MATEMÁTICA 4º ESO — 29/01/2015

RECUP 6 SEMELLANZA
7 TRIGONOMETRIA

| TOTAL | SUMA | EE/EM | NOTA |
|---|---|---|---|
| 10 | | | |

| NOME | GRUPO 4º ESO |
|---|---|

| | |
|---|---|
| | |

0. Expresión escrita / expresión matemática / presentación

| 1 | |
|---|---|

1. Explicar de xeito razoado se os triángulos $\overset{\triangle}{OAB}$ e $\overset{\triangle}{OCD}$ son semellantes e calcular o lado $\overline{OA}$, sabendo que a sua lonxitude é igual á de $\overline{OC}$.

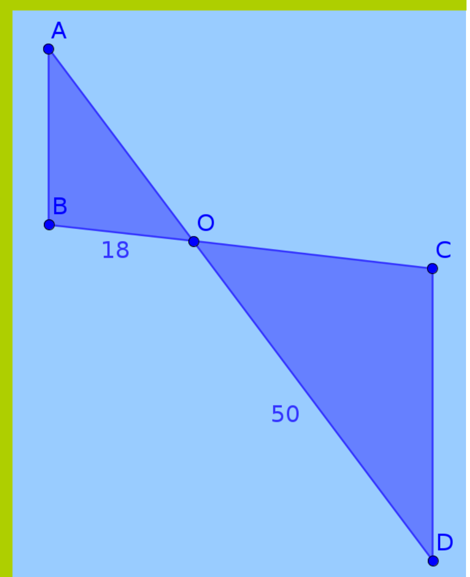
Os ángulos $\widehat{AOB}$ e $\widehat{COD}$ son iguais por seren opostos polo vértice e os lados opostos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ son paralelos, polo que ambos triángulos poden pór-se en posición de Tales, asi que son semellantes.

Polo Teorema de Tales, temos que:

$$\frac{\overline{OD}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{OC}}{\overline{OB}} \Leftrightarrow \overline{OD}\cdot\overline{OB}=\overline{OA}\cdot\overline{OC}$$

E como $\overline{OA}=\overline{OC}$ resulta que:

$$\overline{OD}\cdot\overline{OB}=\overline{OA}^2 \Leftrightarrow \overline{OA}=\sqrt{\overline{OD}\cdot\overline{OB}}=\sqrt{50\cdot 18}=\sqrt{900}=30$$




| 1 | |
|---|---|

2. Unha torre cilíndrica ten un volume de $1.000\ m^3$ e está feita a escala a partir dunha maqueta de $1\ m^3$. Calcular a escala á que está construída a torre e a sua altura, sabendo ademais que a altura da maqueta é de $250\ cm$.

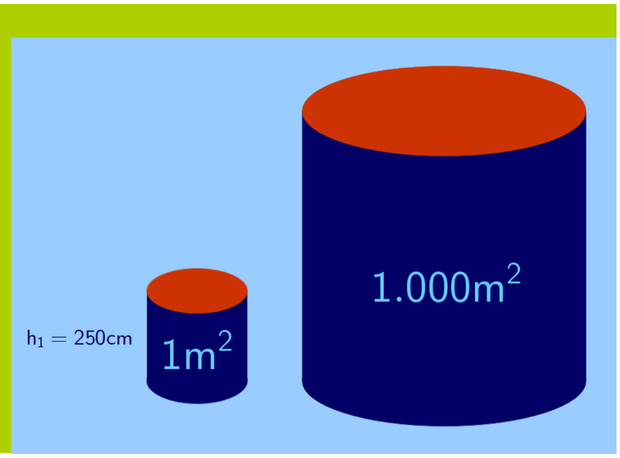
A razón dos volumes é o cubo da razón de semellanza $r$, asi que:

$$r^3=\frac{1.000}{1}=1.000 \Leftrightarrow r=\sqrt[3]{1.000}=10\ ,$$ e

polo tanto a escala é $1:10$.

Como a altura da maqueta é $h_1=250\ cm$, a altura da torre será:

$$h_2=10\cdot h_1=10\cdot 250=2.500\ cm=25\ m$$



| 2 | |
|---|---|

3. Calcular a área e o perímetro dun octógono regular sabendo que a sua apotema é $a=10$ .
Nota: arredondar a duas cifras decimais significativas.

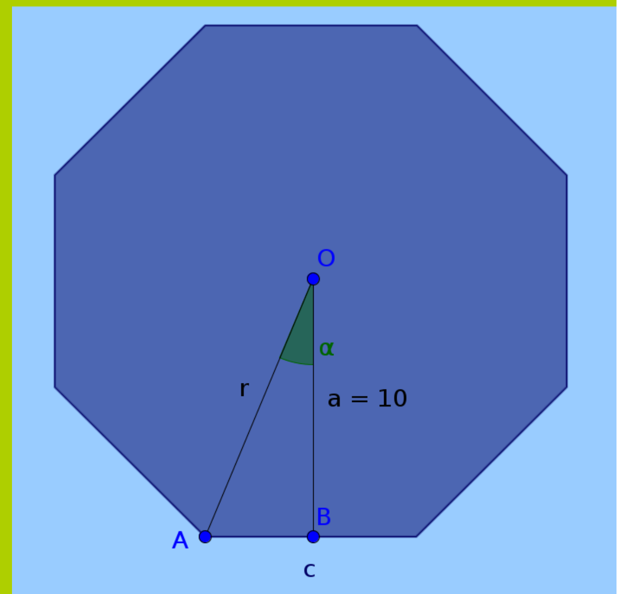
O octógono divide-se en *16* triángulos rectángulos nos que os catetos corresponden-se coa apotema e coa metade do lado do octógono é a hipotenusa corresponde-se co raio do octógono.

Se chamamos $c$ ao lado do octógono e $\alpha$ ao ángulo $\widehat{AOB}$ , resulta que:

$$tg\ \alpha=\frac{c/2}{a}\ \Leftrightarrow\ \frac{c}{2}=a\cdot tg\ \alpha\ \Leftrightarrow\ c=2\cdot a\cdot tg\alpha$$

O ángulo é $\alpha=\frac{360°}{16}=22{,}5°$ e a sua tanxente é $tg\ 22{,}5°\approx 0{,}42$ .

Polo tanto $c=2\cdot a\cdot tg\,\alpha=2\cdot 10\cdot 0{,}42=8{,}4$ .




O perímetro será $P=8\cdot c=8\cdot 8{,}4=67{,}2$ e a área $S=\frac{P\cdot a}{2}=\frac{67{,}2\cdot 10}{2}=336$ .

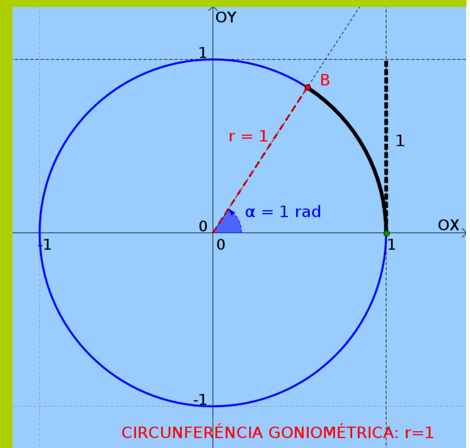
1 4. i. Explicar brevemente que é un radián e transformar en graus a amplitude dun ángulo de $1\,rad$. Apoiar a explicación con un gráfico.

1 ii. Obter de forma razoada o seno, coseno e tanxente do ángulo de $\frac{\pi}{3}\,rad$ a partir do seu triángulo característico.

i. Define-se o radián como o ángulo que é determinado na circunferéncia por un arco de igual lonxitude que o raio da própria circunferéncia.

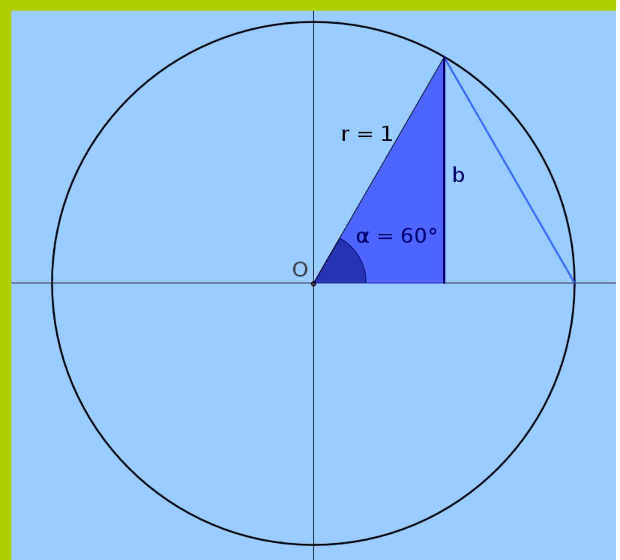
Sabe-se que a circunferéncia mide $360^o$ e que a sua lonxitude é $2\pi$ veces o raio; logo $360^o$ equivale a $2\pi\,rad$.

Asi que, dividindo entre $2\pi$, resulta que $1\,rad$ equivale a $\frac{360^o}{2\pi}=\frac{180^o}{\pi}\approx\frac{180}{3,14}=57,3^o$




ii. Transformando ao sistema sexaxesimal, $\frac{\pi}{3}\,rad$ equivale a $60^o$, e o seu triángulo característico é polo tanto a metade dun equilátero de lado $r=1$.

Logo a hipotenusa do triángulo característico é $r=1$ e o cateto contíguo é $\frac{1}{2}$.




Usando o Teorema de Pitágoras obtemos o cateto oposto $b$:

$$1^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2+b^2 \Leftrightarrow b=\sqrt{1-\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Asi que as razóns trigonométricas do ángulo de $60^o$ son:

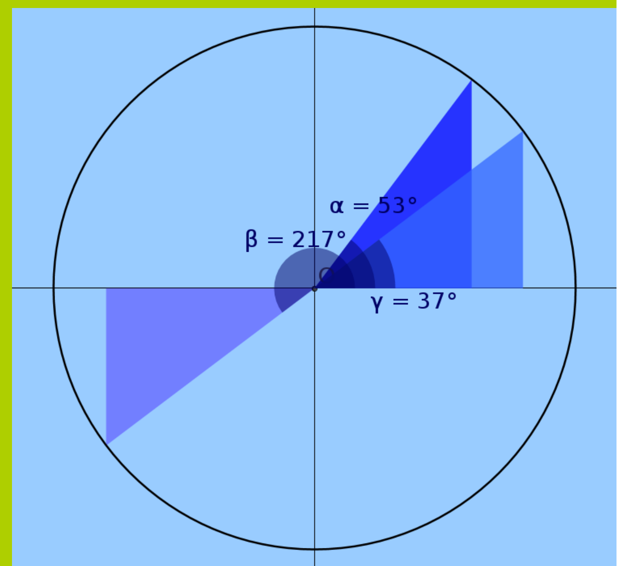
$$sen\ 60^o=\frac{\sqrt{3}}{2},\quad cos\ 60^o=\frac{1}{2}\ \text{e}\ tg\ 60^o=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}=\sqrt{3}.$$

| 2 | |
|---|---|

5. Expór de forma razoada que se entende por redución dun ángulo ao primeiro cuadrante e obter as razóns trigonométricas (seno, coseno e tanxente) do ángulo de $217^o$ sabendo que $\cos 53^o = 0{,}6$ .

Entende-se por redución dun ángulo ao primeiro cuadrante a obtención das razóns trigonométricas do ángulo a partir das razóns coñecidas de outro ángulo pertencente ao primeiro cuadrante, utilizando para iso os seus triángulos característicos, que resultan ser iguais por teren iguais os seus ángulos e os seus lados.

O ángulo de $217^o$ pertence ao terceiro cuadrante, e o seu triángulo característico é igual ao do ángulo de $37^o$, xá que $217^o = 180^o + 37^o$. Polo tanto as razóns trigonométricas do ángulo de $217^o$ serán opostas das de $37^o$.




Ademais os ángulos de $37^o$ e $53^o$ son complementares, por sumar un ángulo recto, asi que:

$\text{sen}\, 37^o = \cos 53^o = 0{,}6$

Pola identidade fundamental:

$\cos 37^o = \sqrt{1 - \text{sen}^2\, 37^o} = \sqrt{1 - 0{,}6^2} =$

$= \sqrt{1 - 0{,}36} = \sqrt{0{,}64} = \pm 0{,}8$

Como o ángulo de $37^o$ pertence ao primeiro cuadrante, o seu seno é positivo, asi que escollemos a raíz positiva $\cos 37^o = 0{,}8$ .

Finalmente, por pertencer ao terceiro cuadrante, obtemos:

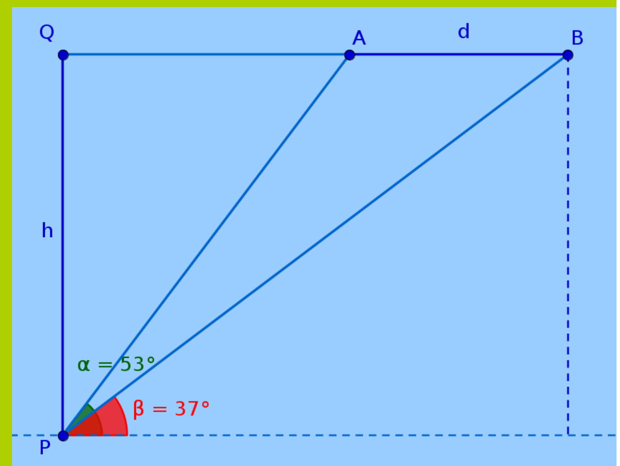
$\text{sen}\, 217^o = -\text{sen}\, 37^o = -0{,}6$ , $\cos 217^o = -\cos 37^o = -0{,}8$ e polo tanto,

$$tg\, 217^o = \frac{\text{sen}\, 217^o}{\cos 217^o} = \frac{-0{,}6}{-0{,}8} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

| 2 | |
|---|---|

6. Unha avioneta voa en liña recta a altitude fixa de $100\ m$. Despois de pasar pola vertical da nosa posición, medimos o ángulo de elevación en dous intres con diferenza de $10$ segundos, e os ángulos obtidos son de $53^o$ e $37^o$ respectivamente. Calcular a distáncia que percorreu nese intervalo de tempo.

Se chamamos $P$ á nosa posición, $Q$ á posición da avioneta na nosa vertical, e $A$ e $B$ ás posicións da avioneta nos dous intres en que se tomaron os ángulos, resulta a figura adxunta, onde $h=100$.




A distáncia $\overline{QB}$ pode-se calcular como:

$$tg\ 37^o=\frac{h}{\overline{QB}} \Leftrightarrow \overline{QB}=\frac{h}{tg\ 37^o}=\frac{100}{0{,}75}\approx 133$$

E de forma similar obtemos $\overline{QA}$:

$$tg\ 53^o=\frac{h}{\overline{QA}} \Leftrightarrow \overline{QA}=\frac{h}{tg\ 53^o}=\frac{100}{1{,}33}\approx 75$$

Logo a distáncia percorrida será $d=133-75=58\ m$.