a lei da desintegración radioactiva, $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$, e tendo en conta que o tempo de semidesintegración é de 20 min, a gráfica sería a seguinte:



2. Unha mostra dun material radioactivo ten $3 \cdot 10^{24}$ átomos.
a) En tres anos reduce o seu número á metade. Calcula o número de átomos que quedará en trinta anos.
b) Canto vale a constante de actividade de dito conxunto de átomos?
c) Canto tempo tardará en desintegrarse o 90% dos átomos iniciais?

a) Segundo a lei de desintegración radioactiva, $N = N_0 . e^{-\lambda t}$, e, neste caso, ó quedar reducido á metade,
$\frac{N_0}{2} = N_0 . e^{-\lambda \cdot 3} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot 3} \Rightarrow ln\frac{1}{2} = -3\lambda \Rightarrow \lambda = 0{,}23 \text{ anos}^{-1}$
Con este dato, obtemos $N_{30} = N_0 . e^{-\lambda t} \Rightarrow N_{30} = 3 \cdot 10^{24} . e^{-0{,}23 \cdot 30} = 3{,}02 \cdot 10^{21}$átomos

b) Segundo os datos do problema, en tres anos queda a metade de átomos, logo ese é o tempo de semidesintegración.

Polo que $\lambda = \frac{ln2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{3} = 0{,}231 \text{ anos}^{-1}$

c) Aplicando a lei da desintegración radioactiva, e tendo en conta que $N = 0{,}1 \cdot N_0$
$0{,}1 N_0 = N_0 . e^{-\lambda t} \Rightarrow 0{,}1 N_0 = N_0 . e^{-0{,}231 \cdot t} \Rightarrow ln 0{,}1 = -0{,}231 t \Rightarrow t = 10$ anos

3. Nun determinado momento calculamos a existencia de $1{,}15\cdot10^{14}$ núcleos radioactivos nunha mostra. Dez días despois, contabilizamos 2.10^{13}. Calcula

a) O tempo de semidesintegración do elemento.

b) Canto tempo tardará a mostra en reducirse á quinta parte?

c) Cal é a actividade da mostra ó cabo de 5 días?

a) Substituíndo na lei de desintegración radioactiva, $N = N_0 . e^{-\lambda t}$

$2\cdot10^{13} = 1{,}15\cdot10^{14}. e^{-\lambda\cdot10} \Rightarrow \lambda = 0{,}175 \text{ días}^{-1}$

e como $\lambda = \frac{ln2}{T_{1/2}} \Rightarrow T = 3{,}96$ días

b) Aplicando novamente a lei de desintegración, cando $N = N_0/5$;

$$N = N_0 . e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{N_0}{5} = N_0 . e^{-\lambda t} \Rightarrow ln0{,}2 = -\lambda t \Rightarrow ln0{,}2 = -0{,}175t \Rightarrow t = 9{,}2 \text{ días}$$

c) A actividade da mostra o cabo de 5 días:

$$A = \lambda\cdot N = \lambda\cdot N_0 . e^{-\lambda t} = 0{,}175\cdot1{,}15\cdot10^{14}\cdot e^{-0{,}173\cdot5} = 8{,}3\cdot10^{12}\text{desintegraciones/día}$$

4. O tempo de semidesintegración do elemento radioactivo ^{238}X é 28 anos. Dito elemento desintégrase emitindo partículas α.

a) Calcula o tempo que tarda a mostra en reducirse ó 90% da orixinal.

b) Calcula a masa necesaria para formar 10 núcleos de He por segundo.

c) Cal será a actividade da mostra neste instante. Dato: $N_A = 6{,}02\cdot10^{23}mol^{-1}$.

a) $\lambda = \frac{ln2}{T_{1/2}} \Rightarrow \lambda = 2{,}48\cdot10^{-2}\text{anos}^{-1}$

Aplicando $N = N_0 . e^{-\lambda t}$ para calcular o tempo no que $N = 0{,}9\cdot N_0$

$N = N_0 . e^{-\lambda t} \Rightarrow 0{,}9N_0 = N_0 . e^{-2{,}48\cdot10^{-2}\cdot t} \Rightarrow t = 4{,}2$ anos

b) $\lambda\cdot N = 3{,}15\cdot10^{15} \Rightarrow 3{,}15\cdot10^{15} = 2{,}48\cdot10^{-2}N \Rightarrow N = 1{,}27\cdot10^{10}$átomos

Como 1 mol de núcleos de ^{238}X ($6{,}02\cdot10^{23}$) equivalen a unha masa de 238 g, precisaranse $5{,}02.10^{-12}$ g de ^{238}X

c) Se se forman 10 núcleos de He cada segundo é porque se desintegran 10 núcleos de ^{238}X cada segundo, é dicir, a unha taxa de :

$$10\ \frac{\text{desint}}{\text{s}} = 3{,}15\cdot10^{8}\ \text{desint}\cdot\text{ano}^{-1}$$

Polo que a actividade da mostra nese instante será: $\text{A} = \lambda\cdot\text{N} = 3{,}15\cdot10^{8}\text{desint}\cdot\text{ano}^{-1} = 10\ \text{Bq}$

5. Dispoñemos dunha mostra de $^{222}_{86}Rn$:

a) ¿Cánto tempo tarda unha mostra de 10 g de Rn en reducirse a 1 g?

b) Se a masa actual dunha mostra de Radón é 1g, ¿cal será a súa masa dentro de 100 anos?

c) Define enerxía de enlace nuclear e calcula a enerxía de enlace por nucleón para o radón-222

Datos: Tempo de semidesintegración do Rn= 1600 anos; $m_{protón}$ =1.0073 u; $m_{neutrón}$ =1.0087 u; m_{Rn}: 222.0176 u; c = $3{,}00\cdot10^{8}$ m/s; 1 u = $1{,}66\cdot10^{-27}$kg.

a) Determinamos primeiro o valor da constante de actividade radioactiva a partires do tempo de semidesintegración: $\lambda = \frac{ln2}{T_{1/2}} \Rightarrow \lambda = 4{,}33\cdot10^{-4}\text{anos}^{-1} = 1{,}37\cdot10^{-11}\text{s}^{-1}$

A partir da lei da desintegración radioactiva

$N = N_0\cdot e^{-\lambda t} \Rightarrow m = m_0 . e^{-\lambda t} \Rightarrow 1 = 10\cdot e^{-4{,}33\cdot10^{-4}\cdot t} \Rightarrow t = 5320$ anos

b) Aplicando a lei de desintegración radioactiva, en termos de masa:

$m = m_0 . e^{-\lambda t} \Rightarrow m = 10 \cdot e^{-4{,}33 \cdot 10^{-4} \cdot 100} m = 0{,}96\ \mathrm{g}$

$$0{,}96\ \mathrm{g} \cdot \frac{1\mathrm{mol\ Rn}}{222\ \mathrm{g\ Rn}} \cdot \frac{6{,}02 \cdot 10^{23} \mathrm{at. Rn}}{1\mathrm{mol}} = 2{,}60 \cdot 10^{21}\ \mathrm{atomos}$$

c) Pode definirse a **enerxía de enlace** como a enerxía liberada cando se unen os nucleóns (protóns e neutróns) para formar lo núcleo. Tamén pode definirse como a enerxía necesaria para separar os nucleóns do núcleo.

Determinamos a enerxía de enlace a partires da ecuación:

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2$$

O ${}^{222}_{86}Rn$ ten 86 protóns (Z=86) e 136 neutróns (N= A-Z=222-86), polo que:

$\Delta m = \left(86 \cdot m_p + 136 \cdot m_n\right) - M_{Rn} = (86 \cdot 1.0073 + 136 \cdot 1.0087) - 222.0176 = 1{,}7934\ \mathrm{u}$

$1{,}7934\ u \cdot \frac{1{,}66 \cdot 10^{-27}\mathrm{kg}}{1\ \mathrm{u}} = 2{,}9950 \cdot 10^{-27}\mathrm{kg}$

$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = 2{,}9950 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 2{,}6955 \cdot 10^{-10}\mathrm{J}$

A enerxía de enlace por nucleón será:

$\frac{\Delta E}{222} = 1{,}2142 \cdot 10^{-12}\mathrm{J} \cdot \mathrm{nucleón}^{-1}$

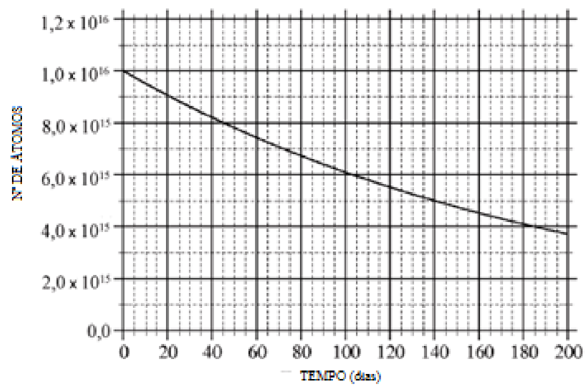
6. No seguinte gráfico obsérvase o comportamento dunha mostra dun isótopo radioactivo durante 200 días.

a) Determinar o tempo de semidesintegración do isótopo.

b) Cantos átomos quedarán despois de tres tempos de semidesintegración?

c) Sospeitase que se trata do polonio 210 (Z=84), un elemento emisor de radiación alfa. Escribe a reacción nuclear de emisión deste isótopo.

Datos: ${}_{80}$Hg; ${}_{82}$Tl; ${}_{83}$Bi; ${}_{84}$Po; ${}_{85}$At; ${}_{86}$Rn



a) Na gráfica obsérvase que a mostra inicial ($1{,}0 \cdot 10^{16}$ átomos) redúcese á metade ($5{,}0 \cdot 10^{15}$átomos) en 140 días, polo que o $T_{1/2}$ será de 140 días.

b) A partir da lei da desintegración radioactiva $\mathrm{N} = \mathrm{N}_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda t}$podemos determinar o número de átomos que quedan sen desintegrar despois de 3 tempos de semidesintegración (420 días). Para iso temos que deteminar previamente o valor da constante de actividade radioactiva.

$$\lambda = \frac{ln2}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow \lambda = 4{,}95 \cdot 10^{-3}\mathrm{días}^{-1}$$

$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} = 1{,}0 \cdot 10^{16} \cdot e^{-4{,}95 \cdot 10^{-3} \cdot 420} = 1{,}25 \cdot 10^{15}$átomos

c) A reacción será: ${}^{210}_{84}\mathrm{Po} \rightarrow {}^{4}_{2}\alpha + {}^{210-4}_{84-2}\mathrm{X}$

da que obtemos que: Z= 82 e A= 206, polo que o átomo resultante será ${}^{206}{}_{82}$Tl

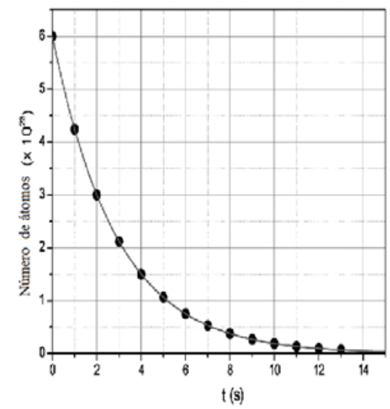
a reacción completa será: ${}^{210}_{84}\mathrm{Po} \rightarrow {}^{4}_{2}\alpha + {}^{206}_{82}\mathrm{Tl}$

7. Para analizar o proceso de desintegración radioactiva dunha mostra que inicialmente tiña $6{,}00 \cdot 10^{23}$ núcleos, mídese en intervalos de 1 s o número de átomos que aínda non se desintegraron, obténdose a gráfica seguinte.

a) Cal é o tempo de semidesintegración da mostra?

b) Qué porcentaxe de átomos da mostra inicial se desintegraron en 15 s ?

c) Canto tempo terá que pasar para que se desintegre o 90% da mostra inicial?



a) Na gráfica obsérvase que o tempo que tarda en reducirse a mostra á metade é de 2 segundos, polo que o $T_{1/2}$ será de 2s.

b) A partir da lei da desintegración radioactiva $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$ podemos determinar o número de átomos desintegrados en 15 s.

Para iso temos que determinar previamente o valor da constante de actividade radioactiva.

$$\lambda = \frac{ln2}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow \lambda = 3{,}47 \cdot 10^{-1} \mathrm{s}^{-1}$$

$\mathrm{N} = \mathrm{N}_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \mathrm{t}} = 6{,}00 \cdot 10^{23} \cdot \mathrm{e}^{-3{,}47 \cdot 10^{-1} \cdot 15} = 3{,}29 \cdot 10^{21}$ átomos quedan sen desintegrar

O número de átomos desintegrados en 15 s foi de: $6{,}00 \cdot 10^{23} - 3{,}29 \cdot 10^{21} = 5{,}97 \cdot 10^{23}$ átomos

Desintegrouse o 99,5% da mostra inicial.

c) O tempo que tarda en desintegrarse o 90% da mostra inicial é o tempo en que $N = 0{,}1N_0$

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \Rightarrow 0{,}1N_0 = N_0 \cdot e^{-3{,}47 \cdot 10^{-1} \cdot t} \Rightarrow t = 6{,}6 \text{ s}$$

8. O tritio é un isótopo radiactivo do hidróxeno con dous neutróns e un protón. Pode obterse de xeito natural na atmosfera pola desintegración dun átomo de $^{14}{}_{7}N$, segundo a reacción : $^{14}_{7}\mathrm{N} + ^{y}_{x}? \rightarrow ^{12}_{6}\mathrm{C} + ^{3}_{1}\mathrm{H}$

Tamén pode obterse en reactores nucleares segundo a reacción: $^{i}_{j}\mathrm{Li} + ^{y}_{x}? \rightarrow ^{4}_{2}\mathrm{He} + ^{3}_{1}\mathrm{H}$

a) Determina os valores de x,y, i, j e completa as reaccións nucleares.

b) O tempo de semidesintegración do tritio é de aproximadamente 12,5 anos. Elabora unha gráfica que mostre como evolucionaría unha masa inicial de 120 g de tritio durante 60 anos.

c) Canto tempo tardaría en desintegrarse o 98% da masa inicial de tritio?

a) Aplicando as leis de Soddy e Fajans e tendo en conta a conservación de A e Z nas reaccións nucleares, podemos obter os valores de x, y, i, j.

$$14 + y = 12 + 3 \Rightarrow y = 1$$

$7 + x = 6 + 1 \Rightarrow x = 0$

$i + y = 4 + 3 \Rightarrow i = 6$

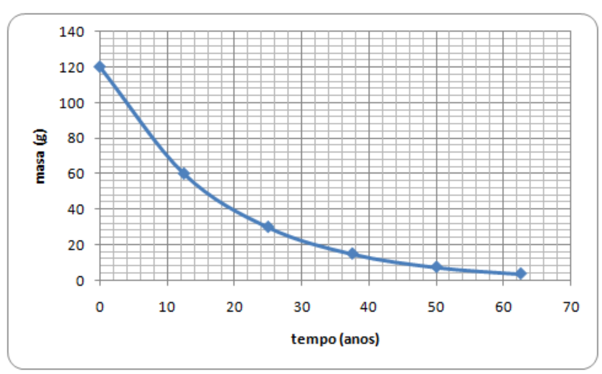
$j + x = 2 + 1 \Rightarrow j = 3$

As reacción nucleares quedarían:

$^{14}_{7}N + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{12}_{6}C + ^{3}_{1}H$

$^{6}_{3}Li + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{3}_{1}H$

b) A gráfica sería a que aparece na figura axunta.



c) O tempo que tarda en desintegrarse o 98% da mostra inicial é o tempo en que N= 0,02·N_0

$$\lambda = \frac{ln2}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow \lambda = 5{,}54 \cdot 10^{-2} \text{anos}^{-1}$$

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \Rightarrow 0{,}02 \cdot N_0 = N_0 \cdot e^{-5{,}54 \cdot 10^{-2} \cdot t} \Rightarrow t = 70{,}6 \text{ anos}$$

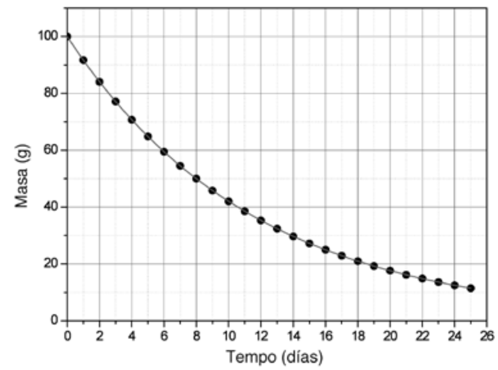
9. A gráfica representa cómo varía a masa $^{131}_{53}I$ co tempo:

a) Determina, a partir dos datos da gráfica, a constante de actividade radioactiva dese isótopo.

b) Qué cantidade quedará sen desintegrar despois de 50 días?

c) O I-131 emite unha partícula beta (-) ó desintegrarse, transformándose nun ión positivo de xenón-131. Escribe a reacción correspondente e calcula a enerxía liberada ó desintegrarse un átomo de yodo-131.

Datos: m(I-131) =130,906125 u;m(Xe^+-131) =130,904533 u; $m_{electrón}$=5,486·10^{-4} u; 1 u =1,66·10^{-27}kg; c =3,00·10^8 m·s^{-1}.



a) Na gráfica obsérvase que o tempo que tarda en reducirse a mostra inicial á metade é de 8 días, polo que o $T_{1/2}$ será de 8 días. A partir deste dato determinamos o valor da constante de actividade radioactiva

$$\lambda = \frac{ln2}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow \lambda = 8{,}66 \cdot 10^{-2} \text{días}^{-1}$$

b) A partir da lei da desintegración radiactiva $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$, e tendo en conta que o número de átomos é proporcional á masa, podemos determinar a cantidade que quedará sen desintegrar ó cabo de 50 días.

$$m = m_0 . e^{-\lambda t} \Rightarrow m = 100 \cdot e^{-8{,}66 \cdot 10^{-2} \cdot 50} \Rightarrow m = 1{,}31 \text{ g}$$

c) $^{131}_{53}I \rightarrow\ ^{131}_{54}Xe^{+} + \ ^{0}_{-1}\beta$

A enerxía liberada na desintegración do I-131 procederá da diferenza de masa entre produtos e reactivos:

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2$$

$$\Delta m = \left(m_\beta + m_{Xe}\right) - m_I = (5{,}486 \cdot 10^{-4} + 130{,}904533) - 130{,}906125 = -1{,}0434 \cdot 10^{-3} \text{u}$$

$$1{,}0434 \cdot 10^{-3}\ u \cdot \frac{1{,}66 \cdot 10^{-27} kg}{1\ u} = 1{,}7320 \cdot 10^{-30} \text{kg}$$

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = 1{,}7320 \cdot 10^{-30} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 1{,}5588 \cdot 10^{-13} \text{J} \cdot \text{átomo}^{-1}$$

10. A técnica de diagnóstico a partires da imaxe que se obtén mediante tomografía por emisión de positróns (*PET, positrón emission tomography*) está baseada nun fenómeno de aniquilación entre materia e antimateria. Os positróns que se emiten proveñen de núcleos de flúor $^{18}_{9}F$, que se lle inxectan ó paciente e aniquílanse ó entrar contacto cos electróns dos tecidos. Como resultado de cada unha destas aniquilacións obtense fotóns, a partir de los cales se forma a imaxe.

A desintegración dun núcleo de flúor pode expresarse como: $^{18}_{9}F \rightarrow ^{x}_{8}O + ^{y}_{z}e^{+} + ^{0}_{0}\nu$

a) Completa a reacción nuclear anterior e xustifica os valores de x, y, z.

b) A constante de actividade radioactiva deste isótopo de F é $6{,}31\cdot10^{-3}$ s^{-1}. Calcula o tempo de semidesintegracion e o tempo que debe pasar para que quede unha décima parte da cantidade inicial de ^{18}F.

c) Qué porcentaxe de isótopos quedarán ó cabo de 30 s? Razoa se sería posible almacenar durante moito tempo este radiofármaco e xustifica por qué.

a) Aplicando as leis de Soddy e Fajans, e tendo en conta a conservación de Z e A, e que a partícula $^{y}_{z}e^{+}$ é un positrón (antielectrón) (y=0)resulta
x=18; y=0; z= 1

b) Dado que a constante de actividade radiactiva é $6{,}31\cdot10^{-3}$ s^{-1}, o tempo de semidesintegración será: $T_{\frac{1}{2}} = \frac{ln2}{\lambda} = 110\ s$

Aplicando a lei da desintegración radiactiva calculamos o tempo en que a mostra pase a ser o 10% da inicial

$$N = N_0 . e^{-\lambda . t} \rightarrow t = -\frac{ln\left({}^{N}/_{N_0} \right)}{\lambda} = -\frac{ln(0{,}1)}{6{,}31 \cdot 10^{-3}} = 365 \text{ s}$$

c) O porcentaxe de isótopos ó cabo de 30 s será: ${}^{N}/_{N_0} = e^{-\lambda . t} = 0{,}83 \rightarrow 83\%$

Dado que a actividade radioactiva é moi elevada, o que se traduce en nun tempo de semidesintegración moi baixo, non sería posible almacenado durante moito tempo. Así, ó cabo de 6 min (360 s) estaría desintegrada case o 90% da mostra inicial.

11. O iodo-131 é un isótopo radioactivo, cun tempo de semidesintegrción de 8 días, que emite partículas beta e gamma, empregándose para tratar o cáncer e outro tipo de enfermidades relacionadas coa glándula tiroides. A reacción de descomposición é a seguinte: $^{131}_{53}I \rightarrow ^{x}_{y}Xe + ^{0}_{-1}\beta + \gamma$

a) Determina o valor dos números atómico e másico do xenon.

b) Cantos días teñen que pasar para que a cantidade de I-131 pase a ser o 25% do valor inicial

c) Se as partículas son emitidas a unha velocidade de $2\cdot10^{5}$km·s^{-1}, calcula a lonxitude de onda asociada.
Datos: m_e=9,11·10^{-31} kg; h=6,62·10^{-34} J s.

a) Aplicando as leis de Soddy e Fajans, e tendo en conta a conservación de Z e A, e que a partícula β é un electrón (Z=1; A=0)resulta: $^{131}_{53}I \rightarrow ^{x}_{y}Xe + ^{0}_{-1}\beta + \gamma$
x=131; y=54⇒$^{131}_{54}Xe$

b) Aplicando a lei da desintegración radiactiva calculamos o tempo en que a mostra pase a ser o 25% da inicial

$$\lambda = \frac{ln2}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow \lambda = 8{,}66 \cdot 10^{-2} días^{-1}$$

$$\mathrm{N} = N_0 . e^{-\lambda . t} \rightarrow t = -\frac{ln\left({}^{N}/_{N_0}\right)}{\lambda} = -\frac{ln(0{,}25)}{8{,}66 \cdot 10^{-2}} = 16 \text{ días}$$

c) Aplicando a ecuación de De Broglie á partícula emitida (electrón):

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m.v} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 2 \cdot 10^{8}} = 3{,}63 \cdot 10^{-12}\mathrm{m}$$

12. Marie Curie recibiu o Premio Nobel de Química en 1911 polo descubrimento do radio. O tempo de semidesintegración do radio é de $1{,}59 \cdot 10^3$ anos. Se Marie Curie tivese gardada no seu laboratorio 2,00 g de radio-226:

a) Qué cantidade de radio quedaría no ano 2011?

b) Cal sería a actividade radioactiva da mostra inicial de 2,00 g de radio e cal sería a actividade da mostra no ano 2011?

c) Cantos anos pasarían ata que a mostra de radio se reducise ó 1% do seu valor inicial?

Datos: $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23} mol^{-1}$

a) A partir da lei da desintegración radioactiva $\mathrm{N} = \mathrm{N}_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda t}$, e tendo en conta que o número de átomos é proporcional á masa, podemos determinar a cantidade que quedará sen desintegrar ó cabo de 100 anos.

$$\lambda = \frac{ln2}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow \lambda = 4{,}36 \cdot 10^{-4}\text{anos}^{-1}$$

$$m = m_0 . e^{-\lambda t} \Rightarrow m = 2{,}00 \cdot e^{-4{,}36 \cdot 10^{-4} \cdot 100} \Rightarrow m = 1{,}91 \text{ g}$$

b) A actividade inicial sería:

$$\lambda \cdot N_0 = 4{,}36 \cdot 10^{-4} \cdot \left(2{,}00\text{g} \cdot \frac{1\text{mol Ra}}{226\text{g}} \cdot \frac{6{,}02 \cdot 10^{23}\text{at}}{1\text{mol}}\right) = 2{,}32 \cdot 10^{18}\text{desint/ano}$$

A actividade no ano 2011 sería:

$$\lambda \cdot N = 4{,}36 \cdot 10^{-4} \cdot \left(1{,}91\text{g} \cdot \frac{1\text{mol Ra}}{226\text{g}} \cdot \frac{6{,}02 \cdot 10^{23}\text{at}}{1\text{mol}}\right) = 2{,}22 \cdot 10^{18}\text{desint/ano}$$

c) A partir da lei da desintegración radioactiva $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$

$$t = -\frac{ln\left({}^{N}/_{N_0}\right)}{\lambda} = -\frac{ln(0{,}01)}{4{,}36 \cdot 10^{-4}} = 10600 \text{ anos}$$

13. O polonio-210 ten unha vida media de 200 días, e desintégrase emitindo partículas alfa e transformándose nun isótopo estable de chumbo. O proceso é o seguinte: ${}^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{x}_{y}Pb + \alpha$

a) Determina os valores dos índices *x* e *y*.

b) Calcula o tempo necesario para que a masa do polonio pase a ser o 20% de masa inicial.

c) Calcula a enerxía desprendida na desintegración dun núcleo de polonio expresada en J e en MeV.

Datos: m_{Po}=209,983 u; m_{Pb}=205,974 u; m_α=4,003 u; 1 u= $1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg; 1eV=$1{,}6 \cdot 10^{-19}$J; c=$3 \cdot 10^8$ms^{-1}

a) Aplicando as leis de Soddy e Fajans, e tendo en conta a conservación de Z e A, e que a partícula α é un núcleo de ${}^4_2$He (Z=2; A=4)resulta: ${}^{210}_{84}\mathrm{Po} \rightarrow {}^{206}_{82}\mathrm{Pb} + {}^{4}_{2}\alpha$

x=206; y=82

b) Aplicando a lei da desintegración radioactiva calculamos o tempo en que a mostra pase a ser o 20% da inicial

$$\lambda = \frac{1}{\tau} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{200} = 5{,}00 \cdot 10^{-3}\text{días}^{-1}$$

$$N = N_0 . e^{-\lambda . t} \rightarrow t = -\frac{ln\left({}^{N}/_{N_0}\right)}{\lambda} = -\frac{ln(0{,}20)}{5{,}00 \cdot 10^{-3}} = 322 \text{ días}$$

c) A enerxía liberada na desintegración do Po-210 procederá da diferenza de masa entre produtos e reactivos:

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2$$

$$\Delta m = (m_\alpha + m_{Pb}) - m_{Po} = (4{,}003 + 205{,}974) - 209{,}983 = -6{,}000 \cdot 10^{-3}\text{u}$$

$$6{,}00 \cdot 10^{-3}\ u \cdot \frac{1{,}66 \cdot 10^{-27} kg}{1\ u} = 9{,}960 \cdot 10^{-30}\text{kg}$$

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = 9{,}960 \cdot 10^{-30} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 8{,}964 \cdot 10^{-13}\text{J} \cdot \text{atomo}^{-1}$$

$$8{,}964 \cdot 10^{-13}\text{J} \cdot \frac{1\text{ eV}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\text{J}} = 5{,}603 \cdot 10^6\text{eV} = 5{,}603\text{MeV}$$

14. Na desintegración do ${}^{226}_{88}$Ra para formar radon, cada átomo emite unha partícula alfa e un raio gamma de lonxitude de onda $6{,}52 \cdot 10^{-12}$ m.

a) Escribe a reacción de desintegración

b) Calcula a enerxía máxima de cada fotón de raios gamma en MeV.

c) Calcula a perda de masa da reacción anterior debida á emisión gamma.

Datos: 1eV=$1{,}6 \cdot 10^{-19}$J; N_A= $6{,}02 \cdot 10^{23}$mol^{-1} ; h= $6{,}62 \cdot 10^{-34}$Js; c= $3 \cdot 10^8$ms^{-1}

a) Aplicando as leis de Soddy e Fajans, e tendo en conta a conservación de Z e A, e que a partícula α é un núcleo de ${}^4_2$He (Z=2; A=4)resulta: ${}^{226}_{88}Ra \rightarrow {}^{222}_{86}Rn + {}^{4}_{2}\alpha + \gamma$

b) A enerxía de cada fotón gamma será: $E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} \Rightarrow E = 3{,}04 \cdot 10^{-14}\text{J} = 0{,}19\text{MeV}$

c) A radiación gamma non implica perda de masa por ser un fotón de elevada frecuencia e alta enerxía, sen carga nin masa

15. Cando se mide a actividade radioactiva dunha mostra de madeira recollida nunha cova con restos prehistóricos obsérvanse 560 desintegracións de C-14 por gramo e hora. Nunha mostra de madeira actual, que ten a mesma masa e a mesma natureza, a actividade é de 920 desintegracións de C-14 por gramo e hora. Admitindo que o número de desintegracións por unidade de tempo é proporcional ó número de átomos de C-14 presentes na mostra, determina:

a) En que data se cortou a madeira que se está analizando?

b) Cal sería a actividade da mostra dentro de 1000 anos, expresada en $\frac{desintegracións}{g\cdot s}$?

c) Define tempo de semidesintegración e demostra a súa relación coa constante de actividade radioactiva.

Datos: vida media do C-14= 8270 anos;

a) Aplicamos a lei da desintegración radioactiva para datar a mostra prehistórica.

$N = N_0 . e^{-\lambda . t} \rightarrow A = A_0 . e^{-\lambda . t}$; sendo "**A**" a velocidade de desintegración en $\frac{desint.}{g\cdot s}$

$$\lambda = \frac{1}{\tau} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{8270} = 1{,}21 \cdot 10^{-4} \text{anos}^{-1} \rightarrow 3{,}83 \cdot 10^{-12} \text{s}^{-1}$$

$$A = A_0 . e^{-\lambda . t} \Rightarrow t = -\frac{ln\left({}^{A}/{}_{A_0}\right)}{\lambda} = -\frac{ln\left(\frac{560}{920}\right)}{1{,}21 \cdot 10^{-4}} = 4100 \text{ anos}$$

b) A actividade sería

$$A = A_0 . e^{-\lambda . t} = 920 \cdot e^{-1{,}21 \cdot 10^{-4} . 1000} = 0{,}23 \frac{\text{desint}}{\text{s} \cdot \text{g}}$$

c) Defínese o tempo de semidesintegración ($T_{1/2}$) ou período de semidesintegración como o tempo necesario para que os núcleos dunha mostra inicial dun radioisótopo se desintegren á metade.

Partindo da expresión:$\text{N} = \text{N}_0 \cdot \text{e}^{-\lambda . \text{t}}$ e considerando que o número de núcleos para a ser a metade:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda . t} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda . T_{1/2}} \Rightarrow ln\frac{1}{2} = -\lambda \cdot T_{1/2} \Rightarrow T_{1/2} = \frac{ln2}{\lambda}$$

16. Unha peza de torio que contén 1 kg de Th contén tamén 200 g de Pb. O Pb-208 é o descendente estable final da serie radioactiva que ten como precursor ó Th-232. O tempo de semidesintegración deste é de $1{,}405 \cdot 10^{10}$ anos.

a) Supoñendo que todo o Pb da rocha provén do decaemento do Th e que non houbo perdas, cal é a idade da rocha?

b) Completa con partículas α ou β e cos valores dos seus números atómicos, segundo corresponda, a serie radioactiva do ${}^{232}_{90}$Th :

$${}^{232}_{90}Th \rightarrow {}^{228}Ra \rightarrow {}^{228}Ac \rightarrow {}^{228}Th \rightarrow {}^{224}Ra \rightarrow {}^{220}Rn \rightarrow {}^{216}Po \rightarrow {}^{212}Pb \rightarrow {}^{212}Bi \rightarrow {}^{208}Tl \rightarrow {}^{208}_{82}Pb$$

c) Cantos núcleos de helio se produce na desintegración da rocha

Datos: $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}

a) Determinamos o número de átomos de cada elemento presentes na mostra:

$$N_{Th} = 1000\text{g} \cdot \frac{1mol\ Th}{232g} \cdot \frac{6{,}02 \cdot 10^{23}\text{at}}{1\text{mol}} = 2{,}59 \cdot 10^{24}\text{at Th}$$

$$N_{Pb} = 200\text{g} \cdot \frac{1\text{mol Pb}}{208\text{g}} \cdot \frac{6{,}02 \cdot 10^{23}\text{at}}{1\text{mol}} = 5{,}79 \cdot 10^{23}\text{at Pb} = 5{,}79 \cdot 10^{23}\text{at Th desintegrados}$$

Logo a mostra inicial tiña: $2,59 \cdot 10^{24}$at Th $+ 5,79 \cdot 10^{23}$at Th desint $= 3,17 \cdot 10^{24}$at Th

Polo que o tempo transcorrido calcúlase aplicando a lei de desintegración radioactiva: $\mathrm{N} = \mathrm{N_0} . \mathrm{e}^{-\lambda . t}$

$$\lambda = \frac{ln2}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow \lambda = \frac{ln2}{1,405 \cdot 10^{10}} = 4,93 \cdot 10^{-11} \text{anos}^{-1}$$

$$N = N_0 . e^{-\lambda . t} \Rightarrow t = -\frac{ln\left(N/_{N_0}\right)}{\lambda} = -\frac{ln\left(\frac{2,59 \cdot 10^{24}}{3,17 \cdot 10^{24}}\right)}{4,93 \cdot 10^{-11}} = 4,09 \cdot 10^{9} \text{ anos}$$

b) $\mathbf{{}^{232}_{90}Th} \rightarrow {}^{228}_{88}\mathrm{Ra} + {}^{4}_{2}\alpha$

$${}^{228}_{88}\mathrm{Ra} \rightarrow {}^{228}_{89}\mathrm{Ac} + {}^{0}_{-1}\beta$$
$${}^{228}_{89}\mathrm{Ac} \rightarrow {}^{228}_{90}\mathrm{Th} + {}^{0}_{-1}\beta$$
$${}^{228}_{90}\mathrm{Th} \rightarrow {}^{224}_{88}\mathrm{Ra} + {}^{4}_{2}\alpha$$
$${}^{224}_{88}\mathrm{Ra} \rightarrow {}^{220}_{86}\mathrm{Rn} + {}^{4}_{2}\alpha$$
$${}^{220}_{86}\mathrm{Rn} \rightarrow {}^{216}_{84}\mathrm{Po} + {}^{4}_{2}\alpha$$
$${}^{216}_{84}\mathrm{Po} \rightarrow {}^{212}_{82}\mathrm{Pb} + {}^{4}_{2}\alpha$$
$${}^{212}_{82}\mathrm{Pb} \rightarrow {}^{212}_{83}\mathrm{Bi} + {}^{0}_{-1}\beta$$
$${}^{212}_{83}\mathrm{Bi} \rightarrow {}^{208}_{81}\mathrm{Tl} + {}^{4}_{2}\alpha$$
$${}^{208}_{81}\mathrm{Tl} \rightarrow {}^{208}_{82}\mathbf{Pb} + {}^{0}_{-1}\beta$$

c) Tendo en conta que por cada átomo de Th se producen 6 núcleos de ${}^{4}{}_{2}$He:

$$5,79 \cdot 10^{23} \text{at Th desintegrados} \cdot \frac{6 \text{ núcleos de He}}{\text{at Th}} = 3,47 \cdot 10^{24} \text{núcleos de He}$$

17. Certo mineral de uranio contén 0,124 g de Pb-206 por cada gramo de U-238. Se o tempo de semidesintegración do uranio é de $4,59 \cdot 10^9$ anos, calcula:

a) A vida media do U-238.

b) O tempo transcorrido dende a formación xeolóxica do mineral.

c) A velocidade de desintegración en Bq dunha mostra de 10 g de U-238.

Datos: $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{mol}^{-1}$

a) Sabemos que: $\lambda = \frac{ln2}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow \lambda = \frac{ln2}{4,59 \cdot 10^9} = 1,51 \cdot 10^{-10} anos^{-1}$; $\tau = \frac{1}{\lambda} = 6,61 \cdot 10^{9}$anos

b) Dado que o chumbo é, por completo, un produto da desintegración do U-238, para obter 0,124 g de Pb deberíase desintegrar a seguinte cantidade de uranio:

$0,124 \cdot \frac{238}{206} = 0,143$ g U

A masa inicial de uranio sería entón de: $0,143 + 1 = 1,143$ g U

$$N = N_0 . e^{-\lambda . t} \Rightarrow t = -\frac{ln\left(N/_{N_0}\right)}{\lambda} = -\frac{ln\left(\frac{1}{1,143}\right)}{1,51 \cdot 10^{-10}} = 8,8 \cdot 10^{8} \text{ anos}$$

c) A velocidade de desintegración será:

$$\frac{dN}{dt} = \lambda \cdot N = 1,51 \cdot 10^{-10} \cdot \left(10\text{g} \cdot \frac{1\text{mol U}}{238\text{g}} \cdot \frac{6,02 \cdot 10^{23}\text{at}}{1\text{mol}}\right) = 3,82 \cdot 10^{12} \frac{\text{desint}}{\text{ano}} = 1,21 \cdot 10^{5}\text{Bq}$$

FÍSICA NUCLEAR. CUESTIÓNS

1. Dada a reacción nuclear: $^{235}_{92}U + X \rightarrow {}^{236}_{93}Np$ a partícula X é:

a) Protón; b) Neutrón; c) Electrón.

SOL. **a**

Vemos que o número atómico pasa de 92 a 93, aumentando nunha unidade, ó tempo que a masa pasa de 235 a 236, aumentando tamén unha unidade. Isto é, a partícula X ten unha masa unidade e unha carga positiva tamén unidade. Esas son precisamente as características do protón.

2. A obtención da enerxía a partir do núcleo dos átomos realízase mediante reaccións nucleares, as cales clasificamos en dous tipos: reaccións de fisión e reaccións de fusión. Na actualidade o home soamente usa as de fisión, e débese a que:

a) Producen máis enerxía que as de fusión.
b) Son menos contaminantes que as de fusión.
c) Non sabe aproveita-las de fusión.

SOL.: **c**

A fusión é unha reacción nuclear pola que varios núcleos lixeiros se combinan formando un núcleo pesado, coa correspondente liberación de enerxía, en maior cantidade que na fisión. Sen embargo, para que se inicie a fusión nuclear precísanse temperaturas moi elevadas, a fin de que os núcleos que se combinan teñan a enerxía suficiente para vence-las repulsións e poder penetrar no radio de acción das forzas nucleares. A falta de control deste proceso impide a utilización como fonte de enerxía deste tipo de reaccións.

Polo momento, as reaccións de fusión non se saben controlar de xeito aproveitable. Poden usarse en bombas (as chamadas "de hidróxeno") e prodúcese de xeito experimental enerxía a partir dela, pero polo momento non se pode aproveitar.

3. Cando un núcleo emite unha partícula β, en realidade emite:

a) Un fotón; b) Un electrón; c) Un protón.

SOL.: **b**

Cando un núcleo emite un electrón obtense outro núcleo isóbaro (do mesmo número másico) no que o número atómico aumenta unha unidade.

A reacción elemental que explica o mecanismo desta desintegración é: ${}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{1}_{1}p + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\nu$

Un electrón pode emitirse cando ocorre a desintegración dun neutrón dando lugar a un protón (que queda no núcleo) e un electrón, que sae despedido coa enerxía desprendida no proceso. Este tipo de radiación chámase radiación β.

4. Se un núcleo atómico emite unha partícula α e dúas partículas β^{-1}, o seu nº atómico:

a) Diminúe en dúas unidades; b) Aumenta en dúas unidades; c) Non varía.

SOL.:**c**

Unha partícula α supón a perda de 2 unidades de carga positiva e 4 unidades de masa, mentres que 2 partículas β^{-1}, supón a perda de 2 unidades de carga negativa. Por iso non hai variación no número atómico (balance de cargas positivas e cargas negativas). O número másico diminuiría en 4 unidades. Así, a variación de carga no núcleo atómico cos procesos indicados é nula, e polo tanto, o número atómico mantense.

5. Un átomo de $^{238}_{92}U$ segue unha serie radioactiva que pasa polo $^{214}_{82}Pb$, tras emitir unha serie de partículas alfa e beta. O número de partículas alfa emitidas é:

a) 3; b) 6; c) 9

SOL.:**b**

Unha partícula α ten 4 unidades de masa e 2 unidades de carga positiva, polo tanto, por perderse 24 unidades de masa, tiveron que perderse 6 partículas α.
No proceso entre o Uranio e o Chumbo o núcleo perde 238-214=24 unidades de masa e 92-82=10 unidades de carga. O proceso radioactivo que fai reducir masa é a emisión dunha partícula alfa, que rebaixa en catro unidades a masa. Isto implica que foron emitidas 24/4=6 partículas alfa, a parte da emisión de partículas beta, necesaria para reequilibrar a carga.

6. Unha masa de átomos radioactivos tarda 3 anos en reducir nun 10% a súa masa. ¿canto tardará en reducirse ó 81% da masa orixinal?.

a) Máis de tres anos; b) Menos de tres anos; c) Tres anos.

SOL.: **a**

Reducir un 10% a súa masa implica reduci-la masa a un 90% da orixinal. Isto prodúcese en tres anos. Pero o 81% é menos do 90%, logo necesitará máis tempo. En realidade, o 81% é o 90% do 90%, logo tardará en total 6 anos en reduci-la súa masa a dita cantidade.
Tendo en conta a lei da desintegración radioactiva: $N=N_0 \cdot e^{-\lambda t}$
Podemos calcular $\lambda=4{,}065 \cdot 10^{-7}$ desint./s.
E a continuación calcula-lo tempo en que se reduza ó 81 % da masa orixinal: t= 6 anos.

7. As expresións *(dN/dt)=-λ·N*; $N=N_0 \cdot e\text{-}\lambda t$, permiten calcular o número de átomos que quedan nunha mostra radioactiva que tiña, inicialmente, *N* átomos. Cal das seguintes respostas describe o significado da constante λ?

a) $\lambda \cdot dt$ proporciona a fracción de átomos que poden desintegrarse nun intervalo de tempo *dt*
b) λ é a vida media da mostra
c) λ é a probabilidade de que un átomo poda desintegrarse transcorrido 1 s.

SOL.: **a**

A expresión anterior pode escribirse de xeito que : $\lambda \cdot dt=dN/N$, que representa unha fracción diferencial de átomos. Polo que o termo $\lambda \cdot dt$ representa a fracción de átomos que se desintegran nun elemento diferencial de tempo.

8. Cal dos seguintes tipos de radiación non é capaz de ionizar o aire?

a) Partículas beta
b) Radiación infravermella
c) Radiación X

SOL.: **b**

O aire ionízase se a radiación ou as partículas cargadas que pasan a través del teñen enerxía suficiente para arrincar algún electrón ás moléculas que forman o aire. Polo tanto, canto menos enerxética sexa unha radiación ou unha partícula cargada, máis difícil será que poida ionizar ó aire. De acordo con isto, a radiación de menor frecuencia, das que aparecen como posibles solución, é a radiación infravermella, que é incapaz de producir a ionización do aire.

9. Unha radiación emitida por unha fonte radioactiva redúcese a terceira parte cando se lle coloca unha folla de papel fronte a fonte, e redúcese practicamente a cero cando se lle coloca unha lámina de aluminio de 1 cm de espesor entre fonte e detector. De qué tipo de radiación se trata?

a) Partículas beta
b) Partículas alfa
c) Radiacións gamma

SOL.: **a**

Tendo en conta as propiedades das radiacións emitidas por unha fonte radioactiva trataríase dunha partículas β, mais penetrantes que as α e menos que as γ.

As partículas α non atravesarían a folla de papel e as radiacións γ atravesarían a capa de aluminio.

10. Se un núcleo de Li, de número atómico 3 e número másico 6 reacciona cun núcleo dun determinado elemento X prodúcense dúas partículas α.Cómo será o elemento X?

a) ${}^{1}_{1}X$; b) ${}^{2}_{2}X$; c) ${}^{2}_{1}X$

SOL.: **c**

Tendo en conta as leis de Soddy e Fajans, e tendo en conta a conservación dos números atómicos e másicos en reactivos e produtos, a reacción nuclear será a seguinte:

$${}^{6}_{3}Li + {}^{2}_{1}X \rightarrow 2\,{}^{4}_{2}\alpha$$

11. Ó bombardear ${}^{198}{}_{80}$Hg con neutróns, obtense ${}^{1}{}_{1}$H e outro elemento. De qué elemento se trata?

a) ${}^{198}_{79}Au$; b) ${}^{197}_{81}Tl$; c) ${}^{199}_{80}Hg$

SOL.: **a**

Nunha ecuación nuclear, a suma dos números atómicos e dos números másicos ten que ser a mesma en reactivos e en produtos. De acordo con isto, a reacción nuclear descrita será:

$${}^{198}_{80}Hg + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{1}_{1}H + {}^{198}_{79}Au$$

MECÁNICA CUÁNTICA. PROBLEMAS

1.
a) Enuncia as leis de Stefan-Boltzmann e de Wien.
b) Calcula a temperatura superficial do Sol sabendo que a lonxitude de onda da radiación emitida polo Sol con máxima enerxía é de 500 nm.
c) Calcula a potencia irradiada polo Sol por cm^2 da súa superficie.
Datos: constante de Wien: $2{,}90 \cdot 10^{-3} \text{m} \cdot \text{K}$; σ (constante de Boltzmann): $5{,}67 \cdot 10^{-8} \text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$.
1 nm=10^{-9}m

a) Lei de Stefan-Boltzmann: A potencia emitida por un corpo negro por unidade de área é directamente proporcional á cuarta potencia da súa temperatura absoluta.

$\frac{P}{S} = \sigma T^4$ (Onde σ é a constante de Stefan-Boltzmann. $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$)

Lei de Wien: A lonxitude de onda á cal radia un corpo negro a máxima enerxía por unidade de tempo e de superficie é inversamente proporcional ao valor da súa temperatura absoluta.

$$\lambda_{máx} = \frac{cte}{T}$$

Onde **cte** é a constante de Wien. $\text{cte} = 2{,}90 \cdot 10^{-3} \text{Km}$

b) Lei de Wien: $\lambda_{máx} = \frac{cte}{T} \rightarrow T = \frac{cte}{\lambda_{máx}} = \frac{2{,}90 \cdot 10^{-3}}{500 \cdot 10^{-9}} = 5800\text{K}$

c) Aplicando a lei de Stefan-Boltzmann,

$$\frac{P}{S} = \sigma T^4 \rightarrow \frac{P}{S} = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \text{Wm}^{-2}\text{K}^{-4} \cdot (5800\text{K})^4 = 6{,}4 \cdot 10^7 \text{Wm}^{-2} = 6{,}4 \cdot 10^3 \text{W} \cdot \text{cm}^{-2}$$

2. Un metal desprende electróns a unha velocidade de 1000 $m \cdot s^{-1}$ ao recibir luz dunha lonxitude de onda de 400nm.
a) Calcula o traballo de extracción.
b) Calcula a enerxía cinética máxima dos electróns emitidos.
c) Se se duplica a intensidade da luz incidente, ¿varía a enerxía cinética dos electróns emitidos?
Datos: $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg ; h = $6{,}63.10^{-34}$J·s ; 1m= 10^9nm; c= $3 \cdot 10^8 m \cdot s^{-1}$

a) A ecuación básica do efecto fotoeléctrico é $h\nu = hc/\lambda = We + \frac{m_e v^2}{2}$

polo tanto, $W_e = \frac{h \cdot c}{\lambda} - \frac{m_e \cdot v^2}{2} \Rightarrow W_e = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{400 \cdot 10^{-9}} - \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 1000^2}{2} = 4{,}97 \cdot 10^{-19} \text{J}$

b) A enerxía cinética é $\frac{m_e v^2}{2} = 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot \frac{1000^2}{2} = 4{,}55 \cdot 10^{-25} \text{J}$

c) Non, a intensidade depende do número de fotóns que transporta e, segundo a ecuación de Einstein $h(\nu - \nu_0) = E_{c\ máx}$, a E_c só depende, para un metal determinado, da frecuencia da luz incidente.

3. Nunha experiencia para calcular h, ao iluminar unha superficie metálica cunha radiación de $\lambda = 200 \cdot 10^{-9}$m, o potencial de freado para os electróns é de 1V. Se $\lambda = 175 \cdot 10^{-9}$m, o potencial de freado é 1,86V.

a) Calcula o traballo de extracción dun electrón do metal.

b) Calcula h.

c) Representa o valor absoluto do potencial de freado fronte á frecuencia e deduce de dita representación o valor da constante de Planck.

Datos: $|e| = 1'6 \cdot 10^{-19}$C; $c = 3 \cdot 10^{8}\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

a) e b) Nos dous casos expostos, aplicando a relación $\text{We} = \text{hc}/\lambda - \text{eV}$, obtemos:

$$W_e = \frac{h \cdot 3 \cdot 10^8}{200 \cdot 10^{-9}} - 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1$$

$$W_e = \frac{h \cdot 3 \cdot 10^8}{175 \cdot 10^{-9}} - 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,86$$

é dicir, un sistema de dúas ecuacións con dúas incógnitas, que ten como resultado:

$$h = 6,42 \cdot 10^{-34} J \cdot s;\ W_e = 8,03 \cdot 10^{-19}\text{J}$$

c) Segundo a ecuación $\text{h}\,(\nu - \nu_0) = \text{E}_{\text{c máx}} = \text{eV}$, a representación é unha liña recta.

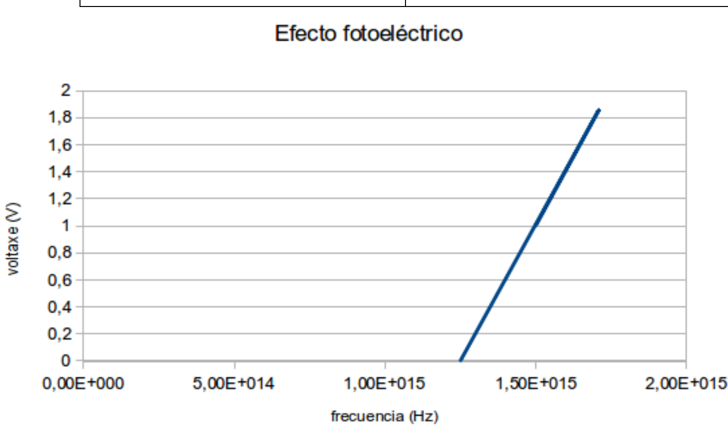
$$\nu_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{3 \cdot 10^8}{200 \cdot 10^{-9}} = 1,50 \cdot 10^{15}\text{Hz};\ \nu_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{3 \cdot 10^8}{175 \cdot 10^{-9}} = 1,71 \cdot 10^{15}\text{Hz}$$

e ademáis podemos calcular a frecuencia umbral:

$$\nu_0 = \frac{W_e}{h} = \frac{8,03 \cdot 10^{-19}}{6,42 \cdot 10^{-34}} = 1,25 \cdot 10^{15}\text{Hz}$$

Así, obtemos a táboa de valores:

$\nu(Hz)$	$1,25 \cdot 10^{15}$	$1,50 \cdot 10^{15}$	$1,71 \cdot 10^{15}$
V(V)	0	1,00	1,86



$$\text{tg}\beta = \frac{1,86 - 1,00}{1,71 \cdot 10^{15} - 1,50 \cdot 10^{15}} = \frac{\text{h}}{|\text{e}|} \rightarrow \text{h} = |\text{e}| \cdot \text{tg}$$

$$\text{h} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 4,1 \cdot 10^{-15} = 6,6 \cdot 10^{-34}\text{Js}$$

[Nota: no caso de facer a representación da enerxía cinética en función da frecuencia, a inclinación sería h]

4. Nunha célula fotoeléctrica, o cátodo ilumínase con dúas radiacións de lonxitudes de onda $\lambda_1 = 3 \cdot 10^{-7}$m e $\lambda_2 = 4 \cdot 10^{-7}$m.

a) Estudar se as radiacións anteriores producirían efecto fotoeléctrico, considerando que o traballo de extracción corresponde a unha frecuencia de $7 \cdot 10^{14}$Hz

b) Calcula a velocidade máxima dos electróns arrancados por medio das radiacións anteriores.

c) Calcula a diferenza de potencial que hai que aplicar entre ánodo e cátodo para que se anule a corrente fotoeléctrica.

Datos: $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$kg;$|e| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$C ; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$J · s ; $c = 3 \cdot 10^8$m · s^{-1}

a) Aplicando a ecuación do efecto fotoeléctrico, $\frac{hc}{\lambda} = We + \frac{m_e v^2}{2}$,vemos que extraeránse electróns cando $hc/\lambda > Wextracción\ (h \cdot \nu_0)$.

Se substituímos no primeiro caso:

$$6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot \frac{10^8}{3} \cdot 10^{-7} = 6{,}63 \cdot 10^{-19}\text{J} > 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 7 \cdot 10^{14} = 4{,}64 \cdot 10^{-19}\text{J},$$

co que se cumple que pode extraer electróns.

No segundo caso,

$$6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 / 4 \cdot 10^{-7} = 4{,}97 \cdot 10^{-19} > 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 7 \cdot 10^{14} = 4{,}64 \cdot 10^{-19},$$

co que tamén se cumpre que pode extraer electróns.

b) A velocidade calcúlase a través da enerxía cinética:

No primeiro caso,

$E_{cmáx} = 6{,}62 \cdot 10^{-19} - 4{,}63 \cdot 10^{-19} = 1{,}99 \cdot 10^{-19}\text{J} \rightarrow 1{,}99 \cdot 10^{-19} = \frac{1}{2} m_e v^2/2,$

de onde $v = 6{,}61 \cdot 10^5 \text{ms}^{-1}$.

No segundo caso,

$E_{cmáx} = 4{,}97 \cdot 10^{-19} - 4{,}63 \cdot 10^{-19} = 0{,}34 \cdot 10^{-19}\text{J} \rightarrow 3{,}4 \cdot 10^{-20} = \frac{1}{2} m_e v^2/2,$

de onde $v = 2{,}73 \cdot 10^5 \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

c) Segundo o Teorema de Conservación da Enerxía Mecánica: $E_{cmáx} = |e| \cdot |V|$

$$|V| = \frac{E_{cmáx}}{|e|}$$

No primeiro caso, $|V| = \frac{1{,}99 \cdot 10^{-19}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 1{,}24\text{V}$

No segundo caso, $|V| = \frac{3{,}4 \cdot 10^{-20}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 2{,}13 \cdot 10^{-1}\text{V}$

5. A frecuencia limiar para arrincar un electrón nunha célula fotoeléctrica é de $6 \cdot 10^{14} \mathrm{s}^{-1}$
a) Calcula o traballo de extracción. De que depende este traballo?
b) Calcula a velocidade dos electróns arrincados cunha radiación de $3 \cdot 10^{-7}$m
c) Poderían arrincarse electróns con radiación visible (λ entre 400 e 700 nm)?
Datos: $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$kg ; $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34} \mathrm{J \cdot s}$; $c = 3 \cdot 10^{8} \mathrm{ms^{-1}}$; $1\mathrm{m} = 10^{9}\mathrm{nm}$

a) $Wextracción = h \cdot v_0 = 6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot 6 \cdot 10^{14} = 3{,}97 \cdot 10^{-19}\mathrm{J}$
É unha característica de cada metal.

b) Empregando a ecuación do efecto fotoeléctrico, $h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda} = h\nu_0 + \frac{m_e v^2}{2}$ de onde
$\frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{3 \cdot 10^{-7}} = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 6 \cdot 10^{14} + \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot v^2}{2}$

de onde $v = 7{,}63 \cdot 10^{5} \mathrm{ms^{-1}}$

c) Para arrincar electróns, $hc/\lambda > 3{,}97 \cdot 10^{-19}$J, que é o traballo de extracción. Despexando a lonxitude de onda, obtemos $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}\mathrm{m} = 500\mathrm{nm}$, co que só poderemos extraer electróns cunha lonxitude de onda menor que 500nm, e polo tanto, hai unha parte do espectro visible que non permite extraelos.

6. Calcula a lonxitude das ondas materiais asociadas a:
a) Un electrón acelerado por unha diferenza de potencial de 110V.
b) Un balón de 350g que se move a unha velocidade de $30 \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.
c) Poden detectarse os efectos ondulatorios en ambos casos?
Datos: $|e| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$C ; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$kg ; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \mathrm{J \cdot s}$

a) Cálculo da velocidade do electrón:
$W_{F\ campo\ 1 \to 2} = -\Delta E_P = \Delta E_c \to |e| \cdot |\Delta V| = \frac{m_e v^2}{2}$
$$v = \sqrt{\frac{2|e||\Delta V|}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 110}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} = 6{,}2 \cdot 10^{6} \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$
Momento lineal do electrón: $p = m_e \cdot v = 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 6{,}2 \cdot 10^{6} = 5{,}6 \cdot 10^{-24} \mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-1}}$
Lonxitude de onda asociada: $\lambda = h/p = 6{,}63 \cdot 10^{-34}/5{,}6 \cdot 10^{-24} = 1{,}2 \cdot 10^{-10}\mathrm{m}$

b) Momento lineal do balón: $p = m \cdot v = 350 \cdot 10^{-3} \cdot 30 = 10{,}5 \mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-1}}$
Lonxitude de onda asociada: $\lambda = h/p = 6{,}63 \cdot 10^{-34}/10{,}5 = 6{,}3 \cdot 10^{-35}\mathrm{m}$

c) No caso do balón, a lonxitude de onda é tan pequena que non pode detectarse mediante ningún experimento. Sen embargo, no caso do electrón si se podería, concretamente, Davisson e Germer conseguiron difractar electróns demostrando, desta maneira, o Postulado de De Broglie.

7. Calcula a indeterminación na medida da velocidade das seguintes partículas:

a) Un electrón en movemento se a indeterminación na medida da súa posición é $10^{-10} m$.

b) Unha partícula de masa 200g que se move cunha velocidade de $3\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ se a indeterminación na medida da súa posición é 0,5mm.

c) Extrae conclusións dos resultados obtidos.

Datos: $\mathrm{m_e} = 9{,}1\cdot 10^{-31}\mathrm{kg}$; $\mathrm{h} = 6{,}63\cdot 10^{-34}\mathrm{J}\cdot\mathrm{s}$

Para os dous primeiros apartados: $\Delta x\cdot\Delta p_x \geq \frac{h}{2\pi} \rightarrow \Delta v_x \geq \frac{h}{2\pi m\Delta x}$

Aplicado ao apartado a): $\Delta v_x \geq \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}}{2\pi\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 10^{-10}} \rightarrow \Delta v_x \geq 1{,}2\cdot 10^{6}\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$

Aplicado ao apartado b): $\Delta v_x \geq \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}}{2\pi\cdot 200\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}5\cdot 10^{-3}} \rightarrow \Delta v_x \geq 1{,}1\cdot 10^{-30}\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$

c) Para o electrón, a indeterminación é importante xa que ten un valor moi elevado; polo tanto, para partículas subatómicas hai que aplicar a teoría cuántica.
Pola contra, no caso do apartado b, o valor da indeterminación ($\Delta \mathrm{v_x} \geq 1{,}1\cdot 10^{-30}\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$) é moi pequeno comparado co valor da velocidade ($3\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$); polo tanto, podemos concluír que a incerteza (segundo a teoría cuántica) non é detectable para obxectos macroscópicos, e podemos aplicar a mecánica clásica.

MECÁNICA CUÁNTICA. CUESTIÓNS

1. O efecto fotoeléctrico prodúcese se:

a) A intensidade da radiación é moi grande.
b) A lonxitude de onda da radiación incidente é grande.
c) O frecuencia da radiación é superior á frecuencia limiar.

SOL.: **c**

O efecto fotoeléctrico prodúcese unha vez que a enerxía do fotón incidente e quén de supera-lo traballo de extracción do metal, o cal ocorrerá unha vez superada unha determinada frecuencia limiar.

$h\nu = h\nu_0 + ½(mv^2)$

2. Se un protón e unha partícula *p* teñen a mesma enerxía cinética, e sabendo que $m_p = 4m_{H+}$, podemos afirmar que a razón entre as lonxitudes de onda asociadas a cada unha (λ_p / λ_{H+}) é:

a) 4; b) 0,5; c) 0,25

SOL.: **b**

Empregando a ecuación de De Broglie : $\lambda = h/p = h/mv$

Se teñen a mesma enerxía cinética e de acordo co dato $m_p = 4m_{H^+} \Rightarrow 2v_p = m_{H+} \rightarrow \lambda_p/\lambda_{H^+} = 1/2$

A lonxitude dunha asociada a unha partícula vén dada pola relación $\lambda = h/(mv) = h/p$. Como as enerxías cinéticas son as mesmas, as cantidades de movemento están en relación inversa á raíz cadrada das masas, e polo tanto, tamén ás lonxitudes de onda.

3. O Principio de Indeterminación de Heisenberg establece que:

a) Non hai nada máis pequeno que a constante de Planck.
b) Non se poden medir simultaneamente e con precisión ilimitada o momento lineal e a posición dunha partícula.
c) De tódalas magnitudes físicas, sómente o momento lineal e a velocidade non poden coñecerse con precisión ilimitada.

SOL.:**b**

O principio de indeterminación de Heisenberg establece que existe un límite á hora de medir ó mesmo tempo a cantidade de movemento e a posición do electrón. A restrición de Heisenberg establece que o produto das incertezas absolutas destas magnitudes conxugadas é sempre maior que $h/2\pi$.

O principio de indeterminación establécese como consecuencia da consideración das partículas como ondas e de que calquera medida que se realice sobre un sistema ten que interferir con el. Debido a isto, a determinación das magnitudes que o caracterizan sofre da variación das mesmas. O seu estudio máis detallado fai relaciona-las magnitudes por parellas, admitindo diferentes expresións, entre a que se atopa a imposibilidade de medir con precisión é tempo cantidade de movemento e posición.

4. A enerxía dun cuanto de luz dunha frecuencia dada é directamente proporcional:
a) Á velocidade da luz; b) Á lonxitude de onda; c) Á frecuencia da onda.

SOL.:**c**

Seguindo a teoría cuántica de Planck, a enerxía dun cuanto de luz será: $E = h\nu$
A enerxía dunha onda vén dada pola súa frecuencia, sendo invariable ante os cambios de medio de propagación, e polo tanto, ante variacións de velocidade e lonxitude de onda. A relación que afecta a enerxía e á frecuencia é $E=h\nu$, sendo h a constante de Planck.

5. Cando se dispersan raios X en grafito, obsérvase que emerxen fotóns de menor enerxía que a incidente e electróns de alta velocidade. Este fenómeno pode explicarse por unha colisión:
a) Totalmente inelástica entre un fotón e un átomo.
b) Elástica entre un fotón e un electrón.
c) Elástica entre dous fotóns.

SOL.: **b**

O efecto Compton é un experimento no que se facían incidir raios X sobre un corpo con electróns debilmente ligados, observándose que, ademais da radiación dispersada, da mesma lonxitude de onda, aparecía outra radiación secundaria, de lonxitude de onda sempre maior que a incidente (e polo tanto menos enerxética) e que dependía unicamente da lonxitude de onda incidente e do ángulo formado polos raios incidente e emerxente. Ademais, observábanse electróns dispersados.
Este fenómeno explícase polo comportamento corpuscular da radiación , que permite unha colisión elástica entre a partícula da radiación, "fotón", e o electrón.
A colisión entre partículas elementais e fotóns son elásticas se o resultado das mesmas seguen a se-las mesmas partículas: unha colisión inelástica requiriría a conxunción das partículas nunha única.

6. A constante de Planck vale $6{,}63.10^{-34}$J·s. Se, de pronto, aumentara o seu valor a $6{,}63.10^{34}$J·s, pasaría que:
a) A mecánica cuántica sería aplicable ó mundo macroscópico.
b) A mecánica clásica sería aplicable ó mundo microscópico.
c) A mecánica cuántica e a mecánica clásica intercambiarían os seus campos de aplicación, o mundo microscópico e macroscópico.

SOL. **a.**

O principio de indeterminación de Heisemberg: $\Delta x \Delta p \geq h/2\pi$, representa unha indeterminación inherente á propia realidade, polo que tamén existe no macrocosmos, pero o pequeno valor de h explica que só se teña en conta cando se trata de partículas subatómicas.
A constante de Planck aplícase ó mundo microscópico, indicando por exemplo o límite do produto dos erros a raíz do principio de indeterminación. Se a constante aumentara, o produto podería ser maior, e polo tanto, afectaría de xeito significativo a cosmos maiores, logo a mecánica cuántica pasaría a ser a mecánica aplicable a nivel macroscópico.

RELATIVIDADE. CUESTIÒNS

CUESTIÓNS

1. ¿Que nos di a ecuación E = mc2 ?
a) A masa e a enerxía son dúas formas da mesma magnitude.
b) A masa convértese en enerxía cando viaxa á velocidade da luz.
c) A masa convértese en enerxía cando o corpo se despraza á velocidade da luz ó cadrado.

SOL.: **a**

A ecuación $E=mc^2$ relaciona unha determinada enerxía coa masa equivalente na que é capaz de transformarse ou viceversa: Unha cantidade m de masa pode producir unha enerxía E, e unha enerxía E pode xerar unha masa m. Así, a ecuación presentada é a que nos dá a equivalencia entre masa e enerxía, proposta por Einstein e da que unha das aplicacións é o cálculo da enerxía que unha determinada cantidade de masa pode subministrar.

2. Un vehículo espacial afástase da Terra cunha velocidade de 0'5 c (c=velocidade da luz). Dende a Terra mándase un sinal luminoso e a tripulación mide a velocidade do sinal, obtendo o valor:
a) 0'5 c; b) c; c) 1'5 c

SOL.: **b**

De acordo coa teoría da relatividade especial, a velocidade da luz é independente, para cada medio, do movemento relativo dos observadores inerciais e do movemento das fontes ou focos luminosos. E, ademais é unha velocidade límite.

A velocidade da luz é independente do sistema de referencia elixido, logo no foguete ou na terra a velocidade será a mesma (De calquera xeito, a suma non sería lineal, logo non podería dar 1±0'5c).

3. Un raio de luz :
a) Ten menor enerxía se vai a menor velocidade.
b) Non varía a súa enerxía coa velocidade.
c) Non pode varia-la súa velocidade.

SOL.:**c**

De acordo cos postulados da teoría da relatividade especial, a velocidade da luz é unha invariante e independente do movemento relativo dos focos e dos observadores.
A luz, se non cambia de medio de transmisión, non varía de velocidade. E, en caso de que cambiara de medio, e polo tanto de velocidade, tampouco varía a súa enerxía, que depende da frecuencia, que non varía.

4. A ecuación de Einstein $E=mc^2$ implica que:
a) Unha determinada masa m necesita unha enerxía E para poñerse en movemento.
b) A enerxía E é a que ten unha masa m cando vai á velocidade da luz.
c) E é a enerxía equivalente a unha determinada masa.

SOL.**: c**

A ecuación $E=mc^2$ relaciona unha determinada enerxía coa masa equivalente na que é capaz de transformarse ou viceversa: Unha cantidade m de masa pode producir unha enerxía E, e unha enerxía E pode xerar unha masa m. Así, a ecuación presentada é a da equivalencia entre masa e enerxía, proposta por Einstein e na que unha das aplicacións é o cálculo da enerxía que unha determinada cantidade de masa pode subministrar.