

Obxectivos

Nesta quincena aprenderás a:

- Recoñecer unha sucesión de números.
- Recoñecer e distinguir as progresións aritméticas e xeométricas.
- Calcular o termo xeral dunha progresión aritmética e xeométrica.
- Achar a suma dos termos dunha progresión aritmética finita e xeométrica finita ou infinita.
- Achar o produto dos termos dunha progresión xeométrica finita.
- Resolver problemas coa axuda das progresións.
- Resolver problemas de interese composto.

Antes de empezar.

1.Sucesións..... páx74
Definición. Regra de formación
Termo xeral

2.Progresións Aritméticas..... páx. 75
Definición
Termo xeral
Suma de n termos

3.Progresións Xeométricas..... páx. 77
Definición Termo xeral
Suma de n termos
Suma de todos os termos
Produto de n termos

4.Aplicacións..... páx. 79
Interpolación
Interese composto
Resolución de problemas

Exercicios para practicar

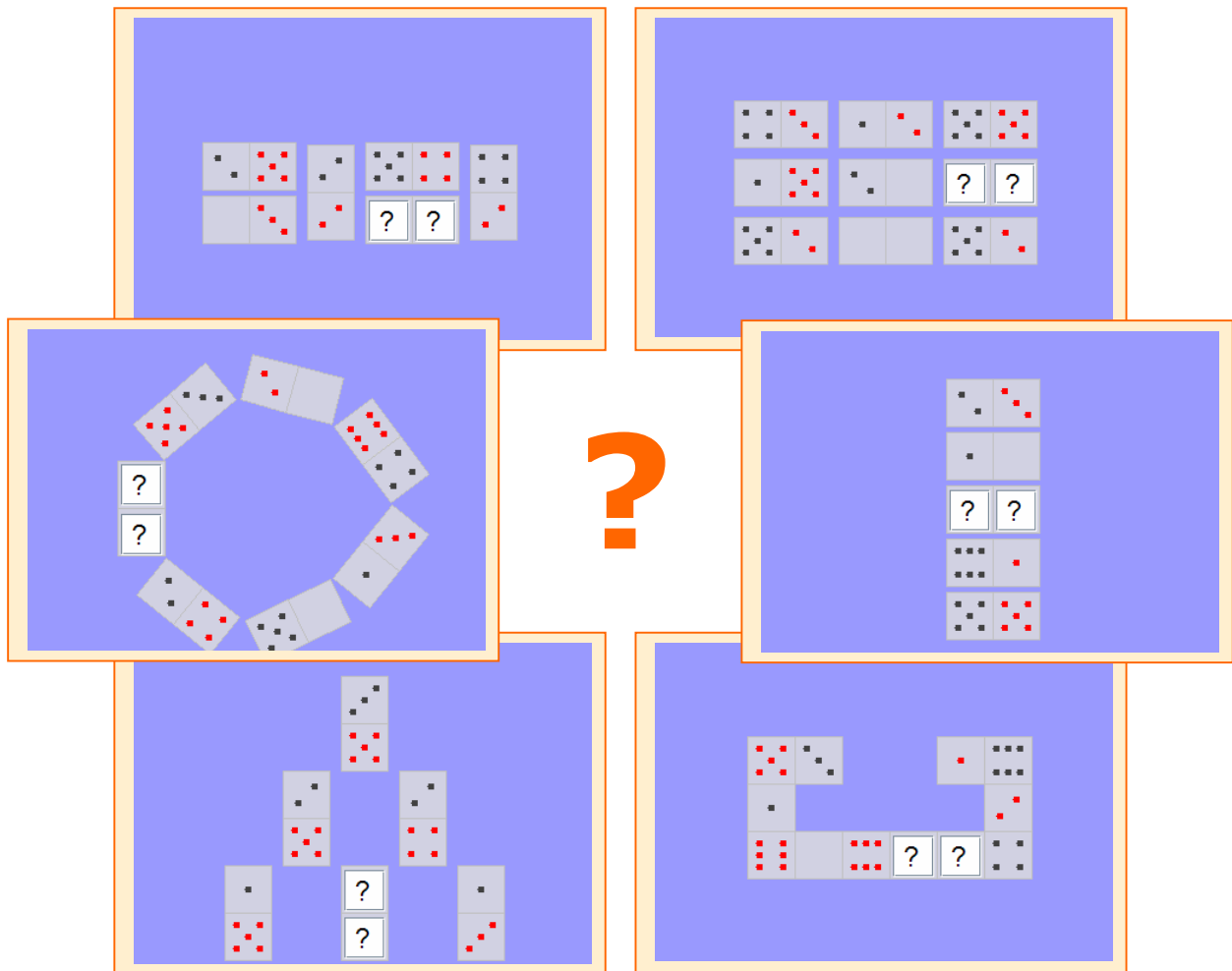
Para saber máis

Resumo

Autoavaliación

Actividades para enviar ao titor

Antes de empezar



Para empezar, propóñoche un xogo sinxelo, trátase de descubrir a ficha de dominó que falta en cada caso.

Progresións

1. Sucesións

Definición.

Unha **sucesión** é un conxunto ordenado de números reais:

$$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, \dots$$

Cada elemento da sucesión chámase **termo** da sucesión. Para sinalalos empréganse subíndices.

Os termos das sucesións pódense determinar a partir de certo criterio, este criterio denomínase **regra de formación**.

Termo xeral

O **termo xeral** dunha sucesión é o que ocupa un lugar calquera, n , **desta**, escríbese a_n

- Hai sucesións o termo xeral das cales é unha expresión alxébrica, que nos permite saber calquera termo da sucesión sabendo o lugar que ocupa, n .
- Noutras, cada termo obtense a partir dos anteriores, dise que están dadas en forma recorrente. Unha **relación de recorrencia** é unha expresión alxébrica, que expresa o termo n en función dos anteriores.

4, 7, 10, 13,...

Primeiro termo: $a_1=4$
Segundo termo: $a_2=7$
Terceiro termo: $a_3=10$
Cuarto termo: $a_4=13$

Cada termo obtense do anterior sumándolle 3.

$$\begin{aligned} a_2 &= a_1 + 3 = 4 + 3 = 7 \\ a_3 &= a_2 + 3 = 7 + 3 = 10 \\ a_4 &= a_3 + 3 = 10 + 3 = 13 \end{aligned}$$

4, 8, 12, 16,...

Cada termo obtense multiplicando o lugar que ocupa por 4

$$\begin{aligned} a_1 &= 1 \cdot 4 = 4 & a_2 &= 2 \cdot 4 = 8 \\ a_3 &= 3 \cdot 4 = 12 & a_4 &= 4 \cdot 4 = 16 \end{aligned}$$

EXERCICIOS resoltos

1. O primeiro termo dunha sucesión é 4, escribe os catro primeiros termos dela se: "Cada termo é igual ao anterior máis o lugar que ocupa":

$$\text{Sol: } a_1 = 4 \quad a_2 = 4 + 2 = 6 \quad a_3 = 6 + 3 = 9 \quad a_4 = 9 + 4 = 13$$

2. Escribe a regra de formación da seguinte sucesión: 3, 8, 13, 18,...

$$\text{Sol: "Cada termo é igual ao anterior máis 5"}$$

3. Escribe os cinco primeiros termos da sucesión formada polos cadrados dos números naturais

$$\text{Sol: } a_1 = 1 \quad a_2 = 2^2 = 4 \quad a_3 = 3^2 = 9 \quad a_4 = 4^2 = 16 \quad a_5 = 5^2 = 25$$

4. Calcula os 4 primeiros termos da sucesión de termo xeral: $a_n = \frac{n}{n+1}$

$$\text{Sol: } a_1 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} \quad a_2 = \frac{2}{1+2} = \frac{2}{3} \quad a_3 = \frac{3}{1+3} = \frac{3}{4} \quad a_4 = \frac{4}{1+4} = \frac{4}{5}$$

5. Escribe os 5 primeiros termos dunha sucesión a regra de formación da cal é: "Cada termo é a suma dos dous anteriores" $a_1 = 3$ y $a_2 = 7$

$$\text{Sol: } a_1 = 3 \quad a_2 = 7 \quad a_3 = 3 + 7 = 10 \quad a_4 = 7 + 10 = 17 \quad a_5 = 10 + 17 = 27$$

6. Escribe o termo xeral destas sucesións:

a) 2, 3, 4, 5, 6, ...

Sol: $a_n = 1 + n$

b) 2, 4, 8, 16, 32, ...

Sol: $a_n = 2^n$

2. Progresións Aritméticas

Definición

Unha **progresión aritmética** é unha sucesión en que cada termo (menos o primeiro) obtense sumando ao anterior unha cantidade fixa **d**, chamada **diferenza** da progresión.

- Se **d > 0** os números cada vez son maiores, dise que a progresión é **crecente**.
- Se **d < 0** os números cada vez son menores, dise que a progresión é **decrecente**.

$$2, 5, 8, 11, \dots \rightarrow d = 3 > 0$$

Crecente

$$7, 5, 3, 1, \dots \rightarrow d = -2 < 0$$

Decrecente

$$3, 5, 7, 9, 11, \dots$$

$$a_1 = 3 \quad d = 2$$

$$a_n = 3 + (n-1) \cdot 2$$

Así por exemplo:

$$a_{10} = 3 + 9 \cdot 2 = 21$$

$$a_{100} = 3 + 99 \cdot 2 = 201$$

Termo xeral

Nunha progresión aritmética cada termo é igual ao anterior máis a diferenza. Observa:

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_3 = a_2 + d = a_1 + 2 \cdot d$$

$$a_4 = a_3 + d = a_1 + 2 \cdot d + d = a_1 + 3 \cdot d$$

$$a_5 = a_4 + d = a_1 + 3 \cdot d + d = a_1 + 4 \cdot d$$

e seguindo así **$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$** se a:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

O **termo xeral** dunha progresión **aritmética** é:

onde **a_1** é o primeiro termo e **d** a diferenza.

Suma de n termos

Nunha progresión aritmética finita de n termos, a suma de termos equidistantes dos extremos é igual á suma deles:

$$a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = a_3 + a_{n-2} = \dots$$

A partir desta propiedade obtense que a suma $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ dos n primeiros termos dunha progresión aritmética é:

$$S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$2, 4, 6, 8, 10, 12$$

$$2 + 12 = 14$$

$$4 + 10 = 14$$

$$6 + 8 = 14$$

$$S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2 + 12}{2} \cdot 6 = 42$$

EXERCICIOS resoltos

7. Determina a diferenza das seguintes progresións aritméticas:

a) 1, 4, 7, 10, 13, ... Sol: $d = a_5 - a_4 = a_4 - a_3 = a_3 - a_2 = a_2 - a_1$
 $d = 13 - 10 = 10 - 7 = 7 - 4 = 4 - 1 = 3$

b) 8, 6, 4, 2, 0, ... Sol: $d = a_5 - a_4 = a_4 - a_3 = a_3 - a_2 = a_2 - a_1$
 $d = 0 - 2 = 2 - 4 = 4 - 6 = 6 - 8 = -2$

c) 2, 6, 10, 14, 18, ... Sol: $d = a_5 - a_4 = a_4 - a_3 = a_3 - a_2 = a_2 - a_1$
 $d = 18 - 14 = 14 - 10 = 10 - 6 = 6 - 2 = 4$

8. Escribe o termo xeral das seguintes progresións aritméticas:

a) 4, 6, 8, 10, ... Sol: $a_n = a_1 + (n - 1)d = 4 + (n - 1) \cdot 2 = 2n + 2$

b) 3, -1, -5, -9, ... Sol: $a_n = a_1 + (n - 1)d = 3 + (n - 1) \cdot (-4) = -4n + 7$

c) 5, 8, 11, 14, ... Sol: $a_n = a_1 + (n - 1)d = 5 + (n - 1) \cdot 3 = 3n + 2$

9. Calcular a suma dos 10 primeiros termos da progresión aritmética: 2, 4, 6, 8, 10, ...

$$a_{10} = a_1 + (10 - 1)d = 2 + 9 \cdot 2 = 20$$

Sol: $S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2 + 20}{2} \cdot 10 = 11 \cdot 10 = 110$

10. Calcular a suma dos 20 primeiros termos da progresión aritmética: 3, 7, 11, 15, 19, ...

$$a_{20} = a_1 + (20 - 1)d = 3 + 19 \cdot 2 = 41$$

Sol: $S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{3 + 41}{2} \cdot 20 = 22 \cdot 20 = 440$

11. O primeiro termo dunha progresión aritmética de diferenza 5 é 4 e o último termo é 499. Acha a suma de todos eles.

$$a_1 = 4 \quad d = 5 \rightarrow 4, 9, 14, 19, \dots$$

Hay que calcular el número de términos

Sol: $a_n = a_1 + (n - 1)d \rightarrow 499 = 4 + (n - 1) \cdot 5 = 5n - 1$

$$5n = 500 \rightarrow n = 100$$

$$S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{4 + 499}{2} \cdot 100 = \frac{503}{2} \cdot 100 = 25150$$

3, 6, 12, 24, 48, ...

razón=2

$$r = \frac{6}{3} = \frac{12}{6} = \frac{24}{12} = \frac{48}{24} = 2$$

1, 3, 9, 27, 81, ...

$r=3$ $a_1=1$

$$a_n = 3^{n-1}$$

1, 2, 4, 8, 16, 32 $r = 2$; $n = 6$

$$S = \frac{a_n \cdot r - 1}{r - 1} = \frac{32 \cdot 2 - 1}{2 - 1} = \frac{63}{1} = 63$$

$$S = \frac{a_1 \cdot (r^n - 1)}{r - 1} = \frac{1 \cdot (2^6 - 1)}{2 - 1} = \frac{63}{1} = 63$$

16, 8, 4, 2, 1,; $r = \frac{1}{2}$

$$S = \frac{a_1}{1 - r} = \frac{16}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{16}{\frac{1}{2}} = 32$$

1, 2, 4, 8, 16, 32

$$1 \cdot 32 = 32$$

$$2 \cdot 16 = 32$$

$$4 \cdot 8 = 32$$

$$P = \sqrt{(1 \cdot 32)^6} = \sqrt{2^{30}} = 2^{15}$$

3. Progresións Xeométricas

Definición

Unha **progresión xeométrica** é unha sucesión en que cada termo (menos o primeiro) obtense multiplicando o anterior por unha cantidade fixa **r**, chamada **razón** da progresión.

A razón obtense ao facer o cociente entre dous termos consecutivos:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} = \dots = \frac{a_n}{a_{n-1}} = r$$

Termo Xeral

Nunha progresión xeométrica cada termo é igual ao anterior pola razón. Observa:

$$a_2 = a_1 \cdot r \quad a_3 = a_2 \cdot r = a_1 \cdot r^2$$

$$a_4 = a_3 \cdot r = a_1 \cdot r^2 \cdot r = a_1 \cdot r^3$$

e seguindo así sucesivamente, chégase a:

O **termo xeral** dunha **progresión xeométrica** o primeiro termo da cal é **a₁** e a razón é **r** é

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

Suma de n termos

A **suma** dos **n primeiros termos** dunha **progresión xeométrica** de razón **r** é:

$$S = \frac{a_n \cdot r - 1}{r - 1} \quad \text{ou ben} \quad S = \frac{a_1 \cdot (r^n - 1)}{r - 1}$$

Suma de todos os termos

A **suma** dos **infinitos termos** dunha **progresión xeométrica** de razón **r**, é:

$$S = \frac{a_1}{1 - r}$$

Produto de n termos

Nunha progresión xeométrica o produto dos termos equidistantes dos extremos é igual ao produto deles:

$$a_1 \cdot a_n = a_2 \cdot a_{n-1} = a_3 \cdot a_{n-2} = \dots$$

A partir desta propiedade obtense que o produto dos **n primeiros termos** dunha progresión xeométrica é:

$$P = \sqrt{(a_1 \cdot a_n)^n}$$

EXERCICIOS resoltos

12. Determina a razón das seguintes progresións xeométricas:

a) 1, 2, 4, 8, 16, ...

$$\text{Sol: } r = \frac{a_5}{a_4} = \frac{a_4}{a_3} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_2}{a_1}$$

$$r = \frac{16}{8} = \frac{8}{4} = \frac{4}{2} = \frac{2}{1} = 2$$

b) 81, 27, 9, 3, 1, ...

$$\text{Sol: } r = \frac{a_5}{a_4} = \frac{a_4}{a_3} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_2}{a_1}$$

$$r = \frac{1}{3} = \frac{3}{9} = \frac{9}{27} = \frac{27}{81} = \frac{1}{3}$$

13. Escribe o termo xeral das seguintes progresións xeométricas:

a) 4, 12, 36, 108, ...

$$\text{Sol: } a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = 4 \cdot 3^{n-1}$$

b) 8, 16, 32, 64, ...

$$\text{Sol: } a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = 8 \cdot 2^{n-1} = 2^3 \cdot 2^{n-1} = 2^{n+2}$$

14. Calcula a suma dos 10 primeiros termos da progresión xeométrica: 1, 2, 4, 8, 16, ...

$$\text{Sol: } r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{2}{1} = 2 \rightarrow S = \frac{a_1 \cdot (r^n - 1)}{r - 1} = \frac{1 \cdot (2^{10} - 1)}{2 - 1} = \frac{1024 - 1}{1} = 1023$$

15. Calcula a suma dos termos dunha progresión xeométrica finita de primeiro termo 1, razón 3 e último termo 243:

$$\text{Sol: } a_1 = 1 ; a_n = 243 ; r = 3 \rightarrow S = \frac{a_n \cdot r - a_1 \cdot r^n}{r - 1} = \frac{243 \cdot 3 - 1}{3 - 1} = \frac{728}{2} = 364$$

16. Calcula a suma de todos os termos da progresión xeométrica: 8, 4, 2, 1, ...

$$\text{Sol: } a_1 = 8 ; r = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \rightarrow S = \frac{a_1}{1 - r} = \frac{8}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{8}{\frac{1}{2}} = 16$$

17. Calcula o produto dos 8 primeiros termos da progresión xeométrica: $\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, \dots$

Sol:

$$a_1 = \frac{1}{8} ; r = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{8}} = 2 ; a_8 = \frac{1}{8} \cdot 2^7 = 2^4 = 16$$

$$P = \sqrt{(a_1 \cdot a_8)^8} = \sqrt{\left(\frac{1}{8} \cdot 16\right)^8} = \sqrt{2^8} = 2^4 = 16$$

Interpolar 4 medios diferenciais entre 4 e 44.

$$4, x_1, x_2, x_3, x_4, 44$$

Progresión aritmética

$$44 = 4 + (6-1) \cdot d \rightarrow 40 = 5d \rightarrow d = 8$$

$$4, 12, 20, 28, 36, 44$$

Interpolar 2 medios xeométricos entre 3 e 24.

$$3, x_1, x_2, 24$$

Progresión xeométrica

$$24 = 3 \cdot r^3 \rightarrow 8 = r^3 \rightarrow r = 2$$

$$3, 6, 12, 24$$

En canto se converten 2000 € ao 4% anual durante 5 anos?

$$C_f = C_0 \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t$$

$$C_f = 2000 \cdot \left(1 + \frac{4}{100}\right)^5 = 2216,65 \text{ €}$$

4. Aplicacións

Interpolación

Interpolar significa colocar outros números entre dous dados. Dados dous números a e b,

- **Interpolar n medios diferenciais** entre a e b é atopar x_1, x_2, \dots, x_n números de forma que $a, x_1, x_2, \dots, x_n, b$ formen unha progresión **aritmética**.
- **Interpolar n medios xeométricos** entre a e b é atopar x_1, x_2, \dots, x_n números de forma que $a, x_1, x_2, \dots, x_n, b$ formen unha progresión **xeométrica**.

Xuro composto

Se ao inverter un capital durante un período de tempo, t, a un rédito, r%, non se retiran os intereses ao finalizar o período de inversión senón que se engaden ao capital dicimos que é un **xuro composto**.

O capital final C_f obtido ao inverter un Capital C, ao rédito **r %**, durante **t** anos, a **xuro composto** vén dado pola fórmula:

$$C_f = C_0 \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t$$

Se o tempo vén dado en meses ou días, abonda substituír r polo rédito mensual ou diario e t polo nº de meses ou días.

Resolución de problemas

Observa algúns exemplos de problemas resoltos con progresións.

EXEMPLO 1

Atopa a fracción xeratriz de $0,2$

✓ SOLUCIÓN

$$0,2 = 0,2 + 0,02 + 0,002 + \dots = \frac{2}{10} + \frac{2}{100} + \frac{2}{1000} + \dots$$

É a suma dos infinitos termos dunha progresión xeométrica de primeiro termo 0,2 e razón 0,1.

$$S = \frac{0,2}{1 - 0,1} = \frac{0,2}{0,9} = \frac{2}{9}$$

EXEMPLO 2

Unha persoa dá esmola durante 17 días, o primeiro día deu 10€ e o último 26€ canto deu en total?

✓ SOLUCIÓN

As cantidades dadas 10, 11, 12, ..., 26 forman unha progresión aritmética de primeiro termo 10 e diferenza 1.

O total é a suma dos 17 termos:

Progresións

$$S = \frac{10+26}{2} \cdot 17 = 306 \text{ €}$$

EXERCICIOS resoltos

18. Interpola 3 medios aritméticos entre 4 e 29

$$5, x_1, x_2, x_3, 29$$

$$\text{Sol: } 29 = 5 + (5 - 1) \cdot d \rightarrow 24 = 4d \rightarrow d = 6$$

$$x_1 = 5 + 6 = 11 \quad x_2 = 11 + 6 = 17 \quad x_3 = 11 + 6 = 17$$

19. Interpola 4 medios xeométricos entre 1 e 243:

$$2, x_1, x_2, x_3, x_4, 486$$

$$\text{Sol: } 486 = 2 \cdot r^5 \rightarrow 243 = 2r^5 \rightarrow r = 3$$

$$x_1 = 2 \cdot 3 = 6 \quad x_2 = 6 \cdot 3 = 18 \quad x_3 = 18 \cdot 3 = 54 \quad x_4 = 54 \cdot 3 = 162$$

20. Calcular o capital obtido invertendo 2000 € ao 3% de interese composto anual durante 5 anos.

$$\text{Sol: } C_f = C_0 \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t = 2000 \cdot \left(1 + \frac{3}{100}\right)^5 = 2318,55 \text{ €}$$

21. Unha árbore de rápido crecemento multiplica a súa altura por 1'2 cada ano. Se ao comezar o ano medía 0'75 m, que altura terá dentro de 8 anos?

$$\text{Sol: } a_1 = 0'75 ; a_2 = 0'75 \cdot 1'2 ; a_3 = 0'75 \cdot 1'2^2 \dots \rightarrow a_8 = 0'75 \cdot 1'2^8 = 3'22 \text{ m}$$

22. Lanzamos unha pelota ao longo dun corredor. En cada bote que dá avanza unha distancia igual á metade da distancia anterior. Se ao oitavo bote cae nun foso de terra e a para ¿que distancia percorrería se antes do primeiro bote percorreu 2 m?

$$a_1 = 2 ; a_2 = 1 ; a_3 = \frac{1}{2} ; a_4 = \frac{1}{4} \dots ; a_8 = \frac{1}{64}$$

Sol: La distancia que ha recorrido es la suma de todas

$$S = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1} = \frac{2\left(\left(\frac{1}{2}\right)^8 - 1\right)}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{2\left(\frac{1}{256} - 1\right)}{-\frac{1}{2}} = \frac{2\left(\frac{-255}{256}\right)}{-\frac{1}{2}} = \frac{2 \cdot 255 \cdot 2}{256} = \frac{255}{64} = 3'98 \text{ m}$$



Para practicar

1. Completa as sucesións cos termos que faltan:

a) 3, 7, 11, 15, __, __,

b) 3, 6, 12, 24, __, __,

c) 32, 16, 8, 4, __, __,

d) 5, 10, 17, 26, __, __,

2. Calcula os 4 primeiros termos da sucesión de termo xeral:

a) $a_n = n + 5$

b) $a_n = 2^{n-1}$

c) $a_n = \sqrt[n+1]{n+2}$

d) $a_n = 5n$

3. Calcula o termo xeral das sucesións:

a) 1, 2, 3, 4, 5,

b) 1, 4, 9, 16, 25,

c) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \dots$

d) $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \dots$

4. Acha o termo 100 da sucesión de termo xeral:

a) $a_n = 3n + 2$

b) $a_n = \frac{2n+1}{n-1}$

c) $a_n = \frac{(-1)^n}{n+1}$

5. Descubre a lei de recorrencia de cada unha das sucesións:

a) 3, 7, 10, 17, 27,

b) 3, 6, 12, 24, 48,

c) 3, 7, 11, 15, 19,

d) 9, 3, 6, -3, 9,

6. Calcula o termo xeral das seguintes progresións aritméticas.

a) 4, 7, 10, 13, 16,

b) 1, 3, 5, 7, 9,

c) 7, 11, 15, 19, 23,

d) 3, 4, 5, 6, 7,

7. Calcula o termo xeral das seguintes progresións xeométricas.

a) 4, 8, 16, 32, 64,

b) 1, 3, 9, 27, 81,

c) 16, 8, 4, 2, 1,

d) $\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \frac{16}{81}, \dots$

8. Calcula a diferenza dunha progresión aritmética se se coñecen:

a) $a_{10} = 30$ e $a_1 = -6$

b) $a_{30} = 95$ e $a_{20} = 45$

Progresións

9. Calcula a razón dunha progresión xeométrica se se coñece
- a) $a_9 = 80$ e $a_8 = 16$
- b) $a_{10} = 40$ e $a_7 = 5$
10. Calcula o primeiro termo dunha progresión aritmética se se coñece:
- a) $a_{20} = 34$ e $d = 7$
- b) $a_{31} = 13$ e $d = 3$
11. Calcula o primeiro termo dunha progresión xeométrica se se coñece:
- a) $a_7 = 320$ e $r = 2$
- b) $a_6 = 915$ e $r = 3$
12. Calcula o número de termos dunha progresión aritmética finita se o primeiro é 100 o último 420 e a diferenza é 4.
13. Calcula a suma dos primeiros 101 termos da progresión: 1, 4, 7, 17, 20,
14. Calcula a suma dos múltiplos de 3 menores de 1000 e maiores que 100
15. Calcula a suma dos primeiros 8 termos da progresión: 1, 2, 4, 8, 16,
16. Calcula o produto dos primeiros 8 termos da progresión: $\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, \dots$
17. Calcula a suma dos infinitos termos da progresión: 16, 8, 4, 2, 1,
18. Calcula o produto dos primeiros 10 termos da progresión 16, 8, 4, 2, 1,
19. Depositamos 6000 € ao 5% de xuro composto anual. Canto diñeiro terei despois de 3 anos?
20. Determina o capital que cun xuro composto do 5% anual, produce 200 € en 4 anos.
21. Acha o capital obtido invertendo 100 € ao 3% de xuro composto anual durante 4 anos?
22. Interpola 6 termos entre 1 e 10 para que formen unha progresión aritmética.
23. Interpola 3 termos entre 1 e 16 para que formen unha progresión xeométrica
24. Nun exame a primeira pregunta valía dous puntos e cada unha das seguintes valía tres puntos máis que a anterior. Se en total hai 50 preguntas, cantos puntos vale o exame?
25. O número inicial de moscas dunha poboación é de 50 e cada tres días o número de moscas duplícase, ¿cantas moscas haberá aos 30 días?
26. Escribe a fracción xeratriz de $1.\overline{2}$, utilizando a suma dunha progresión.
27. Nunha progresión xeométrica o termo sexto vale 64 e o cuarto é 16. Acha o termo xeral.
28. Os ángulos dun triángulo están en progresión aritmética, se o máis pequeno mide 40° ¿cal é a medida dos outros dous?

Para saber máis



A sucesión de Fibonacci

Unha das sucesións máis coñecidas é a **sucesión de Fibonacci**.

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34,

A sucesión é a solución ao problema que se formula na súa obra **Liber Abaci**

Unha parella de coellos tarda un mes en alcanzar a idade fértil. Cada vez xera unha parella de coellos que, á súa vez, tras ser fértiles xeran cada mes unha parella de coellos. Cantas parellas haberá despois dun número determinado de meses?

Fórmula de recorrencia:

$$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$$

Termo Xeral:

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n$$

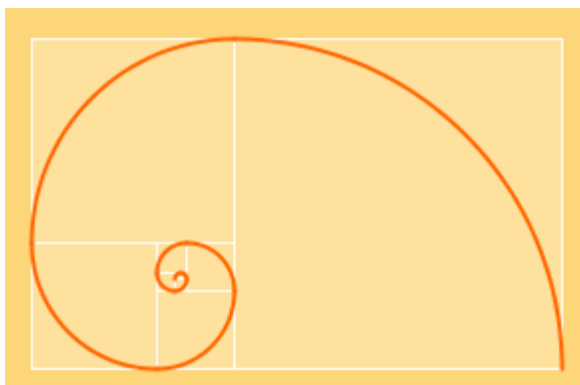
| Mes | Pais | Filios | Netos | Bisnetos | Parellas |
|-----|------|-----------|-----------|----------|----------|
| 1 | ☺ | | | | 1 |
| 2 | ☹ | | | | 1 |
| 3 | ☹ | ☺ | | | 2 |
| 4 | ☹ | ☺ ☺ | | | 3 |
| 5 | ☹ | ☺ ☺ ☺ | ☺ | | 5 |
| 6 | ☹ | ☺ ☺ ☺ ☺ | ☺ ☺ ☺ | | 8 |
| 7 | ☹ | ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ | ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ | ☺ | 13 |

☺ Parella fértil ☹ Parella non fértil



Leonardo Fibonacci

Espiral de Fibonacci



Número de ouro:

Se dividimos cada número polo anterior a sucesión de cocientes achégase ao número de ouro:

$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$



Lembra o máis importante

Sucesión:

É un conxunto de infinitos números dados de forma ordenada.

Termo dunha Sucesión:

É un conxunto de infinitos números dados de forma ordenada.

Sucesión decrecente:

É aquela en que cada termo é menor que o anterior.

Sucesión crecente:

É aquela en que cada termo é maior que o anterior.

Progresión Aritmética

É aquela sucesión en que cada termo é igual ao anterior máis unha cantidade constante chamada diferenza da progresión.

Termo xeral $a_n = a_1 + (n - 1)d$

Termos equidistantes dos extremos

$$a_n + a_1 = a_{n-1} + a_2 = a_{n-2} + a_3 = \dots$$

Suma de n termos $S = \frac{a_1 + a_n}{2} n$

Progresión Xeométrica

É aquela sucesión en que cada termo é igual ao anterior multiplicado por unha cantidade constante chamada razón da progresión.

Termo xeral $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

Suma de n termos $S = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$

$$S = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1}$$

Suma dos infinitos termos

$$S = \frac{a_1}{1 - r} \quad -1 < r < 1$$

Termos equidistantes dos

extremos $a_n \cdot a_1 = a_{n-1} \cdot a_2 = a_{n-2} \cdot a_3 = \dots$

Produto de n termos $P = \sqrt{(a_1 \cdot a_n)^n}$

Interpolación

Dados números a e b, interpolar n medios (diferenciais ou xeométricos) entre a e b é atopar x_1, x_2, \dots, x_n números de forma que $a, x_1, x_2, \dots, x_n, b$ formen unha progresión (aritmética ou xeométrica)

Xuro composto

O capital final C_f obtido ao inverter un Capital C, ao rédito r %, durante t anos, a xuro composto vén dado pola

fórmula: $C_f = C_0 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t$

Autoavaliación



1. Escribe o termo 95 da sucesión: $\frac{10}{3}, \frac{11}{4}, \frac{12}{5}, \frac{13}{6}, \dots$
2. Escribe o termo xeral da sucesión: $-4, -7, -10, -13, \dots$
3. Escribe o termo xeral da sucesión: $1, 2, 4, 8, \dots$
4. Escribe o termo 6 da sucesión: $1, 4, 16, 64, \dots$
5. Acha a suma de todos os termos da progresión: $8, 4, 2, 1, \dots$
6. Acha a suma dos 100 primeiros termos da progresión: $1, 4, 7, 10, \dots$
7. Acha o produto dos 8 primeiros termos da progresión: $4096, 512, 64, 8, \dots$
8. Cánto diñeiro me devolverá o banco se fago unha imposición de 3000 € aprazo fixo durante 5 anos ao 3% de interese composto anual.
9. Calcula a suma de todos os múltiplos de 3 de tres cifras.
10. O pai de Xan decide gardar un euro o día que Xan fai un ano. Irá duplicando a cantidade en todos os aniversarios do seu fillo. Canto diñeiro aforrará o día que faga 13 anos?

Progresións

Solucións dos exercicios para practicar

1. a) 19 e 23 b) 48 e 96
c) 2 e 1 d) 37 e 50
2. a) 6, 7, 8, 9, ... b) 1, 2, 4, 8, ...
c) $\sqrt{2}, \sqrt[3]{4}, \sqrt[4]{5}, \sqrt[5]{6}, \dots$
d) 5, 10, 15, 20, ...
3. a) $a_n = n$ b) $a_n = n^2$
c) $a_n = \frac{1}{n}$ d) $a_n = \frac{n+1}{n+2}$
4. a) $a_{100} = 302$ b) $a_n = \frac{201}{99}$
c) $a_n = \frac{1}{101}$
5. a) $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ b) $a_{n+1} = 2 \cdot a_n$
c) $a_{n+1} = a_n + 4$
d) $a_{n+2} = a_{n+1} - a_n$
6. a) $a_n = 3n + 1$ b) $a_n = 2n - 1$
c) $a_n = 4n + 3$ d) $a_n = n + 2$
7. a) $a_n = 2^{n+1}$ b) $a_n = 3^{n-1}$
c) $a_n = 2^{5-n}$ d) $a_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n$
8. a) 4 b) 5
9. a) 5 b) 2
10. a) -99 b) -77
11. a) 5 b) 5
12. 81
13. 15100
14. 165150
15. 511
16. 16
17. 32
18. 1/32
19. 6945 ' 75
20. 928 ' 05
21. 112 ' 55
22. $\frac{16}{7}, \frac{25}{7}, \frac{34}{7}, \frac{43}{7}, \frac{52}{7}, \frac{61}{7}$
23. 2, 4, 8
24. 3775
25. 16000
26. 11/9
27. $a_n = 2^n$
28. 60 y 80

Solucións AUTOAVALIACIÓN

1. 104/97
2. $a_n = -1 - 3n$
3. $a_n = 2^{n-1}$
4. 1024
5. 16
6. 14950
7. 4096
8. 3477'82
9. 165150
10. 8191

Non esquezas enviar as actividades ao titor ►