Problemas

P1 Un satélite artificial describe unha órbita circular de radio 2 R_T en torno á Terra. Calcula.
a) A velocidad lineal e angular do satélite na órbita.
b) Ol peso do satélite na órbita se na superficie da Terra pesa 5000 N (Debuxa as forzas que actúan sobre o satélite)

Datos. G=6,67 10^{-11} Nm^2/kg^2; R_T = 6 370 km, g_0 = 9.81 m/s^2

P2. En cada un dos tres vértices dun cadrado de 2 metros de lado hai unha masa de 10 kg. Calcula.

a) O campo e o potencial gravitatorios creados por esas masas no vértice valeiro.
b) A enerxía empregada para trasladar una cuarta masa de 1 kg dende o infinito ao centro do cadrado.

Datos. G=6,67 10^{-11} Nm^2/kg^2 As masas considéranse puntuais.

P3 Os satélites Meteosat son satélites xeoestacionarios (situados sobre o Ecuador terrestre e co mesmo período orbital da terra, 1 día). Calcula.

a) Altura a que se atopan, respecto da superficie terrestre.
b) Forza exercida sobre o satélite.
c) Enerxía mecánica.

Datos. G= $6{,}67\times10^{-11}$N $m^2 \cdot kg^{-2}$; R_T = 6 370 km, $M_T = 5{,}98\times10^{24}$kg, m_s = 800 Kg

Cuestiones

C1 Se unha masa se move estando sometida soamente á acción dun campo gravitacional.

a) Aumenta su energía potencial.
b) Conserva su energía mecánica.
c) Disminuye su energía cinética.

C2. A velocidade de escape que se debe comunicar aun corpo inicialmente en repouso na superficie da Terra de masa M e radio Ro para que escape da interacción gravitacional é:

a) Maior ca $(2GM/R_0)^{1/2}$
b) Menor ca $(2GM/R_0)^{1/2}$
c) Igual a $(g_0/R_0)^{1/2}$

C3 Dous satélites artificiais de masa M_A e M_B ($M_A = 2M_B$) xiran arredor da terra nunha órbita circular de raio R.

a) Teñen a mesma velocidade de escape.
b) Teñen diferente período de rotación
c) Teñen a mesma enerxía mecánica.

P1

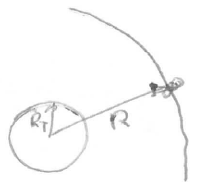
$R = 2R_T$

$G = 6'67\ 10^{-11}\ \frac{N\,m^2}{kg^2}$

$R_T = 6370$ km

$g_0 = 9'81\ m/s^2$

a)



Teniendo en cuenta que la única fuerza que actúa sobre el satélite es la fuerza gravitatoria y la 2 ley de Newton

$$F_g = m_s a_c \quad \text{(en módulo)}$$

$$\frac{G M_T \cancel{m_s}}{R^2} = \cancel{m_s} \frac{V^2}{R}$$

$$\boxed{V = \sqrt{\frac{G M_T}{R}} = \sqrt{\frac{G M_T R_T^2}{R\, R_T^2}} = \sqrt{g_0 \frac{R_T^2}{R}} = 5589'7\ m/s}$$

$$\boxed{\omega = \frac{V}{R} = 4'38 \cdot 10^{-4}\ rad/s}$$

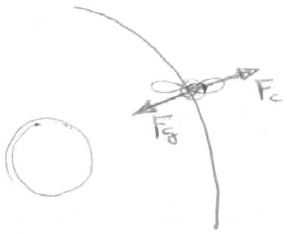
b) El peso de un cuerpo es la fuerza gravitatoria con la que la Tierra u otro planeta lo atrae hacia sí, de modo que

$$P = F_g = m_s g \xrightarrow[\text{Tierra}]{\text{en la}} P = m_s g_0$$

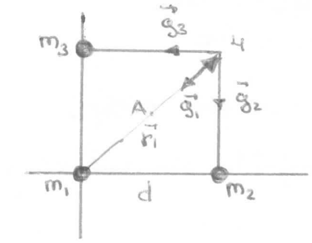
$$5000 = m_s\ 9'81 \Rightarrow m_s = 509'7\ kg$$

$$F_g = m_s \frac{G M_T}{R^2} \frac{R_T^2}{R_T^2}$$

$$F_g = m_s g_0 \frac{R_T^2}{R^2} = m_s g_0 \frac{\cancel{R_T^2}}{4\cancel{R_T^2}} = \boxed{1250\ N}$$



P2



$m_1 = m_2 = m_3 = 10$ kg

$d = 2$ m.

a)

$$\boxed{\vec{g}(2,2) = \vec{g}_1(2,2) + \vec{g}_2(2,2) + \vec{g}_3(2,2) = -2'26\ 10^{-10}\ \vec{i} - 2'26 \cdot 10^{-10}\ \vec{j}\ N/kg}$$

$$\vec{g}_1 = -G \frac{m_1}{R_1^2} \vec{u}_{r_1} = -6'67\ 10^{-11} \frac{10}{(2\sqrt{2})^2} \frac{2\vec{i} + 2\vec{j}}{\sqrt{8}} = -5'89\ 10^{-11}\ \vec{i} - 5'89\ 10^{-11}\ \vec{j}\ N/kg$$

$$\vec{g}_2 = -G \frac{m_2}{r_2^2} \vec{u}_{r_2} = -6'67\ 10^{-11} \frac{10}{2^2}\ \vec{j} = -1'67\ 10^{-10}\ \vec{j}\ N/kg$$

$$\vec{g}_3 = -G \frac{m_3}{r_3^2} \vec{u}_{r_3} = -6'67 \cdot 10^{-11} \frac{10}{2^2}\ \vec{i} = -1'67\ 10^{-10}\ \vec{i}\ N/kg$$

$$\boxed{V(2,2) = V_1(2,2) + V_2(2,2) + V_3(2,2) = -9'028 \cdot 10^{-10}\ J/kg}$$

$$V_1(2,2) = -G \frac{m_1}{r_1} = -6'67 \cdot 10^{-11} \frac{10}{\sqrt{8}} = -2'358\ 10^{-10}\ J/kg$$

$$V_2(2,2) = -G \frac{m_2}{r_2} = -6'67\ 10^{-11} \frac{10}{2} = -3'335\ 10^{-10}\ J/kg$$

$$V_3(2,2) = -G \frac{m_3}{r_3} = -6'67 \cdot 10^{-11} \frac{10}{2} = -3'335\ 10^{-10}\ J/kg$$

b)

$$\boxed{W_{\infty \to A} = -\Delta E_p = E_{p\infty} - E_{pA} = 1'4\ 10^{-9}\ J}$$

← Como $W > 0 \Rightarrow$ es la fuerza gravitatoria quien realiza el trabajo $\Rightarrow$ es un proceso "espontáneo".

$E_{p\infty} \to 0$ J

$$E_{pA} = E_{pA1} + E_{pA2} + E_{pA3}$$

$$= -\frac{G m_1 m}{r_{1A}} - \frac{G m_2 m}{r_{2A}} - \frac{G m_3 m}{r_{3A}} = -G m \left(\frac{m_1}{r_{1A}} + \frac{m_2}{r_{2A}} + \frac{m_3}{r_{3A}} \right)$$

$$= -6'67\ 10^{-11} \cdot 1 \left(\frac{10}{\sqrt{2}} + \frac{10}{\sqrt{2}} + \frac{10}{\sqrt{2}} \right) = -1'4 \cdot 10^{-9}\ J$$

P3

$T =$ día
$= 8'64 \cdot 10^4 s$

$G = 6'67 \cdot 10^{-11} \frac{N m^2}{Kg^2}$

$R_T = 6370$ km

$M_T = 5'98 \cdot 10^{24}$ Kg

$m_s = 800$ Kg

a) $F_g = m_s a_c$

$$G \frac{M_T m_s}{R^2} = m_s \frac{v^2}{R}$$

$$G \frac{M_T}{R} = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2}$$

$T = \frac{2\pi R}{v} \Rightarrow v = \frac{2\pi R}{T}$

$$R = \sqrt[3]{\frac{G M_T T^2}{4\pi^2}} = 42250 \text{ km} \Rightarrow \boxed{h = 35880 \text{ km}}$$

b) $\boxed{F = +G \frac{M_T m_s}{R^2} = 178'75 \text{ N}}$

c) La energía de un satélite en órbita viene dada por la expresión

$$\boxed{E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} E_p = -\frac{1}{2} G \frac{M_T m_s}{R} = -3'78 \cdot 10^9 \text{ J}}$$

C1 En un campo gravitatorio la fuerza a la que estaría sometida una masa sería la fuerza gravitatoria, la cual es una fuerza central y por tanto conservativa, gracias a lo cual la E_m es constante (ppio. de conservación de la energía mecánica) $\Rightarrow$ respuesta correcta b)

$\left.\begin{array}{l} E_m = \Delta E_c \\ E_m = -\Delta E_p \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \Delta E_c = -\Delta E_p \\ E_{cB} - E_{cA} = E_{pA} - E_{pB} \\ E_{mA} = E_{mB} \end{array}$

C2 La velocidad de escape es la velocidad que debemos comunicar a un cuerpo para que escape de su atracción (llegue al infinito) y llegue al infinito sin velocidad. Así

$$E_{mA} = E_B$$

$$E_{cA} + E_{pA} = \cancel{E_{cB}}^{0} + \cancel{E_{pB}}^{0}$$

$$\frac{1}{2} m_s V_A^2 + \left(-G \frac{M_T m_s}{R_0}\right) = 0$$

donde $\left\{ \begin{array}{l} A \equiv \text{pto. superficie planeta} \\ B \equiv \text{infinito} \end{array} \right.$

$$V_e = \sqrt{\frac{2 G M_T}{R_0}}$$

$\Rightarrow$ La respuesta correcta es a) aunque en este caso el cuerpo llegaría al infinito con velocidad no nula.

C3 Teniendo en cuenta que la velocidad de escape viene dada por la expresión:

$$V_e = \sqrt{\frac{2 G M_T}{R}}$$ (calculada en el apartado anterior)

observamos que solo depende de la distancia a la que se encuentre del centro del planeta, y no de la masa del satélite, de modo que ambos tendrán la misma velocidad de escape!!