MATEMÁTICA 4º ESO — 03/03/2015

TEMA 1 OS NÚMEROS REAIS
2 RADICAIS

TOTAL	SUMA	EE/EM	NOTA
10			

NOME	GRUPO 4º ESO

0. Expresión escrita / expresión matemática / presentación

1 — 1. Comentar a característica principal que distingue os números racionais dos irracionais, aportando exemplos de ambos tipos.

Os números racionais son todos aqueles que admiten unha expresión en forma de fración, ou sexa, os que son da forma $\frac{a}{b}$, con $a, b \in \mathbb{Z}$. En particular, todos os decimais exactos ou periódicos (puros ou mistos) poden expresar-se en forma de fración (fración xeratriz), logo son racionais. De maneira inversa, todas as fracións admiten unha expresión decimal exacta ou periódica. Por suposto, todos os inteiros son racionais: $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

Os números que non admiten expresión decimal exacta ou periódica, e por conseguinte, tampouco admiten expresión en forma de fración, son irracionais.

Exemplos

O número $-\frac{2}{7}$ é racional: $-\frac{2}{7} \in \mathbb{Q}$; o número $2,3555\ldots$ ten por fración xeratriz $2,3\hat{5} = \frac{235-23}{90} = \frac{212}{90} = \frac{106}{45} \in \mathbb{Q}$.

Os números π, e, $\sqrt{2}$ e muitos outros non admiten expresión racional, logo son irracionais.

1 — 2. Calcular o valor da expresión $5,5 \cdot 10^{-9} \cdot 4,1 \cdot 10^{-5}$, dando o resultado en notación científica con unha cifra significativa, e calcular os erros absoluto e relativo derivados da aproximación.

$$5,5 \cdot 10^{-9} \cdot 4,1 \cdot 10^{-5} = 22,55 \cdot 10^{-14} = 2,255 \cdot 10^{-13} \approx 2,3 \cdot 10^{-13}$$

O erro absoluto é: $2,3 \cdot 10^{-13} - 2,255 \cdot 10^{-13} = (2,3 - 2,255) \cdot 10^{-13} = 0,045 \cdot 10^{-13}$.

E o erro relativo: $\frac{0,045 \cdot 10^{-13}}{2,255 \cdot 10^{-13}} = \frac{0,045}{2,255} \approx 0,0200 = 2\%$.

1 3. Na fabricación dunha peza de ferro de $75\,mm$ de grosor admite-se un erro máximo do $0{,}02\,\%$. Calcular entre que dous valores deberá estar o grosor real dunha peza xá rematada para que sexa dada por boa.

Ao ser o erro relativo menor ou igual que $0{,}02\,\%$, o grosor γ da peza deberá estar comprendido entre os valores $75\pm\frac{0{,}02}{100}\cdot 75=75\pm 0{,}015\ mm$, logo $\gamma\in[74.985\,,75.015]$.

1 4. Obter os números reais tais que a sua metade dista $27{,}5$ unidades do número $12{,}3$.

Se chamamos x ao número pedido, a condición é $\left|\frac{x}{2}-12{,}3\right|=27{,}5$ [1], que tamén se pode expresar de xeito equivalente como $\frac{x}{2}=12{,}3\pm 27{,}5$.

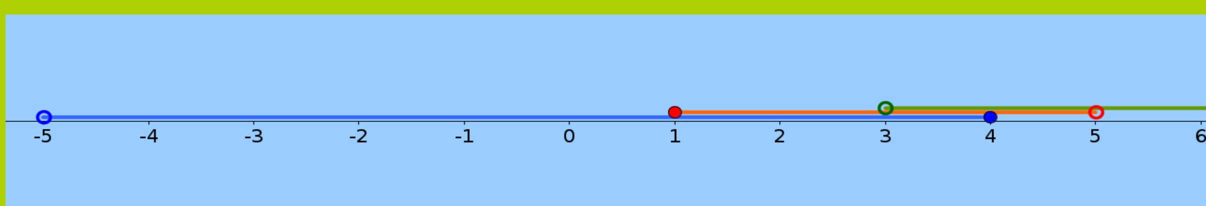
No primeiro caso obtemos: $\frac{x}{2}=12{,}3-27{,}5=-15{,}2 \iff x=2\cdot(-15{,}2)=-30{,}4$.

E no segundo: $\frac{x}{2}=12{,}3+27{,}5=39{,}8 \iff x=2\cdot 39{,}8=79{,}6$.

Logo as solucións son $x_1=-30{,}4$ e $x_2=79{,}6$.

1 5. Dados os intervalos $I_1=(-5\,,4]$, $I_2=[1\,,5)$ e $I_3=(3\,,+\infty)$, obter os intervalos $I_1\cup I_2$, $I_1\cap I_2$ e $I_2\cap I_3$, e representá-los graficamente.

$I_1\cup I_2=(-5\,,5)$, $I_1\cap I_2=[1\,,4]$, $I_2\cap I_3=(3\,,5)$



1 6. Transformar a expresión radical $\frac{\sqrt{8}\cdot\sqrt[5]{4}}{2^{-1}\cdot\sqrt[3]{4^2}}$ nunha única poténcia de exponente racional.

$$\frac{\sqrt{8}\cdot\sqrt[5]{4}}{2^{-1}\cdot\sqrt[3]{4^2}}=\frac{\sqrt{2^3}\cdot\sqrt[5]{2^2}}{2^{-1}\cdot\sqrt[3]{2^4}}=\frac{2^{\frac{3}{2}}\cdot 2^{\frac{2}{5}}}{2^{-1}\cdot 2^{\frac{4}{3}}}=\frac{2^{\frac{3}{2}+\frac{2}{5}}}{2^{-1+\frac{4}{3}}}=\frac{2^{\frac{19}{10}}}{2^{\frac{1}{3}}}=2^{\frac{19}{10}-\frac{1}{3}}=2^{\frac{47}{30}}$$

| 1 | |

7. Expresar como radicais irreducíbeis os radicais $\sqrt{450}$, $\sqrt[3]{16}$ e $\sqrt[4]{64}$ e indicar de xeito razoado se son semellantes.

$\sqrt{450}=\sqrt{2\cdot 3^2\cdot 5^2}=3\cdot 5\sqrt{2}=15\sqrt{2}$; $\sqrt[3]{16}=\sqrt[3]{2^4}=2\cdot\sqrt[3]{2}$; $\sqrt[4]{64}=\sqrt[4]{2^6}=\sqrt{2^3}=2\sqrt{2}$

Logo son semellantes $\sqrt{450}$ e $\sqrt[4]{64}$ xá que son equivalentes a $15\sqrt{2}$ e $2\sqrt{2}$ respectivamente.

| 1 | |

8. Transformar nun radical irreducíbel a expresión $3\sqrt{80}+\frac{1}{2}\sqrt{500}-\frac{3}{4}\sqrt{180}$.

$$3\sqrt{80}+\frac{1}{2}\sqrt{500}-\frac{3}{4}\sqrt{180}=3\sqrt{2^4\cdot 5}+\frac{1}{2}\sqrt{2^2\cdot 5^3}-\frac{3}{4}\sqrt{2^2\cdot 3^2\cdot 5}=3\cdot 2^2\sqrt{5}+\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 5\sqrt{5}-\frac{3}{4}\cdot 2\cdot 3\sqrt{5}=$$

$$=12\sqrt{5}+5\sqrt{5}-\frac{9}{2}\sqrt{5}=\left(17-\frac{9}{2}\right)\cdot\sqrt{5}=\frac{25}{2}\sqrt{5}$$

| 2 | |

9. Racionalizar e simplificar as expresións:

i. $\dfrac{\sqrt{3}}{3\sqrt[3]{81}}$

ii. $\dfrac{\sqrt{8}-2}{4-3\sqrt{8}}$

i. $$\frac{\sqrt{3}}{3\sqrt[3]{81}}=\frac{\sqrt{3}}{3\sqrt[3]{3^4}}=\frac{\sqrt{3}}{9\sqrt[3]{3}}=\frac{\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{3^2}}{9\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[3]{3^2}}=\frac{\sqrt[6]{3^3}\cdot\sqrt[6]{3^4}}{9\sqrt[3]{3^3}}=\frac{\sqrt[6]{3^7}}{9\cdot 3}=\frac{3\sqrt[6]{3}}{27}=\frac{\sqrt[6]{3}}{9}$$

ii. $$\frac{\sqrt{8}-2}{4-3\sqrt{8}}=\frac{(\sqrt{8}-2)\cdot(4+3\sqrt{8})}{(4-3\sqrt{8})\cdot(4+3\sqrt{8})}=\frac{4\sqrt{8}+3\cdot 8-8-6\sqrt{8}}{16-9\cdot 8}=\frac{16-2\sqrt{8}}{-56}=\frac{2\sqrt{8}-16}{56}=\frac{4\sqrt{2}-16}{56}=\frac{\sqrt{2}-4}{14}$$