

# Tema 3: EQUILIBRIO Y ROTACIÓN DE SÓLIDOS

## 3.1. INTRODUCCIÓN

Un sólido macroscópico (no puntual) puede desplazarse en el espacio pero también puede **rotar** en torno a un punto o eje del propio cuerpo.

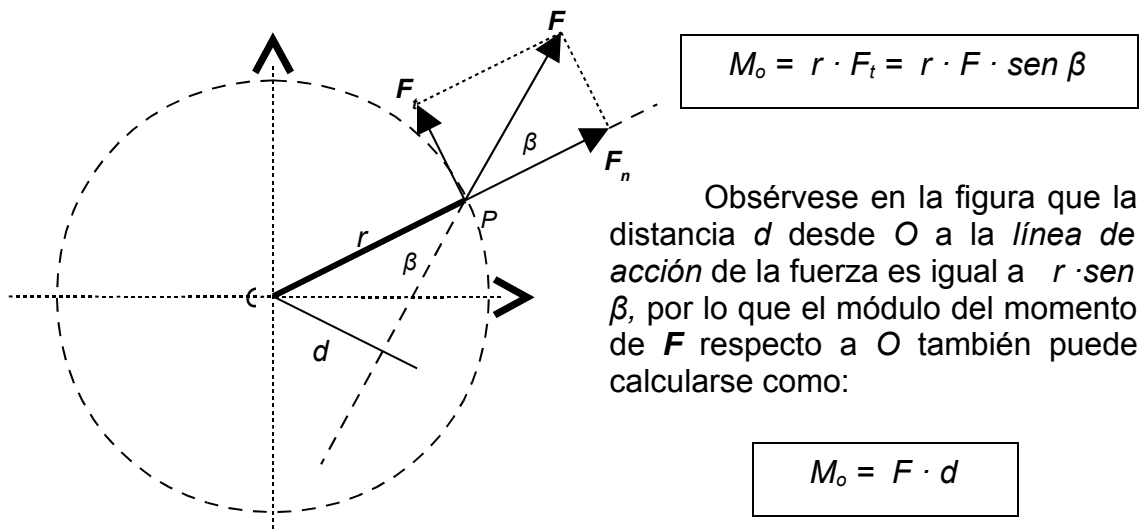
Por lo tanto, una fuerza neta actuando sobre un cuerpo podrá modificar la velocidad de *traslación* del mismo o podrá provocarle una *rotación*, dependiendo del punto donde se aplique dicha fuerza.

En este tema vamos a aproximarnos muy superficialmente al estudio dinámico de la rotación. Nos centraremos solamente en el caso particular de que las fuerzas actúen en un plano perpendicular al eje de giro del cuerpo, que es el más común en la vida cotidiana, por ejemplo, cuando empujamos una puerta, usamos una palanca o giramos una manivela.

## 3.2. MOMENTO DE UNA FUERZA

Para medir el efecto de rotación respecto a un punto O que produce una fuerza **F**, se utiliza una magnitud vectorial llamada **momento de la fuerza F respecto a O,  $M_o$** .

La definición precisa de esta magnitud queda fuera del alcance de este curso, pero cuando la fuerza actúa en un plano perpendicular al eje de giro, el módulo de su momento puede calcularse como la distancia *r* desde O al punto P de aplicación de la fuerza, multiplicada por la componente *tangencial* de **F**:



La unidad del momento de una fuerza en el S.I. es el *Newton-metro, N·m*

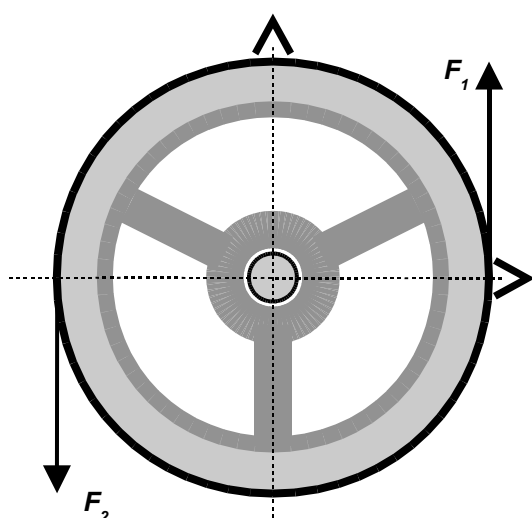
Como ya se indicó, el momento de una fuerza es una magnitud vectorial, pero en el caso particular estudiado podemos prescindir de su carácter vectorial si asignamos un signo distinto a los momentos de las fuerzas que producen rotación en sentidos contrarios. Es decir, consideraremos positivos los momentos de las fuerzas que producen giro en sentido horario y negativos a los que producen giro en sentido antihorario o viceversa.

El significado experimental de la magnitud *momento de una fuerza* es muy fácil de comprender. Cuanto más lejos del eje apliquemos una fuerza (mayor  $r$ ), mayor será su momento, es decir, mayor efecto rotatorio provocará. Este es el principio de funcionamiento de las “*llaves inglesas*” y demás llaves mecánicas.

Por otro lado, cuanto más perpendicular al radio de giro sea la fuerza (mayor  $\beta$ ), mayor será también su momento, pues la componente *normal* de la fuerza no contribuye en absoluto a provocar rotación en torno al punto  $O$ , sino que sólo contribuirá a la traslación del cuerpo si éste no está fijo.

### 3.3. PAR DE FUERZAS

Se llama **par de fuerzas** a dos fuerzas paralelas de igual módulo pero sentidos contrarios cuyos respectivos puntos de aplicación están a la misma distancia del eje de giro. (ej.: fuerzas ejercidas para girar el volante de un coche, fuerzas sobre los pedales de una bicicleta, etc.)



La fuerza resultante de un par de fuerzas es nula, pues ambas tienen igual módulo y sentidos contrarios.

Sin embargo, el momento total no es nulo ya que las dos fuerzas provocan rotación del cuerpo en el mismo sentido:

$$M_{\text{PAR}} = M_1 + M_2 = F_1 \cdot R + F_2 \cdot R$$

$$F_1 = F_2 \equiv F$$

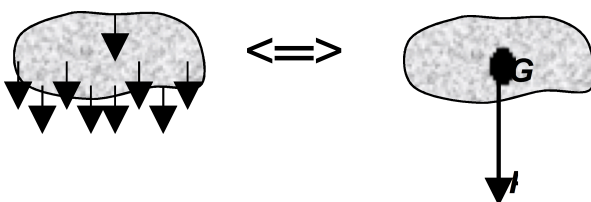
$$D = 2 \cdot R$$

$\Rightarrow$

$$M_{\text{PAR}} = F \cdot D$$

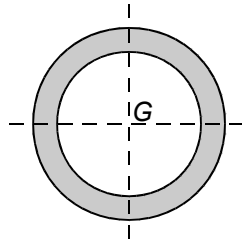
### 3.4. CENTRO DE GRAVEDAD DE UN SÓLIDO

El *peso* de un cuerpo es la suma vectorial de la atracción gravitatoria terrestre que experimentará cada una de las partículas que lo componen (protones, neutrones, electrones...).

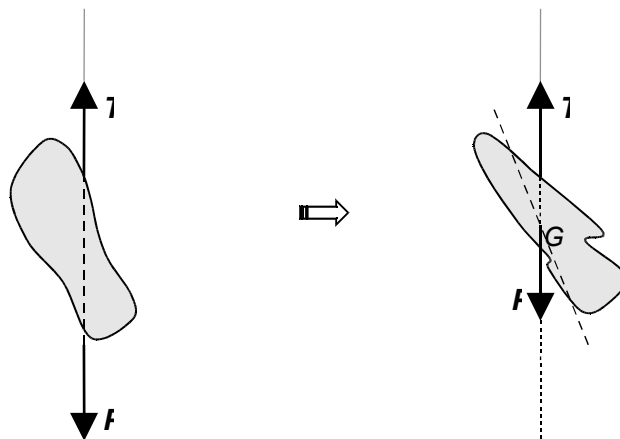


Se llama **centro de gravedad** de un sólido al punto imaginario,  $G$ , donde se aplica el peso del mismo.

En los sólidos homogéneos y simétricos  $G$  se encuentra en el centro geométrico del cuerpo, pudiendo estar fuera del propio cuerpo, como sucede en el caso de un aro o de un objeto hueco.



En los sólidos no homogéneos o de forma irregular,  $G$  se obtiene experimentalmente colgando el cuerpo sucesivamente de dos puntos cualesquiera. El punto de intersección de las verticales del punto de sustentación en cada caso dará  $G$ , pues el peso,  $P$ , generará un momento respecto a dicho punto de sustentación que hará rotar al cuerpo hasta que  $P$  (y por lo tanto  $G$ ) quede en la dirección de  $T$ :



### 3.5. EQUILIBRIO

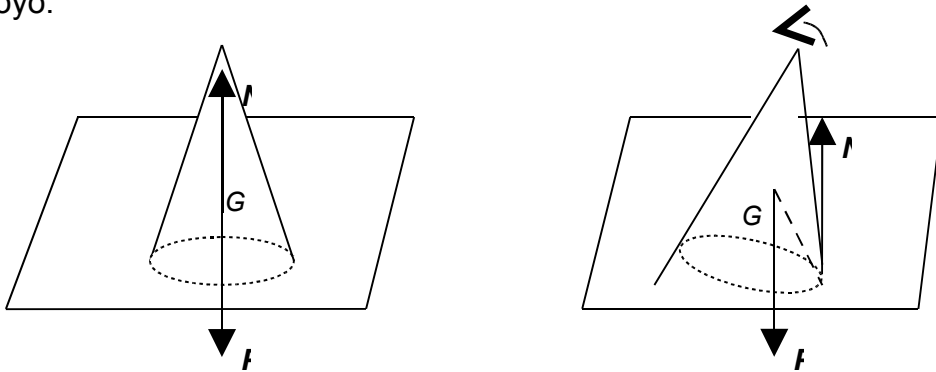
Se dice que un sólido está en **equilibrio** cuando cumple dos condiciones:

- 1- La fuerza resultante de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo es nula:  $\sum F_i = 0$ .
- 2- La suma de los momentos respecto cualquier punto de todas las fuerzas actuantes sobre el cuerpo es nula:  $\sum M_i = 0$

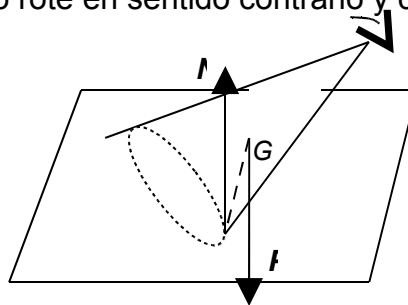
La segunda condición implica que el sólido no rota, mientras que la primera implica, según la *1ª ley de Newton*, que el sólido permanece en reposo (**equilibrio estático**) o con M.R.U. (**equilibrio dinámico**).

Dependiendo de cómo se comporte el sólido cuando se aparta ligeramente de su posición de equilibrio, se distinguen tres tipos de *equilibrio estático* llamados **estable**, **inestable** e **indiferente**:

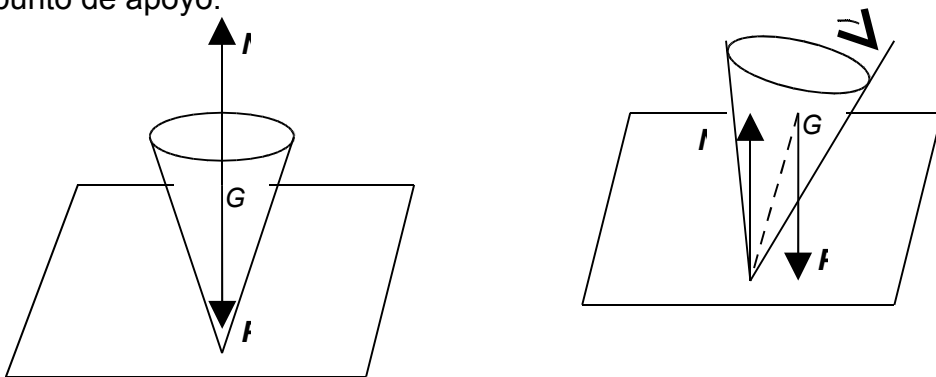
- **Equilibrio estable:** se produce en aquellas posiciones en las que, al apartar el cuerpo ligeramente de su posición de equilibrio, éste tiende a rotar hasta la posición inicial, debido al momento del peso respecto al punto de apoyo.



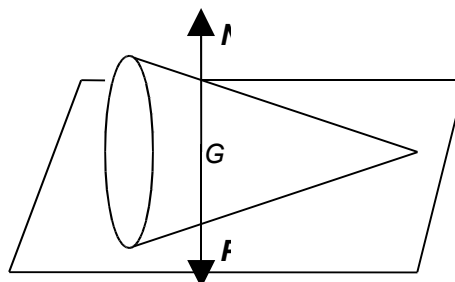
Nótese sin embargo, que, en algunos casos, si el sólido se inclina tanto que G pasa al otro lado de la vertical del punto de apoyo, el momento que crea el peso hace que el cuerpo rote en sentido contrario y caiga:



- **Equilibrio inestable:** se produce cuando cualquier pequeña separación de la posición de equilibrio hace que el cuerpo se aparte de la posición inicial, debido a la rotación creada por el momento del peso respecto al punto de apoyo.



- **Equilibrio indiferente:** se produce cuando al apartar el cuerpo de la posición de equilibrio encuentra otra nueva semejante a la anterior.



### 3.6. MÁQUINAS SIMPLES

En Física, se denominan **máquinas** a los aparatos que permiten vencer fuerzas grandes empleando fuerzas menores, es decir, que presentan una, así llamada, “*ventaja mecánica*”.

Se llaman **máquinas simples** a las formadas por un solo elemento. Las principales son la *palanca*, el *torno*, las *poleas*, el *plano inclinado* y el *tornillo*.

Las **máquinas compuestas** o *complejas* (reloj, bicicleta,...) son las formadas por varias simples.

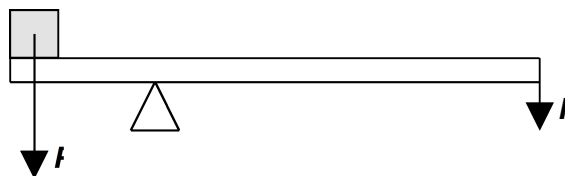
La fuerza que se aplica a una máquina se llama **fuerza motriz** y la que se quiere compensar o vencer usando la máquina se llama **fuerza resistente**.

#### 3.6.1. LA PALANCA

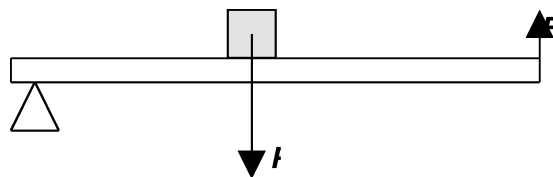
La **palanca** es una barra rígida con un punto de apoyo respecto al cual las fuerzas motriz y resistente producen momentos de sentidos opuestos.

Dependiendo de la posición relativa del punto de apoyo y de las fuerzas motriz y resistente se distinguen tres tipos de palancas:

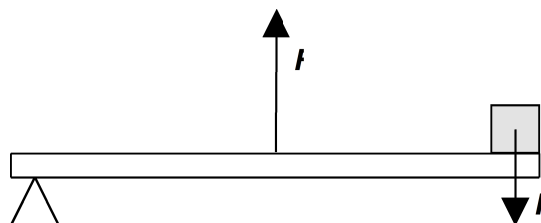
- de **primer género**: en las que el punto de apoyo está entre la fuerza motriz y la resistente (ej.: tijeras, palanca, balanza...)



- de **segundo género**: en las que la fuerza resistente está entre la motriz y el punto de apoyo (ej.: cascanueces, carretilla...)



- de **tercer género**: en las que la fuerza motriz está entre la resistente y el punto de apoyo (ej.: pinzas...)



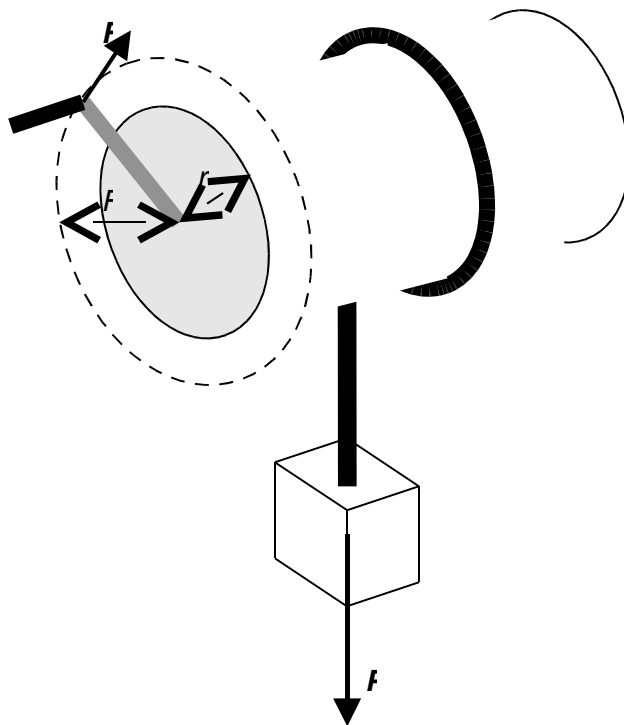
En cualquier tipo de palanca en equilibrio, el momento total será nulo por lo que, si llamamos  $d_F$  y  $d_P$  a las distancias de las fuerzas motriz y resistente al punto de apoyo, se verificará:

$$M_T = 0 \Rightarrow F \cdot d_F - P \cdot d_P = 0 \Rightarrow \boxed{F \cdot d_F = P \cdot d_P}$$

**“Ley de la palanca”**

### 3.6.2. EL TORNO

El **torno** se utiliza generalmente para levantar objetos. Consiste en un cilindro que puede girar alrededor de su eje, al cual está unida una manivela de radio  $R$  mayor que el del cilindro,  $r$ . Éste tiene una cuerda enrollada de la que se puede colgar un objeto.



De nuevo, para que el sistema esté en equilibrio los momentos generados por las fuerzas motriz y resistente deben ser iguales y de sentidos opuestos:

$$F \cdot R = P \cdot r \Rightarrow \boxed{F = P \cdot r/R}$$

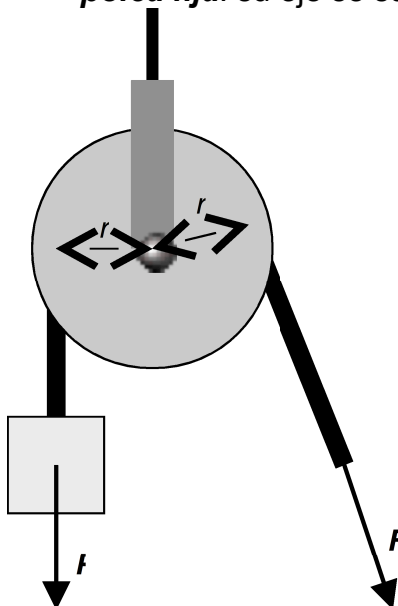
Es decir, cuanto mayor sea  $R$  respecto a  $r$ , menor será la fuerza  $F$  necesaria para elevar el cuerpo de peso  $P$ .

### 3.6.3. POLEAS

Una **polea** es una rueda giratoria con un canal en su contorno por el que se hace pasar una cuerda.

Dependiendo de cómo se sujete la polea se distinguen dos tipos:

- **polea fija**: su eje se sujeta a un punto fijo.



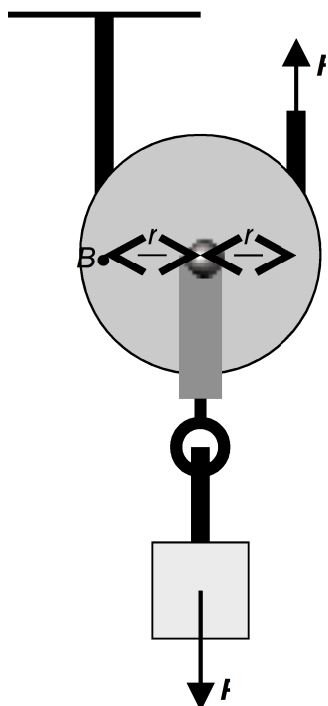
Como las distancias al eje de giro de las fuerzas motriz y resistente son iguales, para que el sistema permanezca en equilibrio ambas fuerzas han de ser iguales:

$$M_T = 0 \Rightarrow F \cdot r - P \cdot r = 0 \Rightarrow \boxed{F = P}$$

Por lo tanto, la polea fija no presenta ninguna ventaja mecánica.

Simplemente permite cambiar la dirección en la que se ejerce una fuerza para que sea más cómodo, por ejemplo, levantar un objeto tirando hacia abajo.

- **polea móvil**: la polea se cuelga de la cuerda que pasa por su contorno, que tiene un extremo sujeto a un punto fijo, por lo que la polea puede moverse verticalmente. La fuerza motriz se aplica en el extremo libre de la cuerda mientras que la fuerza resistente se aplica en el eje.



La polea móvil rota en torno al punto *B* donde comienza a abrazar a la cuerda, y la disposición de las fuerzas motriz y resistente es semejante a una palanca de 2º género. Por lo tanto, para que el sistema esté en equilibrio:

$$M_T = 0 \Rightarrow F \cdot 2r - P \cdot r = 0 \Rightarrow \boxed{F = \frac{1}{2} P}$$

Esto significa que, para levantar un cuerpo usando una polea móvil, sólo hace falta una fuerza motriz que sea la mitad del peso del mismo.

Esta es su ventaja mecánica, si bien para que el cuerpo ascienda 1 m habrá que tirar de 2 m de cuerda.

Como para levantar un cuerpo resulta más cómodo tirar de la cuerda hacia abajo, normalmente se pasa el extremo libre de la cuerda por una polea fija, constituyendo una máquina compuesta llamada **aparejo**.