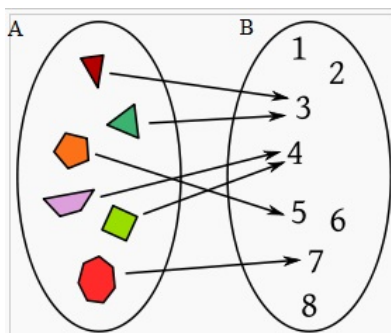


# UNIDAD 8: FUNCIONES

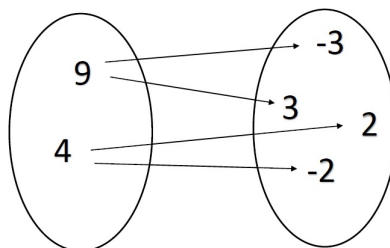
## 1. CONCEPTO DE FUNCIÓN

**Definición 1.1.** Una correspondencia entre dos conjuntos es una relación que se establece entre los elementos de esos conjuntos. Al conjunto de partida se le llama *conjunto inicial* y al de llegada *conjunto final*.

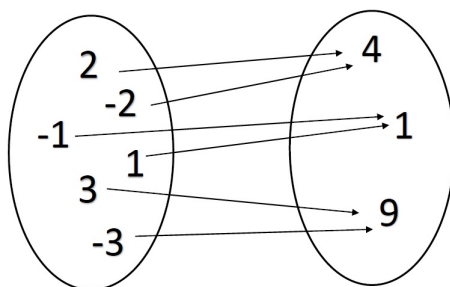
*Ejemplo 1.1.* Cada polígono se relaciona con el número de lados



*Ejemplo 1.2.* Cada número se relaciona con su raíz



*Ejemplo 1.3.* Cada número se relaciona con su cuadrado



**Definición 1.2.** Una función es una correspondencia donde a cada elemento del conjunto inicial le corresponde un único elemento del conjunto final.

*Por tanto el ejemplo 1.1 y el ejemplo 1.3 son funciones, pero el ejemplo 1.2 no es función.*

### ■ ELEMENTOS DE UNA FUNCIÓN

En una función los elementos del conjunto inicial forman la **variable independiente**, que denotamos con  $x$ , y los elementos del conjunto final la **variable dependiente** que se denota por  $f(x)$  o  $y$ .

Cuando construimos una tabla se dice que  $f(x)$  o  $y$  es la **IMAGEN** de  $x$ .

## 2. FORMAS DE EXPRESAR UNA FUNCIÓN

### ■ CON UN ENUNCIADO

Se describe la relación por medio de un enunciado

*Por ejemplo, cada polígono se relaciona con el número de lados*

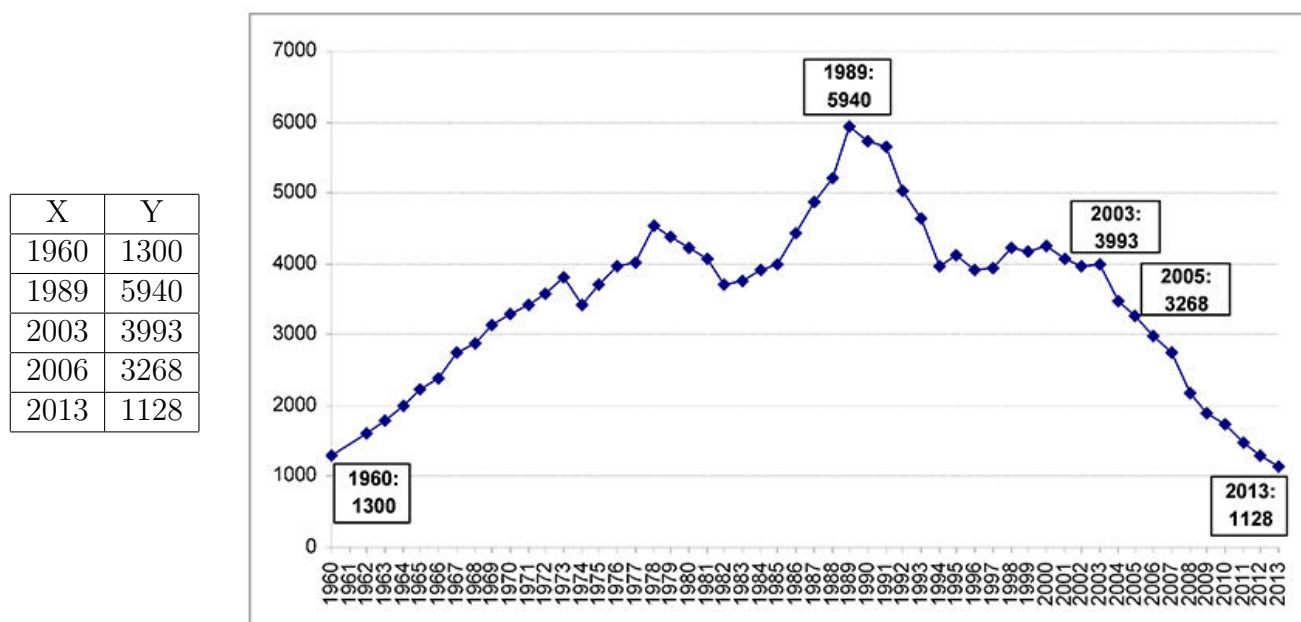
### ■ CON UNA TABLA

*En el ejemplo 1.3 podemos dar:*

X	Y
-3	9
-2	4
-1	1
1	1
2	4
3	9

### ■ CON UNA GRÁFICA

A partir de los datos de una tabla se puede trazar una gráfica y viceversa.



### ■ CON UNA FÓRMULA

*En el ejemplo 1.3 podemos expresarlo así:*

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \rightarrow x^2$$

De forma abreviada  $f(x) = x^2$ .

### 3. CARACTERÍSTICAS DE UNA FUNCIÓN

#### ■ CONTINUIDAD

Una función es continua si su gráfica no presenta corte ni saltos, es decir, se puede dibujar de un solo trazo. En caso contrario se dice discontinua.

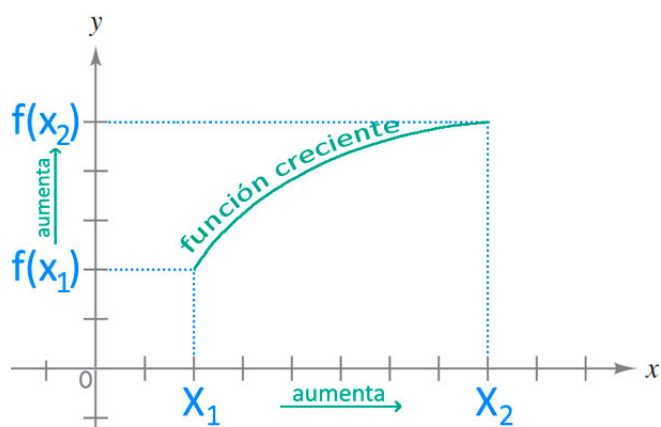


Figura 1: Función discontinua en  $x=1$

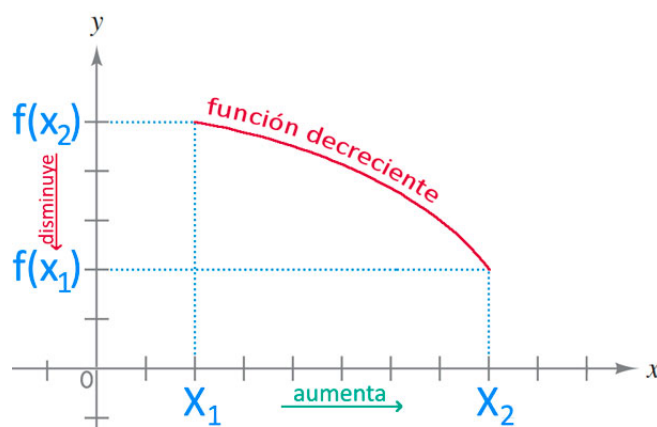
#### ■ CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO

**Definición 3.1.** Una función es creciente cuando al aumentar el valor de la  $x$  también aumenta el valor de la  $y$ .

Una función es decreciente cuando al aumentar el valor de la  $x$  el valor de la  $y$  disminuye.



(a) Función Creciente

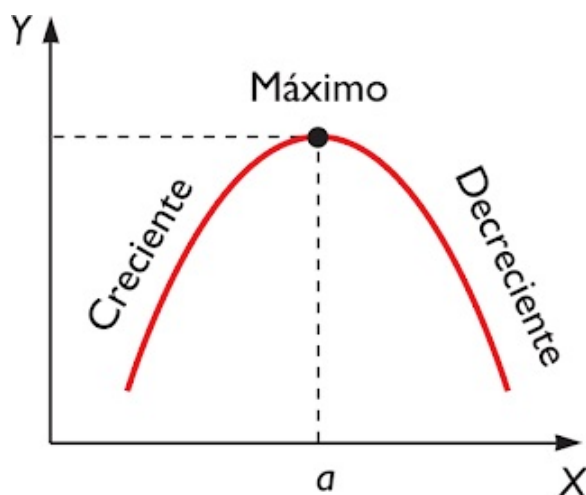


(b) Función Decreciente

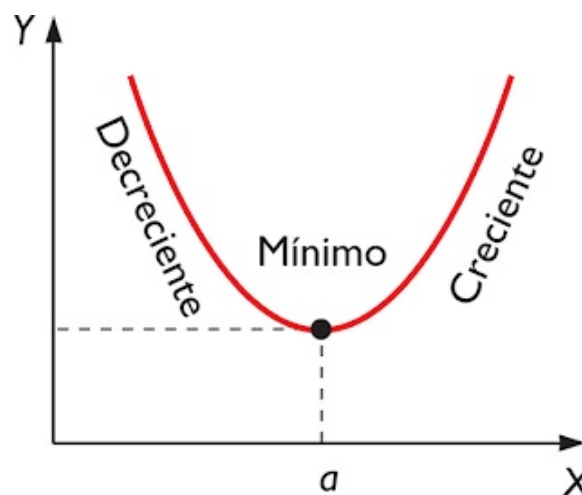
## ■ MÁXIMOS Y MÍNIMOS RELATIVOS

**Definición 3.2.** Una función  $f$  tiene un **máximo relativo** en  $x = a$  si a la izquierda de ese valor la función crece y a la derecha decrece.

Una función  $f$  tiene un **mínimo relativo** en  $x = a$  si a la izquierda de ese valor la función decrece y a la derecha crece.



(c) Máximo Relativo



(d) Mínimo Relativo

## 4. PUNTOS DE CORTE

Son los puntos donde la gráfica corta a los ejes coordenados, con el OX y con el OY. Para calcularlos hacemos:

- CORTE CON EL EJE OX

$y = 0$  y calculamos el valor de  $x$ . El corte es  $(x, 0)$ .

- CORTE CON EL EJE OY

$x = 0$  y calculamos el valor de  $y$ . El corte es  $(0, y)$ .

*Ejemplo 4.1.*  $y = x^2 - x - 6$

Corte con el eje OX

$$y = 0 \implies x^2 - x - 6 = 0 \implies x = 3, \quad x = -2$$

Los puntos de corte son:  $(3, 0)$   $(-2, 0)$

Corte con el eje OY

$$x = 0 \implies y = 0^2 - 0 - 6 \implies y = -6$$

El punto de corte es:  $(0, -6)$

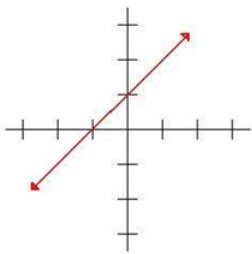
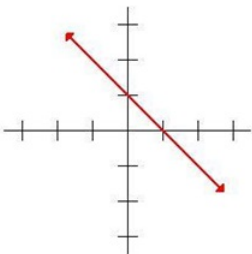
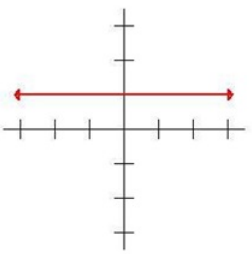
## 5. FUNCIONES LINEALES

Su gráfica es una recta y su expresión es de la forma

$$y = mx + n$$

Donde  $m$  es la pendiente de la recta y  $n$  es la ordenada en el origen, es decir, que la recta pasa por  $(0, n)$ .

Si  $m > 0$  la función es creciente, si  $m < 0$  la función es decreciente y si  $m = 0$  la función es constante.

$m > 0$	$m < 0$	$m = 0$
		
Función Creciente	Función Decreciente	Función Constante

Ejemplo 5.1.

$$y = 3x - 5$$

$m = 3 > 0 \implies$  la función es creciente

$n = -5 \implies$  la función pasa por  $(0, -5)$

Para dibujarla completo la tabla de valores:

Basta con dos valores porque como vemos en la teoría la representación es una recta.

X	Y
0	-5
1	-2

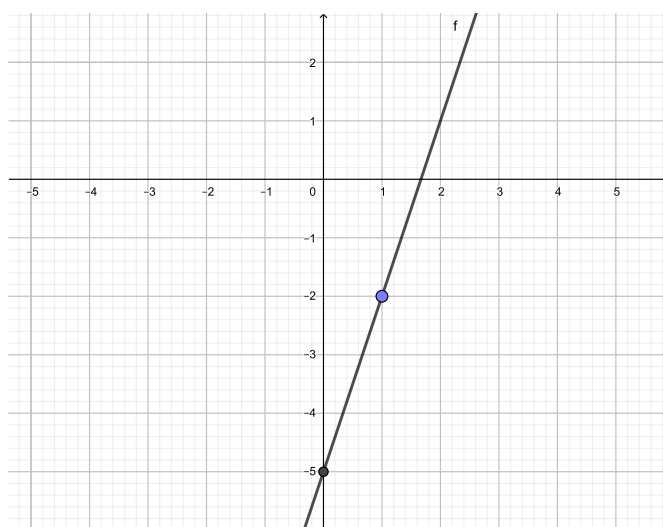
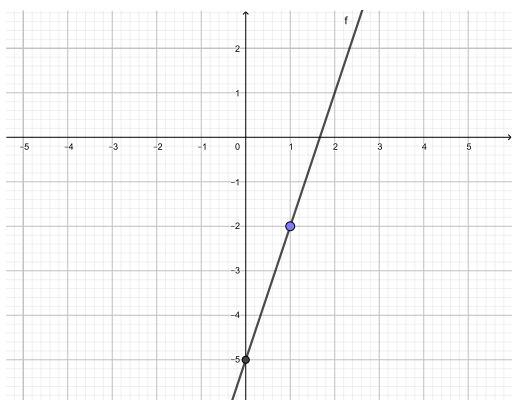
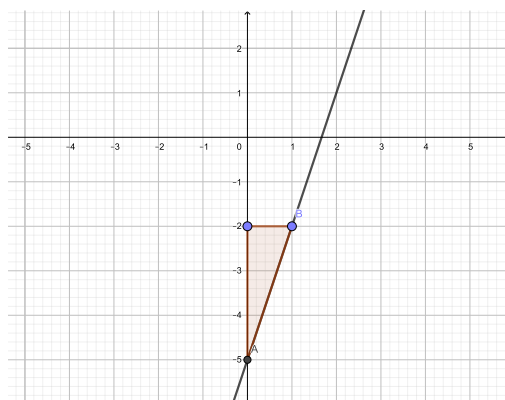


Figura 2: Ejemplo recta

## Ejemplo 5.2. CÁLCULO DE LA FÓRMULA DE UNA RECTA DADA SU GRÁFICA



(a) Dato del ejercicio



(b) Dibujo un triángulo fácil

**MÉTODO 1**

Para calcular la recta necesito conocer  $m$  y  $n$  y sustituirlas en la fórmula  $y = mx + n$ :

$n = -5$  ya que es donde la recta corta al eje OY.

Para calcular  $m$  utilizo el triángulo dibujado. Como  $m$  es la pendiente y la recta es creciente este número debe ser positivo, además para saber la inclinación exacta uso:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Es decir divido lo que mide el lado del triángulo vertical entre lo que mide el lado del triángulo horizontal:

$$m = +\frac{3}{1} = 3$$

El más es porque es creciente, si fuera decreciente sería  $-$ .

Por tanto, la fórmula es:  $y = 3x - 5$ .

**MÉTODO 2**

En la gráfica vemos que la recta pasa por  $(0, -5)$  y por  $(1, -2)$ , sustituyo en  $y = mx + n$ :

$$\left. \begin{array}{l} -5 = 0 \cdot m + n \\ -2 = 1 \cdot m + n \end{array} \right\}$$

Utilizando reducción:

$$\begin{array}{r} 5 = -n \\ -2 = m + n \\ \hline 3 = m \end{array}$$

$$m = 3 \implies -2 = 1 \cdot 3 + n \implies n = -5$$

Por tanto, la fórmula es:  $y = 3x - 5$ .