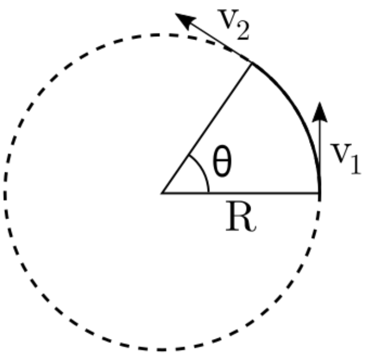
El movimiento orbital



El movimiento orbital es un caso concreto del movimiento circular. En todo movimiento circular debe existir una fuerza que tira del cuerpo en movimiento hacia el centro. Esta fuerza, llamada fuerza centrípeta, cambia continuamente la dirección de la velocidad, pero mantiene su módulo. De no existir la fuerza centrífuga, el cuerpo mantendría un movimiento rectilíneo, cómo cuando se libera el proyectil de una honda. Para el caso del movimiento circular, la fuerza centrípeta es la fuerza gravitatoria. Esta fuerza tiene el siguiente valor:

$$F_g = G\frac{mM_T}{r^2}$$

Donde *G,* es la contante universal gravitatoria ($6{,}67\cdot 10^{-11}$ Nm^2/kg^2), que no debe ser confundida con la aceleración de la gravedad, *g*. *m* es la masa del cuerpo, M_T la masa de la Tierra o el planeta correspondiente y *r* el radio de la órbita, medido desde el centro de la Tierra.

Conociendo el valor de la fuerza centrípeta, se puede deducir fácilmente la fórmula para la fuerza centrípeta:

$$a_c = \omega^2 r = \frac{\mathrm{v}^2}{r}$$

$$F_c = m\frac{\mathrm{v}^2}{r}$$

Dado que ambas fuerzas, gravitatoria y centrípeta, son la misma, se llega a la siguiente igualdad, aplicable para las órbitas circulares:

$$F_c = F_g$$

$$G\frac{mM_T}{r^2} = m\frac{\mathrm{v}^2}{r}$$

$$\frac{GM_T}{r} = \mathrm{v}^2$$

Se comprueba que la velocidad lineal, o velocidad orbital, de un cuerpo no depende de su masa, únicamente de la masa de la Tierra y el radio de su órbita.

Empleando las ecuaciones del movimiento circular, se puede calcular fácilmente la relación entre el radio de la órbita y su período:

$$\frac{GM_T}{r} = \mathrm{v}^2$$

$$\frac{GM_T}{r} = (\omega \cdot r)^2$$

$$\frac{GM_T}{r} = \left(\frac{2\pi}{T} \cdot r\right)^2$$

$$\frac{GM_T}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$GM_T T^2 = 4\pi^2 r^3$$

Ejercicio resuelto 1:

El primer objeto fabricado por el hombre en alcanzar una órbita fue el satélite soviético *Sputnik 1*. Si alcanzó una altura de 200 km, calcula su velocidad orbital y su período, asumiendo una órbita circular.

R_T=6371 km; M_T=5,97·10^{24} kg; G=6,67·10^{-11} Nm^2/kg^2

Al trabajar con órbitas es muy importante no confundirse entre la altura de una órbita (la distancia al nivel del mar) y su radio (la distancia al centro de la Tierra).

$$r = h + R_T$$

Aplicamos las ecuaciones desarrolladas anteriormente, despejando la velocidad y el radio, sustituyendo los datos con las unidades del SI:

$$\frac{GM_T}{r} = \mathrm{v}^2$$

$$\mathrm{v} = \sqrt{\frac{GM_T}{r}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} N\, {m^2}/{kg^2} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24} kg}{(6{,}371 \cdot 10^6\ m + 2 \cdot 10^5\ m)}} = 7{,}82 \cdot 10^3 m/s$$

$$GM_T T^2 = 4\pi^2 r^3$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM_T}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot (6{,}571 \cdot 10^6\ m)^3}{6{,}67 \cdot 10^{-11} N\ {m^2}/{kg^2} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24} kg}} = 5{,}3 \cdot 10^3 s = 1{,}47\ h$$

Ejercicio 1:

Una orbita geoestacionaria es aquella con un periodo orbital igual al periodo de rotación del planeta o satélite que se orbita (23 h y 56 min para el caso de la Tierra). Estas órbitas son especialmente interesantes, ya permiten que un satélite esté permanentemente situado encima de determinado punto de la superficie terrestre. Calcula la altura a la que debería posicionarse un satélite para alcanzar una órbita geoestacionaria.

R_T=6371 km; M_T=5,97·10^{24} kg; G=6,67·10^{-11} Nm^2/kg^2

Ejercicio 2:

La distancia entre la Tierra y el Sol son 150,68 millones de kilómetros. Sabiendo que un año terrestre dura 365,25 días, y asumiendo una órbita circular, calcula la velocidad orbital de la Tierra y la masa del Sol.

G=6,67·10^{-11} Nm^2/kg^2