MATEMÁTICA 4º ESO — 17/03/2015

REC 1 OS NÚMEROS REAIS
2 RADICAIS

TOTAL	SUMA	EE/EM	NOTA
10			

NOME	GRUPO 4º ESO

0. Expresión escrita / expresión matemática / presentación

1 — 1. Indicar do xeito razoado se os seguintes números son racionais ou irracionais: $\sqrt{2}$, $2,\widehat{01}$, $-0,25$, $\frac{\pi}{2}$, $1,01001000100001\ldots$.

Os números racionais son todos aqueles que admiten unha expresión en forma de fración, ou sexa, os que son da forma $\frac{a}{b}$, con $a,b\in\mathbb{Z}$. En particular, todos os decimais exactos ou periódicos (puros ou mistos) poden expresar-se en forma de fración (fración xeratriz), logo son racionais. De maneira inversa, todas as fracións admiten unha expresión decimal exacta ou periódica. Por suposto, todos os inteiros son racionais: $\mathbb{Z}\subset\mathbb{Q}$.

Os números que non admiten expresión decimal exacta ou periódica, e por conseguinte, tampouco admiten expresión en forma de fración, son irracionais.

Os números $\sqrt{2}$, $\frac{\pi}{2}$ e $1,01001000100001\ldots$ son irracionais xá que non admiten expresión en forma de fración nen tampouco poden expresar-se como decimais periódicos.

$2,\widehat{01}$ e $-0,25$ son racionais: $2,\widehat{01}=\frac{201-2}{99}=\frac{199}{99}\in\mathbb{Q}$ e $-0,25=-\frac{1}{4}\in\mathbb{Q}$.

1 — 2. Calcular o valor da expresión $5,05\cdot10^{-3}\cdot4,92\cdot10^{-5}$, dando o resultado en notación científica con duas cifras significativas, e calcular os erros absoluto e relativo (este último en porcentaxe) derivados da aproximación.

$$5,05\cdot10^{-3}\cdot4,92\cdot10^{-5}=24,846\cdot10^{-8}=2,4846\cdot10^{-7}\approx2,48\cdot10^{-7}$$

O erro absoluto é: $2,4846\cdot10^{-7}-2,48\cdot10^{-7}=(2,4846-2,48)\cdot10^{-7}=0,0046\cdot10^{-7}=4,6\cdot10^{-10}$.

E o erro relativo: $\frac{4,6\cdot10^{-10}}{2,4846\cdot10^{-7}}=\frac{4,6}{2,4846}\cdot10^{-3}\approx1,85\cdot10^{-3}=0,185\,\%$.

1	

3. Na fabricación dunha peza de ferro de $75\,mm$ de grosor o erro non pode alcanzar o $0{,}02\,\%$. Se os grosores de trés pezas son $\gamma_1=74{,}98$, $\gamma_2=75{,}30$ e $\gamma_3=75{,}01$, indicar que pezas poden admitir-se e que pezas haberá que rexeitar.

Ao ser o erro relativo menor que $0{,}02\,\%$, o grosor γ das pezas deberá estar comprendido entre os valores $75\pm\frac{0{,}02}{100}\cdot 75=75\pm 0{,}015\ mm$, logo $\gamma\in(74.985\,,75.015)$.

Os grosores que entran no intervalo son $\gamma_3=75{,}01$, mentres que as pezas con grosores $\gamma_1=74{,}98$ e $\gamma_2=75{,}30$ non entran no intervalo, polo que haberá que rexeitá-las.

1	

4. Obter os números reais tais que as suas duas terceiras partes disten $13{,}5$ unidades do número $0{,}23$.

Se chamamos x ao número pedido, a condición é $\left|\frac{2x}{3}-0{,}23\right|=13{,}5$ [1], que tamén se pode expresar de xeito equivalente como $\frac{2x}{3}=0{,}23\pm 13{,}5$.

No primeiro caso obtemos: $\frac{2x}{3}=0{,}23-13{,}5=-13{,}27 \iff x=\frac{3\cdot(-13{,}27)}{2}=-19{,}905$.

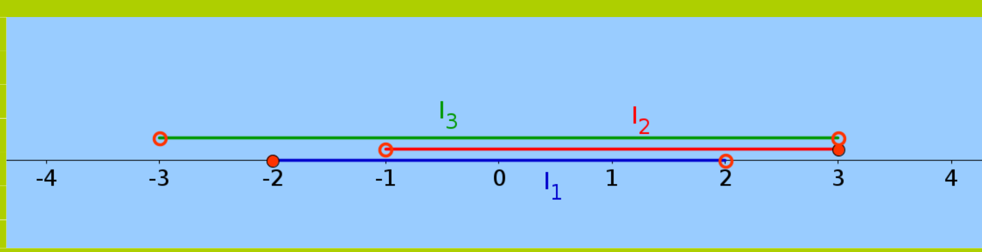
E no segundo: $\frac{2x}{3}=0{,}23+13{,}5=13{,}73 \iff x=\frac{3\cdot 13{,}73}{2}=20{,}595$.

Logo as solucións son $x_1=-19{,}905$ e $x_2=20{,}595$.

1	

5. Representar graficamente os intervalos $I_1=[-2\,,2)$, $I_2=(-1\,,3]$ e $I_3=(-3\,,3)$ e pór un exemplo de:
   i. un número α tal que $\alpha\in I_2\cap I_3$;
   ii. un número β tal que $\beta\in I_1\cup I_2$;
   iii. un número γ tal que $\gamma\in I_3$ e $\gamma\notin I_2$.

$I_2\cap I_3=(-1\,,3)$ e $I_1\cup I_2=[-2\,,3]$



Os exemplos poden ser $\alpha=0$, $\beta=1$ e $\gamma=-2$.

1 6. Transformar a expresión radical $\dfrac{\sqrt{81}\cdot\sqrt[3]{81}}{9^{-1}\cdot\sqrt[4]{3^2}}$ nunha única poténcia de exponente racional.

$$\frac{\sqrt{81}\cdot\sqrt[3]{81}}{9^{-1}\cdot\sqrt[4]{3^2}}=\frac{9\cdot\sqrt[3]{3^4}}{9^{-1}\cdot\sqrt{3}}=\frac{3^2\cdot 3\sqrt[3]{3}}{3^{-2}\cdot\sqrt{3}}=\frac{3^5\sqrt[3]{3}}{\sqrt{3}}=\frac{3^5\cdot 3^{\frac{1}{3}}}{3^{\frac{1}{2}}}=\frac{3^{\frac{16}{3}}}{3^{\frac{1}{2}}}=3^{\frac{16}{3}-\frac{1}{2}}=3^{\frac{29}{6}}$$

1 7. Dos radicais $\sqrt{200}$, $\sqrt[3]{16}$ e $\sqrt[4]{64}$, indicar aqueles que son semellantes a $\sqrt{2}$ e aqueles que non o son.

$\sqrt{200}=\sqrt{2^3\cdot 5^2}=2\cdot 5\sqrt{2}=10\sqrt{2}$; $\sqrt[3]{16}=\sqrt[3]{2^4}=2\cdot\sqrt[3]{2}$; $\sqrt[4]{64}=\sqrt[4]{2^6}=\sqrt{2^3}=2\sqrt{2}$

Logo $\sqrt{200}$ e $\sqrt[4]{64}$ son semellantes a $\sqrt{2}$ xá que son equivalentes a $10\sqrt{2}$ e $2\sqrt{2}$ respectivamente.

$\sqrt[3]{16}$ non é semellante a $\sqrt{2}$.

1 8. Transformar nun radical irreducíbel a expresión $3\sqrt{32}-\dfrac{5}{2}\sqrt{72}+\dfrac{5}{4}\sqrt{98}$.

$$3\sqrt{32}-\frac{5}{2}\sqrt{72}+\frac{5}{4}\sqrt{98}=3\sqrt{2^5}-\frac{5}{2}\sqrt{2^3\cdot 3^2}+\frac{5}{4}\sqrt{2\cdot 7^2}=3\cdot 2^2\sqrt{2}-\frac{5}{2}\cdot 2\cdot 3\sqrt{2}+\frac{5}{4}\cdot 7\sqrt{2}=$$

$$=12\sqrt{2}-15\sqrt{2}+\frac{35}{4}\sqrt{2}=\left(12-15+\frac{35}{4}\right)\sqrt{2}=\left(-3+\frac{35}{4}\right)\sqrt{2}=\frac{23}{4}\sqrt{2}$$

2 9. Racionalizar e simplificar as expresións:

i. $\dfrac{\sqrt[3]{81}}{3\sqrt{27}}$

ii. $\dfrac{2}{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}$

i. $$\frac{\sqrt[3]{81}}{3\sqrt{27}}=\frac{\sqrt[3]{3^4}}{3\sqrt{3^3}}=\frac{3\sqrt[3]{3}}{9\sqrt{3}}=\frac{\sqrt[3]{3}}{3\sqrt{3}}=\frac{\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt{3}}{3\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\frac{\sqrt[6]{3^2}\cdot\sqrt[6]{3^3}}{3\cdot 3}=\frac{\sqrt[6]{3^5}}{9}$$

ii. $$\frac{2}{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}=\frac{2\cdot\left(2\sqrt{3}+3\sqrt{2}\right)}{\left(2\sqrt{3}-3\sqrt{2}\right)\cdot\left(2\sqrt{3}+3\sqrt{2}\right)}=\frac{2\cdot\left(2\sqrt{3}+3\sqrt{2}\right)}{4\cdot 3-9\cdot 2}=\frac{2\cdot\left(2\sqrt{3}+3\sqrt{2}\right)}{12-18}=\frac{2\cdot\left(2\sqrt{3}+3\sqrt{2}\right)}{-6}=$$

$$=-\frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{3}$$