Tema 1: *CINEMÁTICA*

1.1. *MECÁNICA Y CINEMÁTICA*

La parte de la Física que estudia el movimiento se denomina ***Mecánica***, y está constituida por dos disciplinas:

- ***Cinemática***: estudia el movimiento sin atender a las causas que lo producen o modifican, centrándose en las magnitudes *posición*, *velocidad y aceleración*.

- ***Dinámica***: estudia las causas del movimiento y de sus variaciones.

1.2. *MOVIMIENTO*

Se dice que un cuerpo está en ***movimiento*** cuando cambia de posición respecto a otro punto o puntos que consideramos fijos y que denominamos ***sistema de referencia*** (***S.R.***).

Puesto que en todo el universo no existe ningún punto en reposo absoluto, la elección del sistema de referencia es siempre arbitraria. Por lo tanto, se dice que el movimiento es ***relativo***, es decir, que su descripición depende siempre de que punto *fijo* se escoja para estudiarlo (ej.: un pasajero de un tren está en movimiento respecto a la estación, pero está en reposo respecto a su asiento).

En muchas ocasiones tendemos a pensar erróneamente que la Tierra está en reposo, y nos parece que algo que se desplaza respecto a ella "*está en movimiento"* y que si no cambia de posición respecto a ella entonces "*está en reposo*". No hay que olvidar que la Tierra rota sobre sí misma y orbita en torno al Sol, éste se mueve respecto al centro de la galaxia, y las galaxias se están separando entre sí cada vez más rápido: no hay nada en reposo absoluto en el universo (ej.: un coche *se mueve* respecto a una casa, pero también la casa *se mueve* respecto al coche)

En este curso, por simplicidad, vamos estudiar tan sólo el movimiento de puntos, no de cuerpos sólidos. Un ***punto*** es una abstracción que no tiene dimensiones y por lo tanto no puede rotar sobre sí mismo. Pero esta limitación no quita interés ni utilidad a este estudio, pues cuando un cuerpo macroscópico se desplaza sin rotar puede considerarse como un punto, o puede estudiarse el movimiento de un punto cualquiera del mismo. Y si el cuerpo rota, se puede estudiar de este modo el movimiento de su punto central, en torno al cual rotan los demás puntos.

1.3. *TRAYECTORIA, POSICIÓN Y ESPACIO RECORRIDO.*

Se llama ***trayectoria*** al conjunto de puntos por los que pasa un móvil en su movimiento, es decir, la trayectoria es la línea imaginaria que describe un punto al moverse.

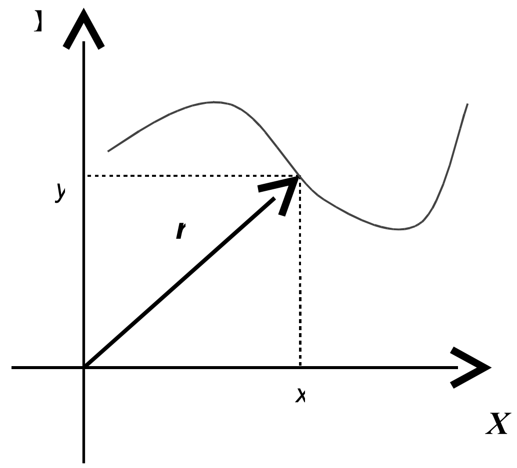
Según la forma de la trayectoria los movimientos se clasifican en:

- ***rectilíneos***: la trayectoria es una línea recta.
- ***curvilíneos***: trayectoria curva; los más importantes son el <u>*circular*</u> (movimiento de discos, ruedas…), el <u>*parabólico*</u> (movimiento de los proyectiles) y el <u>*elíptico*</u> (órbitas de los planetas).

La trayectoria puede tener una dimensión (movimiento rectilíneo), dos (movimiento en un plano) o tres (movimiento en el espacio).

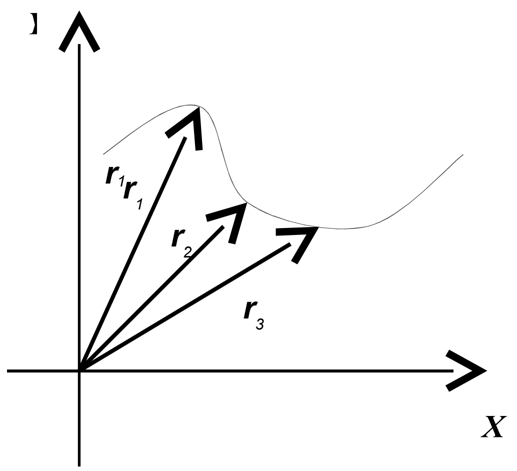
Para estudiar más fácilmente un movimiento, en el punto que se elija como referencia se sitúan unos ejes cartesianos orientados según convenga. Se toman tantos ejes cartesianos como dimensiones tenga la trayectoria.

Así, para especificar la posición de un punto móvil en un instante *t* determinado, se define el llamado ***vector de posición***, ***r***, con punto de aplicación en el origen del S.R. y extremo en el móvil.



r = (x, y)

A medida que el móvil se desplaza, el vector ***r*** va cambiando, por lo que ***r*** es función del tiempo: ***r** (t)*.

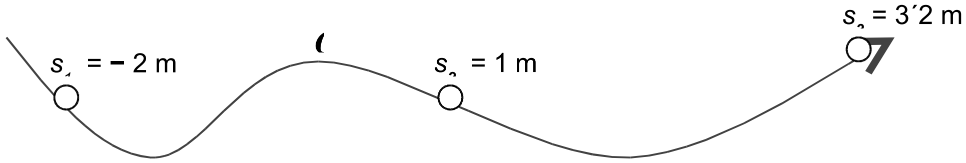


$\boldsymbol{r}_1 \equiv \boldsymbol{r}\,(t_1)$

$\boldsymbol{r}_2 \equiv \boldsymbol{r}\,(t_2)$

$\boldsymbol{r}_3 \equiv \boldsymbol{r}\,(t_3)$ …

Sin embargo, cuando se estudia el movimiento de un punto en una trayectoria conocida cualquiera (ej.: un coche en una autopista) la especificación de la ***posición*** del móvil es más sencilla. Basta con tomar arbitrariamente un punto ***O*** como origen sobre la trayectoria e indicar la *distancia* s, medida sobre la trayectoria, a la que se encuentra el punto móvil.



La magnitud s dependerá del instante de tiempo considerado ($s(t_1) \equiv s_1$, $s(t_2) \equiv s_2$ …) y tomará valores positivos o negativos según el móvil se encuentre a uno o a otro lado del origen elegido.

Se llama ***espacio recorrido,*** Δs , a la longitud del fragmento de trayectoria comprendido entre la posición inicial s_1 y la posición final s_2 de un móvil:

$$\boxed{\Delta s = s_2 - s_1}$$

Si el móvil recorre a trayectoria en sentido contrario al elegido para ésta, entonces Δs resultará negativo.

1.4. ***INSTANTES E INTERVALOS DE TIEMPO***

En el estudio del movimiento es esencial medir el tiempo, y para ello tiene que elegirse un instante de referencia que se llama ***origen de tiempos*** o ***instante inicial*** , t_0 .

Siempre que esposible se toma $t_0 \equiv 0$, es decir, se pone en marcha el cronómetro cuando resulte más conveniente (ej.:cuando el móvil arranca o pasa por un cierto punto) y cada suceso que acontezca a continuación (ej.: el móvil se detiene o llega a cierto punto) quedará ubicado temporalmente en un cierto **instante** $t > t_0$. En los sucesos acontecidos <u>antes</u> del instante inicial, el valor de t será negativo.

Se llama ***intervalo de tiempo***, Δt , al tiempo comprendido entre dos instantes:

$$\boxed{\Delta t = t_2 - t_1}$$

Un instante t puede ser positivo el negativo, pero un intervalo de tiempo Δt siempre es positivo, pues el tiempo sólo avanza en una dirección y t_2 siempre será posterior, y por tanto mayor, que t_1.

1.5. *CELERIDAD*

Se llama ***celeridad*** de un movimiento a una magnitud *escalar* que nos informa de lo "*rápido*" que un móvil cambia de posición en un desplazamiento.

Así, se define la ***celeridad media***, v, como el cociente entre el espacio recorrido y el tiempo empleado en recorrerlo:

$$\boxed{v = \frac{\Delta s}{\Delta t}}$$

Su unidad en el S.I. es m/s.

La celeridad media proporciona una estimación global de la cadencia de un movimiento, pero, lógicamente, no significa que el móvil se desplace siempre con la misma celeridad (ej.: al ponerse en marcha y al detenerse tiene que variar su celeridad).

Por ello, se define la ***celeridad instantánea*** , v, de un móvil como la rapidez que lleva en cada instante de su movimiento. Se obtiene midiendo el espacio recorrido en intervalos de tiempo Δt lo más pequeños posible. Su definición matemática precisa está fuera del alcance de este curso.

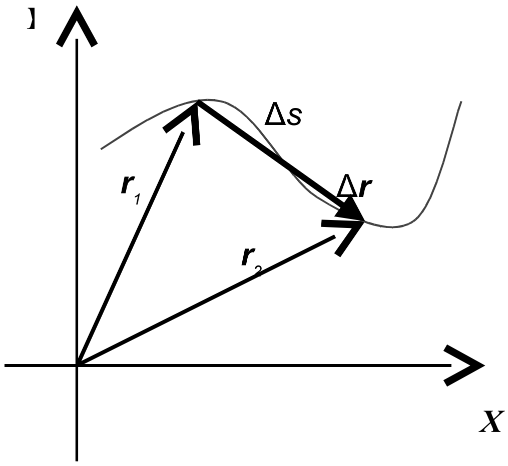
La celeridad es positiva cuando el móvil se desplaza en el sentido escogido para la trayectoria ($\Delta s > 0$) y negativa cuando se mueve en sentido contrario ($\Delta s < 0$).

1.6. *VELOCIDAD*

Cuando no se conoce a trayectoria de un móvil, para poder predecir dónde se encontrará éste al cabo de un cierto tiempo no basta con conocer su celeridad, sino que hay que especificar hacia dónde se dirige.

Para ello se introduce una nueva magnitud vectorial denominada ***velocidad***, que se define como la rapidez con la que un cuerpo se mueve en una determinada dirección y sentido.

Así, se define a ***velocidad media***, $\boldsymbol{v}$, como:



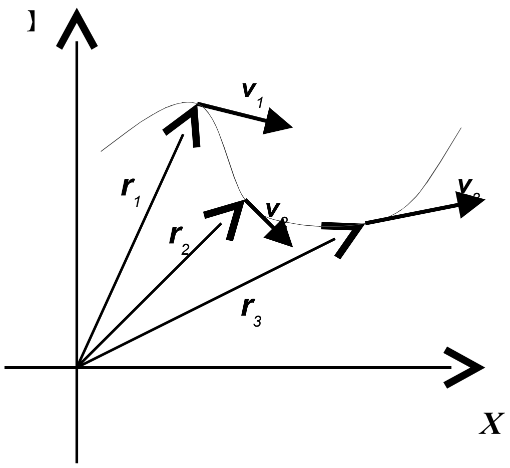
$$\boxed{\boldsymbol{v} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1}{t_2 - t_1}}$$

Obsérvese en la figura anterior que el *módulo* del vector velocidad media, I ***v*** I , no coincide en general con el *valor absoluto* de la celeridad media, I *v* I, pues

I Δ***r*** I ≠ I Δ*s* I (excepto si la trayectoria es rectilínea).

La velocidad media sólo proporciona una idea global de la rapidez y de hacia dónde se dirige el móvil en un intervalo de tiempo, pero en el camino pudo ir variando tanto la dirección como la rapidez.

Por ello, se define también el vector ***velocidad instantánea***, ***v*** , como la velocidad que lleva el móvil en cada instante. Se obtiene midiendo la variación de ***r*** en intervalos de tiempo lo menores posible. Su definición matemática se verá en cursos posteriores, pero es fácil comprender que el vector *velocidad instantánea* es siempre tangente a la trayectoria.



En cursos posteriores se demostrará fácilmente que el *módulo* del vector velocidad instantánea I ***v*** I sí coincide con el valor absoluto de la celeridad instantánea I *v* I : I ***v*** I = I *v* I

1.7. ACELERACIÓN

La ***aceleración*** es una magnitud vectorial que mide lo "*rápido*" que varía la velocidad de un móvil.

Se define la ***aceleración media***, ***a*** , como el cociente entre la variación de la velocidad instantánea Δ***v*** y el intervalo de tiempo Δ*t* en el que se produjo dicha variación:

$$\boldsymbol{a} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{\boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1}{t_2 - t_1}$$

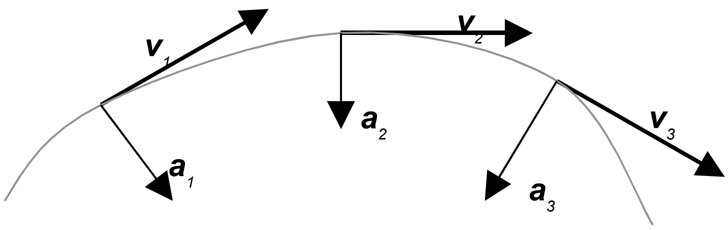
(unidad en el S.I.: m/s^2)

También se define la ***aceleración instantánea***, ***a*** , como la aceleración que lleva el móvil en cada instante. Se obtiene midiendo la variación de ***v*** en intervalos de tiempo lo menores posible. Se definirá matemáticamente en cursos posteriores.

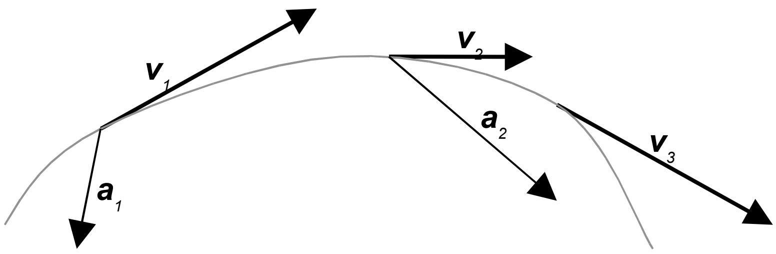
La variación del vector velocidad puede ser en módulo (celeridad), dirección y sentido.

Cuando ***v*** sólo varía en módulo la trayectoria será rectilínea y ***a*** tendrá la misma dirección que ***v***, igual sentido si *v* aumenta y sentido contrario si *v* disminuye:

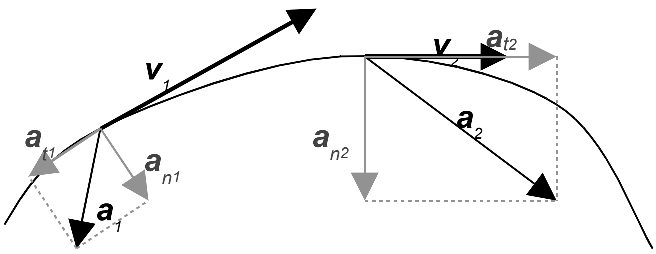
Cuando ***v*** sólo varía en dirección la trayectoria será curvilínea y ***a*** tendrá dirección perpendicular a ***v*** :



En un caso general el vector ***v*** variará tanto en módulo como en dirección, con lo que el vector ***a*** ya no será ni tangente ni perpendicular a la trayectoria:



Pero en este caso el vector ***a*** siempre puede descomponerse en dos componentes: una tangente a la trayectoria (***aceleración tangencial***, $\boldsymbol{a}_t$) y otra perpendicular a la tangente (***aceleración normal***, $\boldsymbol{a}_n$) :



Por lo tanto, la ***aceleración tangencial*** mide la rapidez de las variaciones del módulo del vector velocidad, mientras que la ***aceleración normal*** mide la rapidez de las variaciones de dirección del vector velocidad.

En cursos posteriores se demostrará que el módulo de la aceleración normal se calcula como:

$$\boxed{a_n = \frac{v^2}{R}}$$

, siendo *R* el radio de la trayectoria.

En el caso de movimientos rectilíneos no hay aceleración normal (pues la dirección de ***v*** no varía) y en el caso de movimientos sobre una trayectoria conocida sólo interesará la variación del módulo del vector velocidad (celeridad), por lo que la aceleración media podrá manejarse como una magnitud escalar y calcularse como:

$$\boxed{a = a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}} \qquad (m/s^2)$$

1.8. ***ANÁLISIS DE ALGUNOS MOVIMIENTOS SENCILLOS***

En este curso vamos a estudiar sólo tres tipos de movimientos (dos rectilíneos y uno circular) por ser los más sencillos, pero también por ser muy importantes, ya que aparecen muy frecuentemente en la naturaleza y en la vida cotidiana.

Se llama ***ecuación de movimiento*** a la expresión matemática que nos permite conocer la posición de un móvil en cada instante de tiempo: ***r*** *(t)* (o *s(t)* en el caso de movimientos sobre trayectorias conocidas).

1.8.1. ***Movimiento Rectilíneo Uniforme (M.R.U.)***

Se dice que un movimiento es ***rectilíneo y uniforme*** cuando su trayectoria es recta y su celeridad es constante, es decir, cuando el vector velocidad es constante.

El M.R.U. es el movimiento más sencillo que pueda imaginarse. Sobre la Tierra y en la atmósfera pocos movimientos son perfectamente rectilíneos y uniformes, pues el rozamiento con el suelo y con el aire hace que los móviles que no lleven motor acaben parando. Sin embargo, en el espacio exterior, fuera de la atmósfera, no hay rozamiento y un cuerpo lanzado (ej.: una sonda interplanetaria) describe un perfecto M.R.U. sin necesidad de motor.

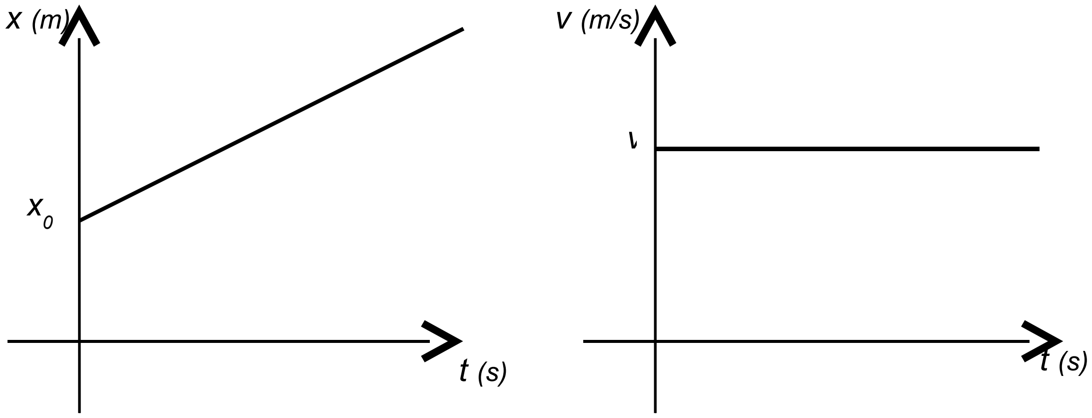
Para estudiar el movimiento de un móvil con M.R.U. se toma un eje cartesiano (*X* ó *Y*) en la dirección del movimiento, con lo que la posición del cuerpo vendrá determinada por su coordenada correspondiente.

Así, tomando el eje *X* en la dirección del movimiento, la **ecuación *x(t)* del M.R.U**. será:

$$\mathbf{v} = \text{cte} \Rightarrow v = \text{cte} \Rightarrow v = v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = v \cdot \Delta t \Rightarrow \underbrace{\boxed{x = x_0 + v\,\Delta t}}_{\text{M. R. U.}}$$

donde x_0 representa la posición en el instante inicial t_0 . En muchas ocasiones podrá tomarse $t_0 \equiv 0$, con lo cual $\Delta t = t - 0 = t$.

Por lo tanto, la representación gráfica en unos ejes coordenados de la función *x(t)* será una recta cuya inclinación dependerá de la celeridad, mientras que la de la función *v(t)* será una recta horizontal.



1.8.2. ***Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado (M.R.U.A.)***

Un movimiento es ***rectilíneo y uniformemente acelerado*** cuando la trayectoria es recta y la aceleración es constante.

En un M.R.U.A. el vector velocidad no cambia de dirección, pero su módulo (celeridad) varía de modo uniforme, es decir, que la aceleración normal es nula mientras que la tangencial es constante.

Por lo tanto, la ***ecuación v(t)*** en el ***M.R.U.A.*** será:

$$a_n = 0 \Rightarrow a = a_t = \text{cte} \Rightarrow a = a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \Delta v = a \cdot \Delta \quad \boxed{v = v_0 + a\,\Delta t}$$

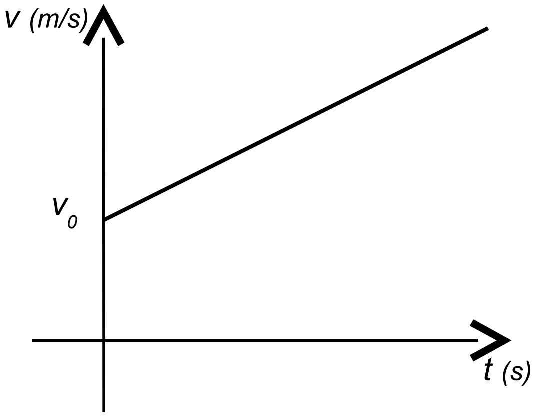
M. R. U. A.

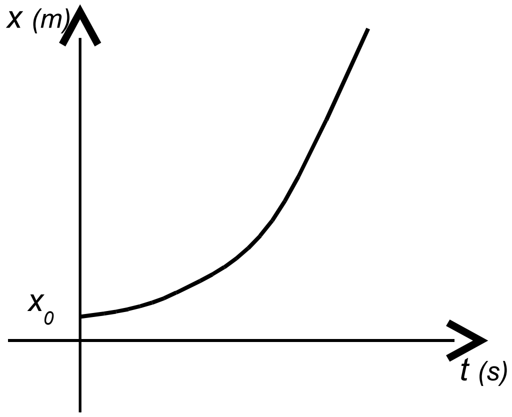
En cursos posteriores se demostrará que la ***ecuación x(t)*** en el ***M.R.U.A.*** viene dada por:

$$\boxed{x = x_0 + v_0\,\Delta t + \tfrac{1}{2}\,a\,\Delta t^2}$$

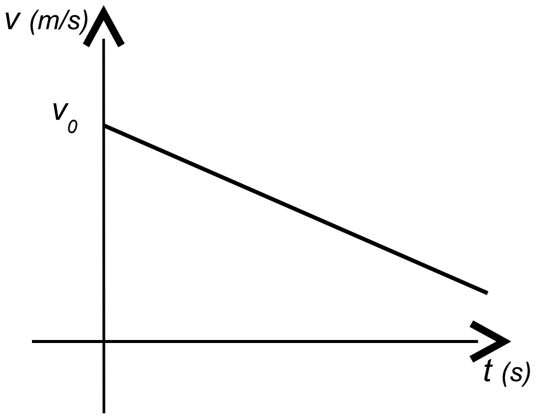
M. R. U. A.

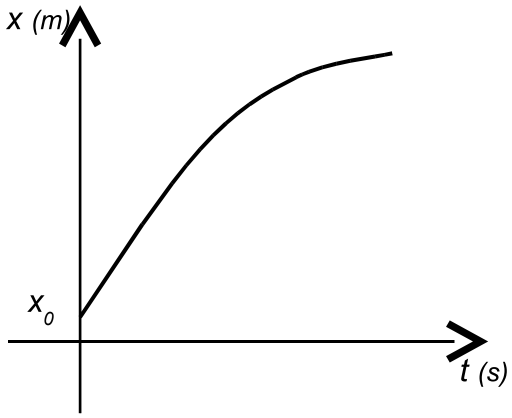
Por lo tanto, la gráfica de *v(t)* en el M.R.U.A. será una recta cuya inclinación dependerá de la aceleración, y la gráfica de *x(t)* será una parábola:





Lógicamente, cuando el móvil tenga aceleración negativa (es decir, vaya *frenando*, disminuyendo su celeridad) la pendiente de la gráfica *v(t)* será también negativa y la orientación de la parábola *x(t)* será la inversa:





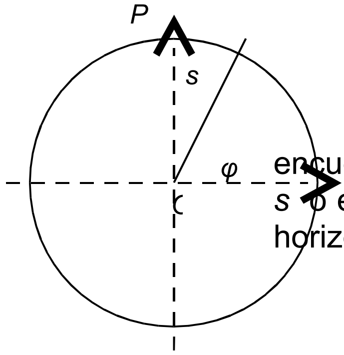
Fue el físico italiano Galileo Galilei quien, ya en el siglo XVII, descubrió que todos los cuerpos cuando se dejan caer desde cierta altura tardan el mismo tiempo en llegar al suelo, independientemente de su masa, siempre y cuando su rozamiento con el aire sea muy pequeño.

Experimentalmente se comprueba que cerca de la superficie terrestre los cuerpos en ***caída libre*** se desplazan con M.R.U.A. con una aceleración constante de aproximadamente **9´81 m/s²** (≈ 10 m/s²) al nivel del mar. Esta aceleración se denomina ***aceleración de la gravedad***, ***g***, y disminuye con la altura sobre la superficie terrestre.

Así, para estudiar el movimiento de caída libre o de lanzamiento vertical de un cuerpo muy *aerodinámico* (que roce poco con el aire), se toma un eje cartesiano en la dirección vertical del movimiento y se aplican las ecuaciones del M.R.U.A, teniendo en cuenta que <u>*v* y *g* serán negativos si sus correspondientes vectores tienen sentido contrario al elegido para el eje</u>.

1.8.3. ***Movimiento Circular: velocidad angular***

El ***movimiento circular*** es el que tiene como trayectoria una circunferencia.



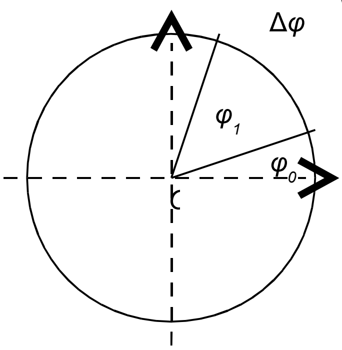
Para fijar la posición de un móvil que se encuentre en un punto *P*, se puede indicar el *arco s* o el *ángulo φ* que forma el radio *OP* con el eje horizontal.

En el S.I. el ángulo se expresa en *radianes (*rad). Un ***radián*** se define como el ángulo cuyo arco tiene la longitud del radio.

Por lo tanto, para calcular el valor en *rad* de un ángulo dado $\Delta\varphi$ habrá que dividir el arco que abarque, Δs , entre el radio *R* de la circunferencia:

$$\boxed{\Delta\varphi = \frac{\Delta s}{R}} \quad (rad)$$

Supongamos un móvil que describe un movimiento circular. Si en el instante inicial t_0 se encuentra en una posición φ_0 , *y* en un instante posterior t_1 se encuentra en una posición φ_1, se define a ***velocidad angular media***, ω, del móvil como:



$$\boxed{\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\varphi_1 - \varphi_0}{t_1 - t_0}} \quad (rad/s)$$

Otra unidad muy usada para expresar la velocidad angular es ***r.p.m.*** o *revoluciones por minuto*, que no pertenece al S.I. Para convertirla a *rad/s* hay que recordar que una *revolución* (vuelta*)* equivale a 2π *rad*.

Se define también la ***velocidad angular instantánea***, ω, como la velocidad angular que lleva el móvil en cada instante. Se obtiene midiendo el ángulo girado en intervalos de tiempo lo menores posible. Su expresión matemática se verá en cursos posteriores.

Existe una relación entre la celeridad media del móvil, *v* (también llamada *velocidad lineal media* en el movimiento circular*)* y la velocidad angular media ω , pues aplicando la definición de *radián* $\Delta s = \Delta\varphi \cdot R$ *, y* entonces:

$$\boxed{v = \omega \cdot R}$$

$$\boxed{v = \omega \cdot R}$$

Esta relación también se verifica en las magnitudes instantáneas:

1.8.4. *Movimiento Circular Uniforme (M.C.U.)*

Un movimiento es ***circular y uniforme*** cuando el móvil recorre una circunferencia con velocidad angular ω constante y, por ende con celeridad v también constante (con lo que a_t será nula y a_n constante).

Por lo tanto, la **ecuación *φ(t) del* M.C.U**. será:

$$\omega = \text{cte} \implies \omega = \omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \implies \Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t \implies \underset{\text{M. C. U.}}{\boxed{\varphi = \varphi_0 + \omega\,\Delta t}}$$

Se define el ***período***, ***T***, de un M.C.U. como el tiempo que tarda el móvil en dar una vuelta completa.

Se calcula dividiendo el ángulo de una vuelta, 2π, entre la velocidad angular:

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}} \quad (s)$$

Se define la ***frecuencia***, ***f***, de un M.C.U. como el número de vueltas que da el móvil en la unidad de tiempo.

Se calculará entonces como:

$$\boxed{f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T}}$$

En el S.I. se mide en *ciclos / s* ó s^{-1}, unidad que se denomina *Hertz*, **Hz**, en honor a un físico alemán del siglo XIX que estudió los fenómenos ondulatorios.

En el M.C.U. la aceleración no tiene componente *tangencial* pues la celeridad, v, permanece constante. Sólo varía la dirección del vector velocidad, por lo que la aceleración tendrá sólo componente *normal*, dirigida siempre hacia el centro de la circunferencia:

$$\mathbf{a}_t = 0 \implies \mathbf{a} = \mathbf{a}_n$$

Como la variación de la dirección es uniforme (el radio de giro es constante), el módulo de la aceleración normal será también constante:

$$\boxed{a = a_n = \frac{v^2}{R}}$$