

## ● PROBLEMAS

1. La ecuación de una onda transversal que se propaga a través de una cuerda es  $y = 0,1 \text{ sen } [2\pi (0,4 t - 6,25 x)]$  (sistema internacional). Determina:
- La amplitud, longitud de onda, frecuencia, constante y velocidad de propagación.
  - Velocidad y aceleración transversal de las partículas del medio en  $x = 0$ ,  $t = T/2$ .

(P.A.U. Set. 99)

Rta.: a)  $A = 0,1 \text{ m}$ ;  $\lambda = 0,16 \text{ m}$ ;  $f = 0,4 \text{ Hz}$ ;  $k = 39 \text{ rad/m}$ ;  $v_p = 0,064 \text{ m/s}$ ; b)  $v = -0,25 \text{ m/s}$ ;  $a = 0$ 

2. Una onda se transmite a lo largo de una cuerda. El punto situado en  $x = 0$  oscila según la ecuación  $y = 0,1 \text{ cos } 10\pi t$  y otro punto situado en  $x = 0,03 \text{ m}$  oscila según la ecuación  $y = 0,1 \text{ cos } (10\pi t - \pi/4)$ . Calcula:
- La constante de propagación, la velocidad de propagación y la longitud de onda.
  - La velocidad de oscilación de un punto cualquiera de la cuerda.

(P.A.U. Jun. 06)

Rta.: a)  $k = 26 \text{ rad/m}$ ;  $v_p = 1,2 \text{ m/s}$ ;  $\lambda = 0,24 \text{ m}$ ; b)  $v = -\pi \cdot \text{sen } (10\pi t - 25/3\pi x) \text{ m/s}$ 

3. La función de onda que describe la propagación de un sonido es  $y(x) = 6 \times 10^{-2} \text{ cos}(628 t - 1,90 x)$  (magnitudes en el sistema internacional). Calcula:
- La frecuencia, longitud de onda y velocidad de propagación.
  - La velocidad y la aceleración máximas de un punto cualquier del medio en el que se propaga la onda.

(P.A.U. Set. 04)

Rta.: a)  $f = 100 \text{ Hz}$ ;  $\lambda = 3,31 \text{ m}$ ;  $v_p = 330 \text{ m/s}$ ; b)  $v_{\text{máx}} = 40 \text{ m/s}$ ;  $a_{\text{máx}} = 2 \times 10^4 \text{ m/s}^2$ 

4. Una onda armónica transversal se propaga en la dirección del eje  $x$ :  $y(x, t) = 0,5 \text{ sen } (4x - 6t)$  (S.I.). Calcula:
- La longitud de onda, la frecuencia con la que vibran las partículas del medio y la velocidad de propagación de la onda.
  - La velocidad de un punto situado en  $x = 1 \text{ m}$  en el instante  $t = 2 \text{ s}$
  - Los valores máximos de la velocidad y la aceleración.

(P.A.U. Set. 08)

Rta.: a)  $\lambda = 1,6 \text{ m}$ ;  $f = 0,96 \text{ Hz}$ ;  $v_p = 1,5 \text{ m/s}$ ; b)  $v_1 = 0,44 \text{ m/s}$ ; c)  $v_{\text{máx}} = 3 \text{ m/s}$ ;  $a_{\text{máx}} = 18 \text{ m/s}^2$ 

5. La ecuación de propagación de un movimiento ondulatorio es  $y(x, t) = 2 \text{ sen}(8\pi t - 4\pi x)$  (S.I.)
- ¿Cuál es la amplitud, la frecuencia y la velocidad de propagación de la onda?
  - ¿Cuál es (en función del tiempo) la velocidad y la aceleración de un punto para el que  $x$  es constante?

(P.A.U. Set. 01)

Rta.: a)  $A = 2 \text{ m}$ ;  $f = 4 \text{ Hz}$ ;  $v_p = 2 \text{ m/s}$ ; b)  $v = 50 \text{ cos}(8\pi t - 4\pi x) \text{ m/s}$ ;  $a = -1,3 \times 10^3 \text{ sen}(8\pi t - 4\pi x) \text{ m/s}^2$ 

6. La ecuación de una onda sonora que se propaga en la dirección del eje  $X$  es:  $y = 4 \text{ sen } 2\pi (330 t - x)$  (S.I.). Halla:
- La velocidad de propagación.
  - La velocidad máxima de vibración de un punto del medio en el que se transmite la onda.
  - Define la energía de una onda armónica.

(P.A.U. Set. 07)

Rta.: a)  $v_p = 330 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ; b)  $v_{\text{máx}} = 8,3 \times 10^3 \text{ m/s}$ 

7. Por una cuerda tensa se propaga una onda transversal con amplitud  $5 \text{ cm}$ , frecuencia  $50 \text{ Hz}$  y velocidad de propagación  $20 \text{ m/s}$ . Calcula:
- La ecuación de onda  $y(x, t)$
  - Los valores del tiempo para los que  $y(x, t)$  es máxima en la posición  $x = 1 \text{ m}$

(P.A.U. Jun. 04)

Rta.: a)  $y = 0,05 \cdot \text{sen}(100\pi t - 5\pi x) \text{ [m]}$ ; b)  $t = 0,055 + 0,01 n \text{ [s]}$ , ( $n = 0, 1, 2 \dots$ )

8. Una onda periódica viene dada por la ecuación  $y(t, x) = 10 \text{ sen } 2\pi(50 t - 0,2 x)$  en unidades del S.I. Calcula:
- Frecuencia, velocidad de fase y longitud de onda.
  - La velocidad máxima de una partícula del medio y los valores del tiempo  $t$  para los que esa velocidad es máxima (en un punto que dista  $50 \text{ cm}$  del origen)

(P.A.U. Set. 05)

Rta.: a)  $f = 50 \text{ Hz}$ ;  $\lambda = 5,0 \text{ m}$ ;  $v_p = 250 \text{ m/s}$ ; b)  $v_{\text{máx}} = 3,1 \text{ km/s}$ ;  $t = 0,002 + 0,010 n \text{ [s]}$ , ( $n = 0, 1, 2 \dots$ )

9. Una onda armónica transversal se propaga en el sentido positivo del eje  $x$  con velocidad  $v = 20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . La amplitud de la onda es  $A = 0,10 \text{ m}$  y su frecuencia es  $f = 50 \text{ Hz}$ .
- Escribe la ecuación de la onda.
  - Calcula la elongación y la aceleración del punto situado en  $x = 2 \text{ m}$  en el instante  $t = 0,1 \text{ s}$ .
  - ¿Cuál es la distancia mínima entre dos puntos situados en oposición de fase?

(P.A.U. Set. 11)

Rta.: a)  $y = 0,10 \cdot \sin(100\pi t - 5\pi x)$  [m];  $y = 0$ ;  $a = 0$ ; c)  $\Delta x = 0,20 \text{ m}$ 

10. Una onda plana se propaga en la dirección  $x$  positiva con velocidad  $v = 340 \text{ m/s}$ , amplitud  $A = 5 \text{ cm}$  y frecuencia  $f = 100 \text{ Hz}$  (fase inicial  $\varphi_0 = 0$ )
- Escribe la ecuación de la onda.
  - Calcula la distancia entre dos puntos cuya diferencia de fase en un instante dado es  $2\pi/3$ .

(P.A.U. Jun. 05)

Rta.: a)  $y = 0,05 \cdot \sin(200\pi t - 0,588\pi x)$  [m]; b)  $\Delta x = 1,13 \text{ m}$ 

11. La ecuación de una onda es  $y(x, t) = 2 \cos 4\pi (5t - x)$  (S.I.). Calcula:

- La velocidad de propagación.
- La diferencia de fase entre dos puntos separados  $25 \text{ cm}$ .
- En la propagación de una onda ¿qué se transporta materia o energía? Justifícalo con un ejemplo.

Rta.: a)  $v_p = 5 \text{ m/s}$ ; b)  $\Delta\varphi = \pi \text{ rad}$ 

(P.A.U. Jun. 09)

12. La ecuación de una onda transversal es  $y(t, x) = 0,05 \cos(5t - 2x)$  (magnitudes en el S.I.). Calcula:

- Los valores de  $t$  para los que un punto situado en  $x = 10 \text{ m}$  tiene velocidad máxima.
- ¿Qué tiempo ha de transcurrir para que la onda recorra una distancia igual a  $3\lambda$ ?
- ¿Esta onda es estacionaria?

Rta.: a)  $t_n = 4,3 + 0,63n$  [s], ( $n = 0, 1, 2 \dots$ ); b)  $t_b = 3,8 \text{ s}$ 

(P.A.U. Jun. 07)

13. La ecuación de una onda es  $y(t, x) = 0,2 \sin \pi (100t - 0,1x)$ . Calcula:

- La frecuencia, el número de ondas  $k$ , la velocidad de propagación y la longitud de onda.
- Para un tiempo fijo  $t$ , ¿qué puntos de la onda están en fase con el punto que se encuentra en  $x = 10 \text{ m}$ ?
- Para una posición fija  $x$ , ¿para qué tiempos el estado de vibración de ese punto está en fase con la vibración para  $t = 1 \text{ s}$ ?

(P.A.U. Jun. 10)

Rta.: a)  $f = 50 \text{ Hz}$ ;  $k = 0,31 \text{ rad/m}$ ;  $v = 1,0 \times 10^3 \text{ m/s}$ ;  $\lambda = 20 \text{ m}$ ; b)  $x = 10 + 20n$ ; c)  $t = 1,0 + 0,020n$ 

14. Una onda armónica se propaga en dirección  $x$  con velocidad  $v = 10 \text{ m/s}$ , amplitud  $A = 3 \text{ cm}$  y frecuencia  $f = 50 \text{ s}^{-1}$ . Calcula:

- La ecuación de la onda.
- La velocidad y aceleración máxima de un punto de la trayectoria.
- Para un tiempo fijo  $t$ , ¿qué puntos de la onda están en fase con el punto  $x = 10 \text{ m}$ ?

(P.A.U. Set. 10)

Rta.: a)  $y = 0,030 \sin(100\pi t - 10\pi x)$  [m]; b)  $v_{\text{máx}} = 9,42 \text{ m/s}$ ;  $a_{\text{máx}} = 2,96 \times 10^3 \text{ m/s}^2$ ; c)  $x' = 10 + 0,2n$

ONDAS II

1)  $y = 0.1 \sin(2\pi(0.47t + 6.25x))$

a)  $\Delta = 0.1 \text{ m}$   
 $\lambda = \frac{1}{6.25} = 0.16 \text{ m}$   
 $f = 0.4 \text{ Hz}$   
 $k = \frac{2\pi}{\lambda} = 39.3 \text{ m}^{-1}$

b)  $y = 0.124 \cdot 0.4 \cos(2\pi(0.47t - 6.25x))$   
 $v = 0.25 \cos(2\pi(0.47t - 6.25x))$   
 $v(x=0, t = T/2) = -0.25 \text{ m/s}$

$a = -0.1(2\pi \cdot 0.4)^2 \sin(0.8\pi t - 12.5\pi x)$   
 $a = -0.99 \sin(0.8\pi t - 12.5\pi x)$   
 $a(x=0, t = T/2) = 0 \text{ m/s}^2$

2)  $x = 0 \rightarrow y = 0.1 \cos 10\pi t$   
 $x = 0.03 \rightarrow y = 0.1 \cos(10\pi t - \frac{\pi}{4})$

a)  $\omega = 10\pi \Rightarrow f = 5 \text{ Hz}$   
 $k \cdot 0.03 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow k = 26.18 \text{ m}^{-1} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = 0.24 \text{ m}$

b)  $y = 0.1 \cos(10\pi t - 26.18x)$   
 $\downarrow$   
 $v = -0.1 \cdot 10\pi \sin(10\pi t - 26.18x)$   
 $= -\pi \sin(10\pi t - 26.18x)$

$v = \lambda f = 12 \text{ m/s}$

3)  $y = 6 \cdot 10^{-2} \cos(628t - 19x)$

a)  $\omega = 628$   
 $\omega = 2\pi f \Rightarrow f = 99.95 \text{ Hz}$   
 $k = 19$   
 $k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 3.31 \text{ m}$   
 $v = \lambda f = 330.8 \text{ m/s}$

b)  $v = -0.06 \cdot 628 \sin(628t - 19x)$   
 $v_{\text{max}} = 37.68 \text{ m/s}$   
 $a = -0.06 \cdot 628^2 \cos(628t - 19x)$   
 $a_{\text{max}} = 23663 \text{ m/s}^2$

4)  $y = 0.5 \sin(4x - 6t)$

a)  $k = 4 \text{ m}^{-1}$   
 $k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 1.57 \text{ m}$   
 $\omega = 6 \text{ rad/s}$   
 $\omega = 2\pi f \Rightarrow f = 0.95 \text{ Hz}$   
 $v = \lambda f = 1.5 \text{ m/s}$

b)  $v = -0.5 \cdot 6 \cos(4x - 6t)$   
 $v(x=1, t=2) = -3 \cos(2 - 12) = +0.44 \text{ m/s}$

c)  $v_{\text{max}} = +0.5 \cdot 6 = 3 \text{ m/s}$   
 $a_{\text{max}} = 0.5 \cdot 6^2 = 18 \text{ m/s}^2$

$$5) y = 2 \sin(8\pi t - 4\pi x)$$

a)  $\Delta = 2 \text{ m}$   
 $\omega = 8\pi \text{ rad/s} \Rightarrow f = 4 \text{ Hz}$   
 $k = 4\pi \text{ m}^{-1} \Rightarrow \lambda = 0.5 \text{ m}$

$$v = \lambda f = 2 \text{ m/s}$$

b)  $v = 2 \cdot 8\pi \cos(8\pi t - 4\pi x)$   
 $v = 50.26 \cos(8\pi t - 4\pi x) \text{ m/s}$   
 $a = -2 \cdot (8\pi)^2 \sin(8\pi t - 4\pi x)$   
 $a = -1263 \sin(8\pi t - 4\pi x) \text{ m/s}^2$

$$6) y = 4 \sin[2\pi(330t - x)]$$

a)  $f = 330 \text{ Hz}$   
 $\lambda = 1$   $\left\{ \begin{array}{l} v = \lambda f = 330 \text{ m/s} \end{array} \right.$

b)  $v = 4 \cdot 2\pi \cdot 330 \cdot \cos[2\pi(330t - x)]$   
 $v_{\text{max}} = 8294 \text{ m/s}$

7)

$A = 5 \text{ cm}$  a)  $T = \frac{1}{f} = 0.02 \text{ s}$   
 $f = 50 \text{ Hz} \rightarrow \omega = 2\pi f = 100\pi \text{ rad/s}$   
 $v = 20 \text{ m/s} \Rightarrow v = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{20}{50} \Rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda} = 5\pi$

$$\Rightarrow y = 0.05 \sin(100\pi t - 5\pi x) \text{ m}$$

b)  $y_{\text{max}}(x=1) = 0.05 \Rightarrow 0.05 = 0.05 \sin(100\pi t - 5\pi)$

Se repite la posición  $y_{\text{max}}$  cada  $T = 0.025 + n \cdot 0.028$

$$\Rightarrow 100\pi t - 5\pi = \frac{\pi}{2}$$

$$T = 0.025 \text{ s}$$

8)

$$y = 10 \sin[2\pi(50t - 0.2x)]$$

a)  $\omega = 100\pi \Rightarrow f = 50 \text{ Hz}$

$k = 0.4\pi \Rightarrow \lambda = 5 \text{ m}$

$v = \lambda f = 250 \text{ m/s}$

b)  $v = 1000\pi \cos(100\pi t - 0.4\pi x)$

$v_{\text{max}} = 3141.6 \text{ m/s}$

para  $x = 50 \text{ cm} \rightarrow v_{\text{max}}$

$$1000\pi = 1000\pi \cos(100\pi t - 0.4\pi \cdot 0.5)$$

$$\Rightarrow 100\pi t - 0.2\pi = 0$$

$t = 0.002 \text{ s}$

$$T = 0.002 + 0.02 \text{ s}$$



$T = \frac{1}{f} = 0.02 \text{ s}$

9

$$v = 20 \text{ m/s}$$

$$\Delta = 0.1 \text{ m}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$a) v = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{20}{50} = 0.4 \text{ m}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 5\pi \text{ m}^{-1}$$

$$\omega = 2\pi f = 100\pi \text{ rad/s}$$

$$y = 0.1 \sin(100\pi t + 5\pi x)$$

$$b) y(x=2, t=0) = 0 \text{ m}$$

$$a = +\omega^2 y = 0 \text{ m/s}^2$$

c) Oposición de fase:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2} = 0.2 \text{ m}$$

10

$$v = 340 \text{ m/s}$$

$$f = 100 \text{ Hz}$$

$$\phi_0 = 0$$

$$\Delta = 5 \text{ cm}$$

$$a) v = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = 3.4 \text{ m}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 1.85 \text{ m}^{-1}$$

$$\omega = 2\pi f = 200\pi \text{ rad/s}$$

$$y = 0.05 \sin(200\pi t - 1.85x)$$

$$b) \Delta\phi = \frac{2\pi}{3}$$

$$kx_2 - kx_1 = \frac{2\pi}{3}$$

$$k(\Delta x) = \frac{2\pi}{3}$$

$$\Delta x = \frac{2\pi}{3} \frac{\lambda}{2\pi} = 1.13 \text{ m}$$

11

$$y(x,t) = 2 \cos(4\pi(5t-x))$$

$$a) \omega = 20\pi \text{ rad/s} \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = 10 \text{ Hz}$$

$$k = 4\pi \text{ m}^{-1} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = 0.5 \text{ m}$$

$$v = \lambda f = 5 \text{ m/s}$$

$$b) \Delta x = 0.25 \text{ m} \Rightarrow \Delta\phi = k\Delta x = \pi \text{ rad}$$

12

$$y(x,t) = 0.05 \cos(5t - \pi x)$$

$$a) y(x=10, t) = 0.05 \cos(5t - 20)$$

$$v = \frac{dy}{dt} = -0.25 \sin(5t - 20) \rightarrow v_{\text{max}} \Rightarrow \sin(5t - 20) = \pm 1 \Rightarrow 5t - 20 = (2n+1)\frac{\pi}{2}$$

$$t = \frac{\pi/2 + 20}{5} + \frac{n\pi}{5}$$

$$t = 4.3 + 0.63n \text{ s}$$

b) De la ecuación:

$$\omega = 5 \text{ rad/s} \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = 0.796 \text{ Hz}$$

$$k = \pi \text{ m}^{-1} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = 2 \text{ m}$$

$$\Rightarrow v = \lambda f = 2 \text{ m/s}$$

$$v = \frac{\Delta x}{t} \Rightarrow t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{3 - 3.14}{2.5} = 3.17 \text{ s}$$

c) No es estacionaria puesto que la amplitud no depende de la distancia.

13

$$y(x,t) = 0.2 \sin \pi(100t - 0.1x)$$

$$a) \left. \begin{array}{l} \omega = 100\pi \text{ rad/s} \Rightarrow f = 50 \text{ Hz} \\ k = 0.1\pi \text{ m}^{-1} \Rightarrow \lambda = 20 \text{ m} \end{array} \right\} \Rightarrow v = \lambda f = 1000 \text{ m/s}$$

$$b) x = 10 + n\lambda \Rightarrow x = 10 + 20n$$

$$c) t = 1 + nT \Rightarrow t = 1 + 0.02n$$