

A LUZ. ÓPTICA XEOMÉTRICA

PROBLEMAS

1. Un espello esférico ten 0,80 m de radio.

- Se o espello é cóncavo, calcular a qué distancia hai que colocar un obxecto para obter unha imaxe real dúas veces maior que o obxecto.
- Se o espello é convexo, calcular a qué distancia hai que colocar un obxecto para obter unha imaxe dúas veces menor que o obxecto.
- Facer os diagramas de raios dos apartados a e b.

a) Aumento lateral: $\beta = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s} = 2$

Relacionamos s e s' : $|s'| = |2s|$

A imaxe é real, por tanto, $s < 0$ e $s' < 0$.

Se é cóncavo, $r < 0$

Introducimos todos os signos na ecuación dos espellos. Deste xeito, o resultado obtido terá signo contrario.

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \rightarrow \frac{1}{-2s} + \frac{1}{-s} = \frac{1}{-0,40} \rightarrow s = 0,60 \text{ m}$$

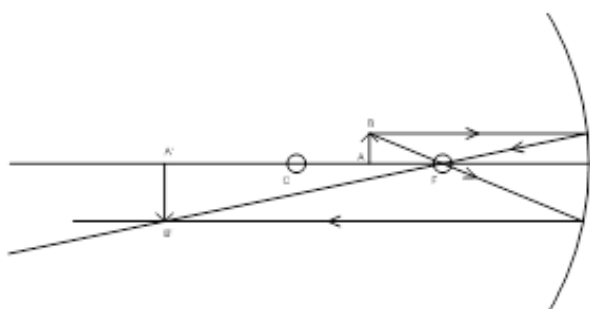
Así, segundo as normas DIN, $s = -0,60 \text{ m}$.

- b) Idéntica estratexia de resolución que o apartado anterior. $|s'| = |0,5s|$
A imaxe é virtual, por tanto $s < 0$ e $s' > 0$.

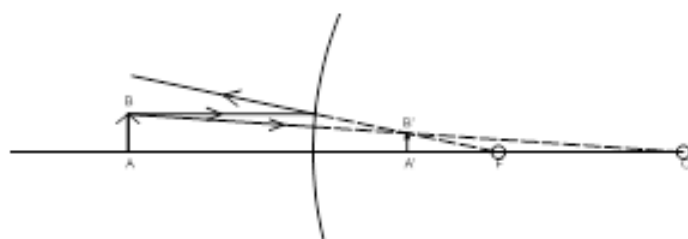
$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \rightarrow \frac{1}{0,5s} + \frac{1}{-s} = \frac{1}{0,40} \rightarrow s = 0,40 \text{ m}$$

Segundo as normas DIN, $s = -0,40 \text{ m}$

c)



apartado a

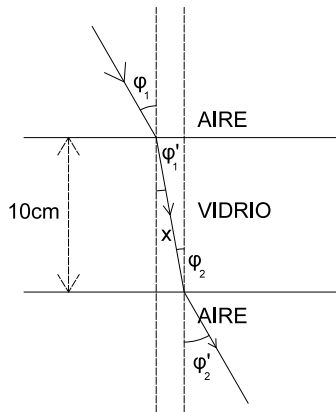


apartado b

2. Sobre unha lámina de vidro de caras plano-paralelas, de espesor 10 cm e situada no aire, incide un raio de luz cun ángulo de incidencia de 30° . Sabendo que o índice de refracción do vidro é 1,50, e o do aire a unidade:

- Facer un esquema da marcha dos raios
- Calcula a lonxitude recorrida polo raio no interior da lámina
- Calcula o ángulo que forma coa normal o raio que emerxe da lámina.

a)



b) Aplicación da lei de Snell para calcular o ángulo de refracción φ'_1 :

$$\sin \varphi_1 = n \sin \varphi'_1 \rightarrow \sin \varphi'_1 = \frac{\sin 30^\circ}{1,50} = \frac{1}{2} / \left(\frac{3}{2}\right) \rightarrow \varphi'_1 = 19,5^\circ$$

$$\cos \varphi'_1 = \frac{0,10}{x} \rightarrow x = 0,11\text{m}$$

c) Por simetría, obtemos que o ángulo de saída da lámina é o mesmo que o da entrada. Matematicamente:

$$\sin \varphi_1 = n \sin \varphi'_1 \quad (1)$$

$$n \sin \varphi_2 = \sin \varphi'_2 \quad (2)$$

$$\varphi'_1 = \varphi_2 \text{ por alternos internos: } n \sin \varphi'_1 = \sin \varphi'_2 \quad (2)$$

$$\text{Comparando as ecuacións (1) y (2): } \sin \varphi_1 = \sin \varphi'_2 \rightarrow \varphi_1 = \varphi'_2 = 30^\circ$$

3. Un proxector de cine ten unha lente converxente de 20,0 dioptrías.

- A que distancia da lente debe situarse a película se queremos que a imaxe sexa 100 veces maior que o obxecto?
- A que distancia da lente debe situarse a pantalla?
- Debuxa o diagrama de raios

a) Potencia ou converxencia da lente: $P = \frac{1}{f'} = 20,0$ dioptrías

$$\text{Aumento lateral: } \beta = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = 100$$

$$\text{Ecuación das lentes: } \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

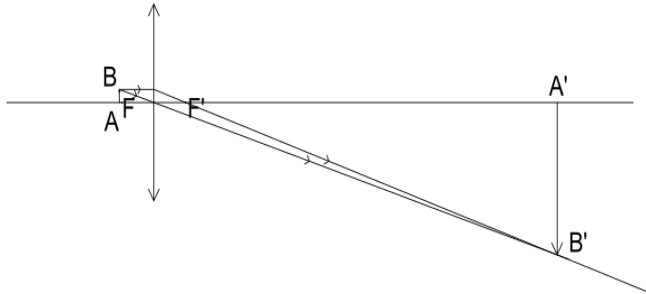
$$\text{Relación entre } s \text{ e } s' \text{ en valor absoluto: } |s'| = |100s|$$

A imaxe é real, por tanto: $s < 0$ e $s' > 0$

Introdúcense todos os signos na ecuación das lentes e, como consecuencia, o signo do resultado será contrario: $\frac{1}{100s} - \frac{1}{-s} = 20 \rightarrow s = 5,05 \cdot 10^{-2}\text{m}$

Así, segundo as normas DIN: $s = -5,05 \cdot 10^{-2}\text{m}$

- b) Da relación entre s e s' en valor absoluto: $|s'| = |100s|$ obtense $s' = 5,05$ m, que é positivo, sempre segundo as normas DIN
- c) Diagrama de raios



4. Un raio luminoso incide na superficie dun bloque de vidro cun ángulo de incidencia de 50° . Calcular as direccións dos raios:

- a) Reflectido
 b) Refractado
 c) Representar os raios reflectido e refractado

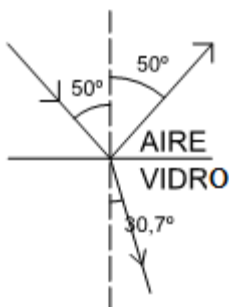
Dato: O índice de refracción do vidro é 1,50

- a) Segundo a lei de Snell, o raio reflectido forma coa normal un ángulo de 50° , igual ó de incidencia \hat{i}
- b) O raio refractado formará coa normal un ángulo \hat{r} .

Aplicando a Lei de Snell:

$$n_{\text{aire}} \cdot \sin \hat{i} = n_{\text{vidro}} \cdot \sin \hat{r} \rightarrow \sin 50^\circ = 1,5 \cdot \sin \hat{r} \rightarrow \sin \hat{r} = 0,511 \text{ e } \hat{r} = 30,7^\circ$$

- c) Representación gráfica



5. Un espello esférico cóncavo ten un radio de curvatura de 1,5 m. Determinar:

- a) A posición da imaxe dun obxecto situado diante do espello a unha distancia de 1 m
 b) A altura da imaxe, dun obxecto real de 10 cm de altura
 c) Realizar o diagrama de raios

- a) A distancia focal é igual á metade do radio de curvatura do espello $f = r/2$; como o espello é cóncavo, o seu radio de curvatura é negativo: $f = \frac{r}{2} = \frac{-1,5}{2} = -0,75$ m

A posición do obxecto é: $s = -1$ m

Introducimos todos os datos, co seu signo, na ecuación dos espellos.

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \rightarrow \frac{1}{s'} + \frac{1}{-1} = \frac{1}{-0,75} \rightarrow s' = -3 \text{ m}$$

b) O tamaño da imaxe obtémolo a partir da ecuación do aumento lateral:

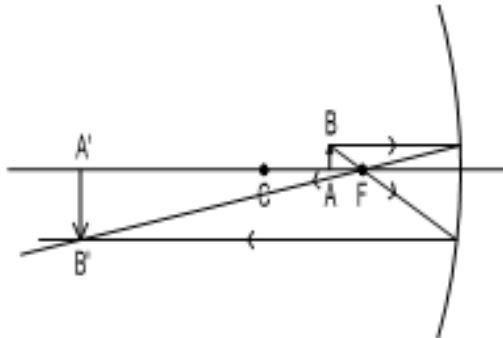
$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

$$\frac{y'}{0,1} = -\frac{3}{1} \quad y' = -0,3 \text{ m.}$$

Como y' é negativa, a imaxe é invertida e, neste caso, de maior tamaño que o obxecto.

A imaxe é real xa que s' é negativa e está a 3 metros diante do espello.

c) Imaxe real, invertida e de maior tamaño.



6. Un obxecto de 6 cm de altura está situada a unha distancia de 30 cm dun espello esférico convexo de 40 cm de radio. Determinar:

- A posición da imaxe
- O tamaño da imaxe
- Realizar o diagrama de raios

a) A distancia focal é igual á metade do radio de curvatura do espello; como o espello é convexo, o seu radio de curvatura é positivo: $f = \frac{r}{2} = \frac{0,4}{2} = 0,2 \text{ m}$

A posición do obxecto é: $s = -0,3 \text{ m}$

Introducimos todos os datos, co seu signo, na ecuación dos espellos.

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \rightarrow \frac{1}{s'} + \frac{1}{-0,3} = \frac{1}{0,2} \rightarrow s' = 0,12 \text{ m}$$

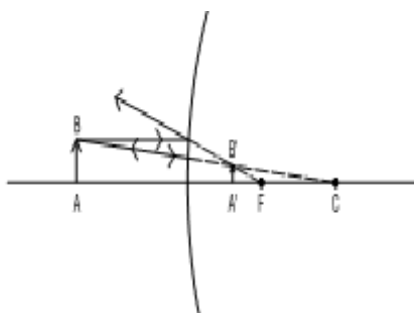
$s' = 0,12 \text{ m}$ é o punto de formación da imaxe virtual (xa que s' é positiva)

Aplicando a ecuación do aumento lateral obtemos o valor do tamaño da imaxe:

$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}; \frac{y'}{0,06} = -\frac{0,12}{-0,3} \Rightarrow y' = 0,024 \text{ m}$$

A imaxe é dereita, xa que y' é positivo, e de menor tamaño

b) Imaxe virtual, dereita e de menor tamaño.



7. Un obxecto de 4 cm de altura, está situado 20 cm diante dunha lente delgada converxente de distancia focal 12 cm. Determinar:
- A posición da imaxe
 - O tamaño da imaxe
 - Resolver o problema considerando que a lente é diverxente

- a) A posición da imaxe calculámola a partir da ecuación fundamental das lentes delgadas, tendo en conta que $f' = +0,12$ m e a posición do obxecto, $s = -0,2$ m.

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

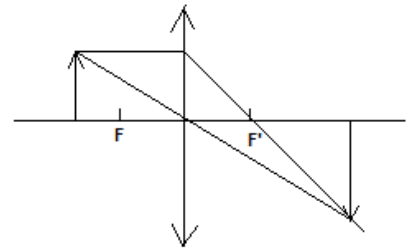
$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{-0,2} = \frac{1}{0,12} \Rightarrow s' = +0,3 \text{ m, logo a imaxe é real xa que } s' \text{ é positiva.}$$

- b) O tamaño da imaxe obtense aplicando a ecuación do aumento lateral da lente:

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

$$\frac{y'}{0,04} = \frac{0,3}{-0,2} \Rightarrow y' = -0,06 \text{ m}$$

O signo negativo indícanos que a imaxe é invertida.



- c) Para a lente diverxente aplicamos idéntica estratexia á aplicada no apartado a) pero considerando agora que $f' = -0,12$ m.

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{-0,2} = \frac{1}{-0,12} \Rightarrow s' = -7,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

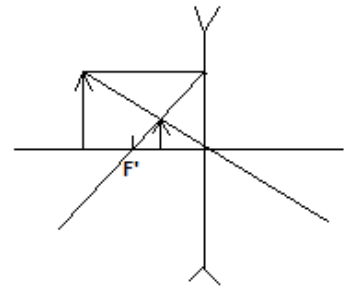
Logo a imaxe é virtual xa que s' é negativa.

Aumento lateral:

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

$$\frac{y'}{0,04} = \frac{-0,075}{-0,2} \Rightarrow y' = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

O signo positivo indícanos que a imaxe é dereita.



8.

- En qué posicións se poderá colocar unha lente converxente de + 15 cm de distancia focal imaxe, para obter a imaxe dun obxecto de 5 cm de altura sobre unha pantalla situada a 80 cm del?
- Os aumentos laterais e os tamaños das imaxes
- Realizar o diagrama de raios considerando unha das posicións do apartado a)

- a) A suma dos valores absolutos de s e s' será 80 cm; tendo en conta que s' é positivo e s negativo, teremos que $s' = 0,80 + s$

- b) Aplicando a ecuación das lentes $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$ $\Rightarrow \frac{1}{0,8+s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{0,15}$

$$s^2 + 0,8s + 0,12 = 0$$

$$s = -0,2 \text{ m ou } s = -0,6 \text{ m}$$

As dúas posicións son a 20 cm e 60 cm do obxecto

- c) Lente próxima

Se $s = -0,2 \text{ m} \rightarrow s' = 0,6 \text{ m}$; xa que a suma en valores absolutos de s e s' é 0,8.

Aumento

lateral:

$$\beta = \frac{s'}{s} \Rightarrow \beta = \frac{0,6}{-0,2} = -3$$

Tamaño da imaxe: $\beta = \frac{y'}{y} \Rightarrow y' = \beta \cdot y = -3 \cdot 0,05 = -0,15$ m

O signo negativo indícanos que a imaxe é invertida.

Lente afastada:

Se $s = -0,6$ m $\rightarrow s' = 0,2$ m

Aumento lateral:

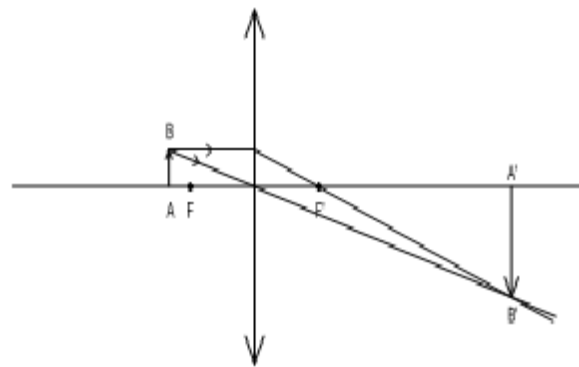
$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

$$\beta = \frac{s'}{s} = \frac{0,2}{-0,6} = -0,33$$

Tamaño da imaxe: $\beta = \frac{y'}{y} \Rightarrow y' = \beta \cdot y = -0,33 \cdot 0,05 = -0,017$ m

O signo negativo indícanos que a imaxe é invertida.

d) Diagrama no caso $s = -0,2$ m e $s' = 0,6$ m



CUESTIONS

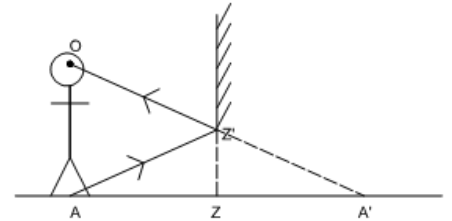
1. Os ollos dunha persoa están a 1,70m do chan. A que altura sobre o chan debe estar a parte inferior dun espello plano para que esta persoa vexa a imaxe dos seus pés?
 a) 0,85m ; b) 1m ; c) 1,70m.

SOL. a

O ollo sempre ve na dirección do raio que lle chega, polo tanto debe recibir un raio procedente dos pés para que poida velos. A imaxe nun espello plano é virtual, dereita, co mesmo tamaño e simétrica respecto do espello.

Triángulos semellantes: AOA' e $ZZ'A'$.

$$\frac{1,70}{ZZ'} = \frac{2ZA'}{ZA'} \rightarrow ZZ' = 0,85\text{m}$$



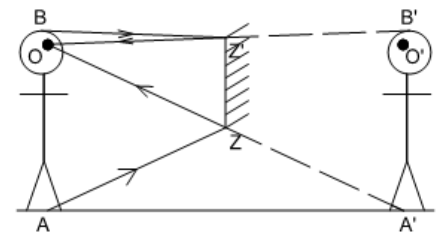
2. A altura mínima dun espello plano para que unha persoa poda verse de corpo enteiro é:
 a) igual á altura da persoa ; b) a metade de dita altura ; c) a terceira parte de dita altura.

SOL. b

O ollo sempre ve na dirección do raio que lle chega. Para verse de corpo enteiro, é necesario que reciba raios dos pés e da parte superior da cabeza. A imaxe nun espello plano é virtual, dereita, do mesmo tamaño e simétrica respecto do espello.

Os triángulos OZZ' e $OA'B'$ son semellantes:

$$\frac{OZ'}{OB'} = \frac{ZZ'}{A'B'} \rightarrow \frac{OZ'}{2OZ'} = \frac{ZZ'}{A'B'} \rightarrow ZZ' = \frac{1}{2}A'B'$$



3. A profundidade real dunha piscina con respecto á observada é: a) menor ; (b) maior ; (c) igual.
 Dato: os índices de refracción da auga e o aire son $4/3$ e 1 , respectivamente.

SOL. b

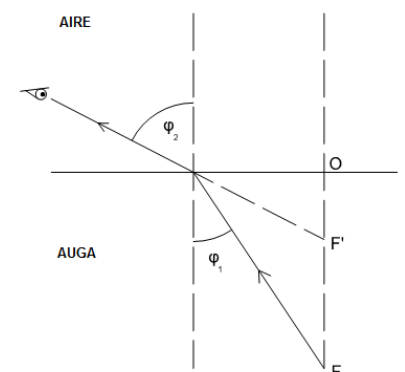
Expresión da invariante de Abbe, aplicada a un dioptrio plano: $\frac{n_1}{s} = \frac{n_2}{s'}$

$$OF = s$$

$$OF' = s'$$

$$s = s' \frac{n_1}{n_2} \rightarrow s = \frac{4}{3} \cdot s' \rightarrow s > s' \text{ debido á refracción da luz.}$$

Logo a profundidade real é maior que a observada.



4. Un ollo miope ten o punto remoto a 125 cm. Calcula a potencia e indica o tipo de lente que se debe empregar para que os raios que veñen do infinito converxan na retina do ollo.

- a) +0,8 dioptrías, lente converxente ; b) -0,8 dioptrías, lente diverxente ; c) -1,25 dioptrías, lente diverxente.

Nota: Para un ollo sano, o punto próximo está a 25cm e o punto remoto, no infinito.

SOL. **b**

A lente sitúa a un obxecto que se atopa moi lonxano ($s \approx -\infty$) a 125 cm diante da mesma ($s' = -1,25m$), e deste xeito é visto polo ollo.

$$P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} \rightarrow P = \frac{1}{-1,25} = -0,8 \text{ dioptrías : lente diverxente}$$

5. Calcula a potencia e indica o tipo de lente que necesita para ler unha persoa cuxo punto próximo se atopa a 1 m.

a) +3 dioptrías, lente converxente ; b) -3 dioptrías, lente diverxente ; c) +0,33 dioptrías, lente converxente.

Nota: Para un ollo san, o punto próximo está a 25cm e o punto remoto, no infinito.

SOL. **a**

Debe empregarse unha lente converxente de distancia focal superior a 25cm para que a imaxe se forme, como mínimo a un metro.

Distancia (típica de lectura) obxecto: $s = -0,25m$

Distancia imaxe: $s' = -1m$

$$P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} \rightarrow P = \frac{1}{-1} - \frac{1}{-0,25} = +3 \text{ dioptrías : lente converxente}$$

6. A distancia focal do sistema formado por unha lente converxente de 2 dioptrías e outra diverxente de 4,5 dioptrías é: a) -0,4m; b) -0,65m; c) 2,5m

SOL. **a**

A potencia do sistema será: $P = P_1 + P_2 = 2 + (-4,5) = -2,5$ dioptrías

Polo que a distancia focal sería: $P = 1/f' \Rightarrow f' = 1/(-2,5) = -0,4$ m

7. A teoría ondulatoria de Huygens sobre a natureza da luz vén confirmada polos fenómenos:

- a) Reflexión e formación de sombras.
- b) Refracción e interferencias.
- c) Efecto fotoeléctrico e efecto Compton.

SOL. **b**

Huygens explicou a reflexión e a refracción da luz a partir da consideración de que cada punto da fronte de ondas é un novo foco luminoso, e polo tanto, a partir deles se constrúe unha nova fronte de ondas que se propaga polo espacio. A enerxía estaría distribuída uniformemente por toda a fronte de ondas.

8. Cando un raio de luz pasa do aire a auga, non cambia a:

- a) Velocidade de propagación. b) Frecuencia. c) Lonxitude de onda.

SOL. **b**

Cando un raio de luz cambia de medio, está a modifica-la súa velocidade de propagación xa que se altera a súa lonxitude de onda. A frecuencia non cambia porque o foco emisor é o mesmo, e a frecuencia depende dese foco emisor. No paso do aire á auga prodúcese un cambio nas características do medio de propagación, polo tanto, do espacio e nas características espaciais da onda, pero non nas temporais. As características exclusivamente temporais dunha onda son frecuencia e período.

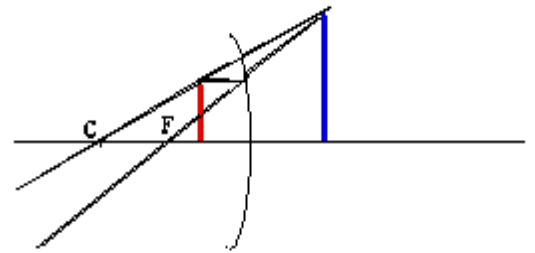
9. Para afeitarse, unha persoa precisa ve-la súa imaxe dereita e do maior tamaño posible. Que clase de espello debe usar?

- a) Plano; b) Cóncavo; c) Convexo

SOL. b

Deberá empregar un espello que permita a obtención de imaxes aumentadas, de aí que o espello deba ser cóncavo, colocándose entre o foco e o punto O.

Dita construción corresponde a unha distancia entre obxecto e espello inferior á distancia focal



10. Cando a luz pasa dun medio a outro de distinto índice de refracción, o ángulo de refracción é:

- a) Sempre maior que o de incidencia.
b) Sempre menor que o de incidencia.
c) Depende dos índices de refracción.

SOL. c

$$\text{Aplicando a 2ª lei de Snell: } n_1 \cdot \text{sen} \hat{i} = n_2 \cdot \text{sen} \hat{r} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{\text{sen} \hat{r}}{\text{sen} \hat{i}}$$

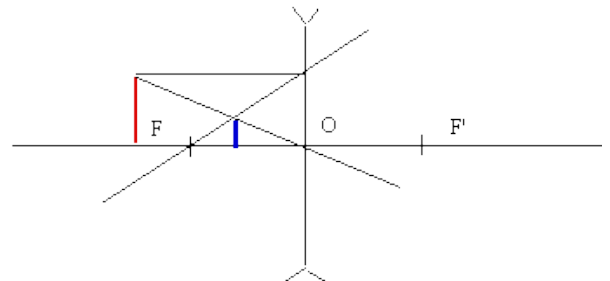
A relación entre os ángulos dependerá da relación dos índices de refracción.

11. Nas lentes diverxentes a imaxe sempre é:

- a) Dereita, menor e virtual; b) Dereita, maior e real; c) Dereita, menor e real.

SOL. a

Dacordo coa representación gráfica:



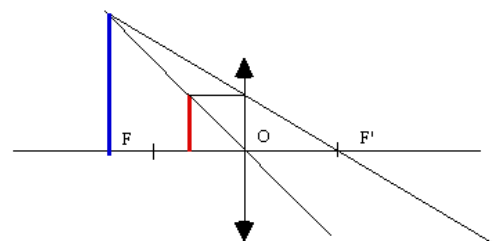
12. Nas lentes converxentes a imaxe é:

- a) Dereita, menor e virtual; b) Dereita maior e real. c) Depende da posición do obxecto.

SOL. c

Dependerá da posición relativa do obxecto respecto do foco e do centro da lente.

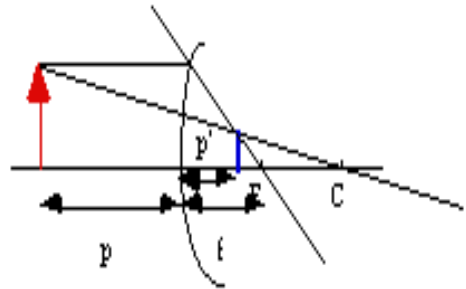
Depende da posición do obxecto, xa que se está máis separado da lente que 2 veces a distancia focal, terá unha imaxe real, invertida e menor. Cunha separación igual a 2f, a imaxe será real, invertida e do mesmo tamaño. Se está situado entre f e 2f, a imaxe será real, invertida e maior. Para distancias menores, a imaxe é virtual, dereita e maior.



13. Dispomos dun espello convexo de radio de curvatura 1 m. Como é a imaxe dun obxecto real?
- Real, invertida e de menor tamaño.
 - Virtual, invertida e de maior tamaño.
 - Virtual, dereita e de menor tamaño.

SOL. **c**

De acordo coa marcha dos raios:



14. Ó colocar un obxecto a 15 cm de distancia dunha lente converxente de 30 cm de distancia focal. A imaxe formada é:
- Real, invertida e aumentada.
 - Virtual, dereita e aumentada.
 - Real, dereita e reducida.

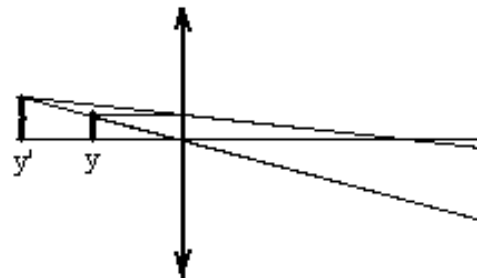
SOL. **b**

Facendo a marcha dos raios correspondente resultará que a imaxe será virtual, dereita e aumentada.

15. Nos autobuses urbanos colócase un espello sobre a porta para que o condutor poida observar o interior do autobús na súa totalidade. ¿Como é o espello?.
- Cóncavo; b) Convexo; c) Plano.

SOL. **b**

A solución é escollida de tal xeito que en calquera caso, a imaxe dun obxecto se vexa na área espellada, para o que é necesario reducir o tamaño da imaxe respecto do obxecto, cousa que se consegue cos espellos convexos.



16. As gafas de corrección da miopía usan lentes que son:
- Converxentes; b) Diverxentes; c) Doutro tipo.

SOL. **b**

As lentes de corrección da miopía úsanse para que unha imaxe que se forma adiantada se forme máis atrás no ollo, evitando forzar o mesmo e a mala visión en caso de non poder forzalo abondo. Para isto necesitan facer diverxer os raios de luz que inciden nela

17. Queremos facer pasar un raio de luz a través dun vidro, de xeito que non se desvíe. Terá que ser:
- Unha lente plana paralela, en calquera posición.
 - Non se pode facer.
 - Calquera lente, atravesándoa polo eixe óptico.

SOL. c

Toda lente, ó ser atravesada por un raio conducido a traveso do seu eixe óptico, non o desvía, pois implica que as superficies que ten que atravesar son perpendiculares ó raio incidente.

18. Unha lámpada está acendida nunha lámpada que ten unha pantalla reflectora en forma de pirámide de cono truncada. A razón é:

- a) Iluminar por igual en toda a superficie.
- b) Concentrar a maior potencia luminosa posible sobre a superficie iluminada.
- c) Evitar cegamentos.

SOL. b

A pantalla reflicte parte da luz que, doutro xeito, sería inservible para o uso que se lle quere dar, concentrándoa sobre a superficie iluminada e aumentando a intensidade luminosa nela. O apartado c) tamén é certo para determinadas posicións do observador, se ben parte do malestar visual deste tipo ten outras causas, como o reflexo no papel, por exemplo.

19. Dous raios de luz inicialmente paralelos, crúzanse despois de atravesar unha lente. Eso pode darse en caso de que teñamos:

- a) Unha lente de vidro bicóncava en aire.
- b) Un oco bicóncavo cheo de aire no interior dunha masa de vidro.
- c) Necesariamente con outra disposición diferente das anteriores.

SOL. b

Cando os índices de refracción da lente e o medio "externo" de transmisión intercambian os seus valores, o efecto que produce tamén se invirte. Estamos afeitos a ter lentes de vidro actuando no aire, e en tal caso actuarán como lentes diverxentes. Pero, se o índice de refracción interior é menor que o exterior, entón o efecto é o contrario: son lentes converxentes.

20. O ángulo formado polo raio incidente e o reflectido nun espello é α . Se o espello rota no sentido horario un ángulo β nun eixe perpendicular ó formado polos dous raios anteriores, o novo ángulo que formarán entre eles é:

- a) $\alpha+\beta$; b) $\alpha+2\beta$; c) $\alpha-\beta$

SOL. b

Cando o espello rota, varía o ángulo de incidencia no mesmo valor que o ángulo de xiro. Como na reflexión se cumpre que o ángulo de incidencia e o de reflexión son iguais, a separación entre ambos varía ese mesmo valor dúas veces.

A ter en conta que se o ángulo é en sentido contrario, poden "cambiarse de lado" os raios incidente e reflectido, así como se o ángulo de incidencia chegara a 90° , entón xa non incidiría e polo tanto non se reflectiría.