MATEMÁTICA 4º ESO 15/12/2014

RECUP 6 SEMELLANZA

7 TRIGONOMETRIA

TOTAL	SUMA	EE/EM	NOTA
8			

NOME	GRUPO 4º ESO

0. Expresión escrita / expresión matemática / presentación

1 | 1. Explicar de xeito razoado se os triángulos $\overset{\triangle}{OAB}$ e $\overset{\triangle}{OCD}$ son semellantes e calcular o lado $\overline{OA}$, sabendo que a sua lonxitude é igual á de $\overline{OC}$.

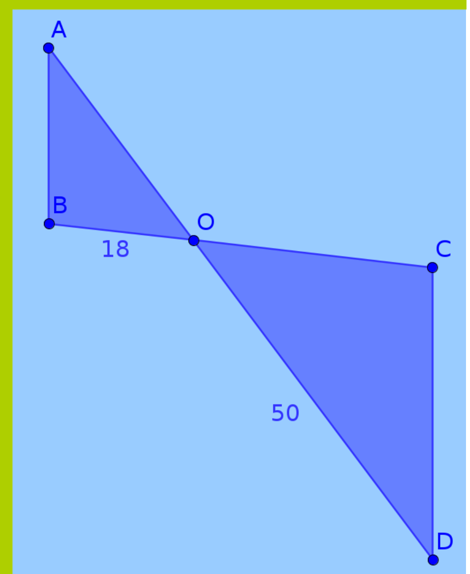
Os ángulos $\widehat{AOB}$ e $\widehat{COD}$ son iguais por seren opostos polo vértice e os lados opostos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ son paralelos, polo que ambos triángulos poden pór-se en posición de Tales, asi que son semellantes.

Polo Teorema de Tales, temos que:

$$\frac{\overline{OD}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{OC}}{\overline{OB}} \Leftrightarrow \overline{OD}\cdot\overline{OB}=\overline{OA}\cdot\overline{OC}$$

E como $\overline{OA}=\overline{OC}$ resulta que:

$$\overline{OD}\cdot\overline{OB}=\overline{OA}^2 \Leftrightarrow \overline{OA}=\sqrt{\overline{OD}\cdot\overline{OB}}=\sqrt{50\cdot 18}=\sqrt{900}=30$$



1 | 2. Calcular o volume que ocupará un cilindro de $10\ m$ de altura, construído a escala a partir dunha maqueta que ten $5\ dm$ de altura e un volume de $60\ dm^3$.

A razón de semellanza é o cociente entre as duas alturas, que son:

$$h_1=5\ dm$$

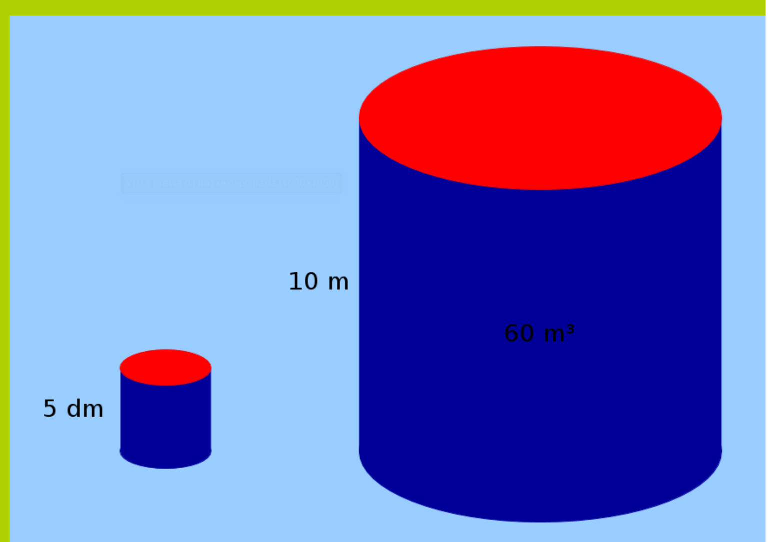
$$h_2=10\ m=100\ dm$$

Logo: $r=\frac{h_2}{h_1}=\frac{100}{5}=20$

A escala é polo tanto $1:20$ e o volume do cilindro real será:

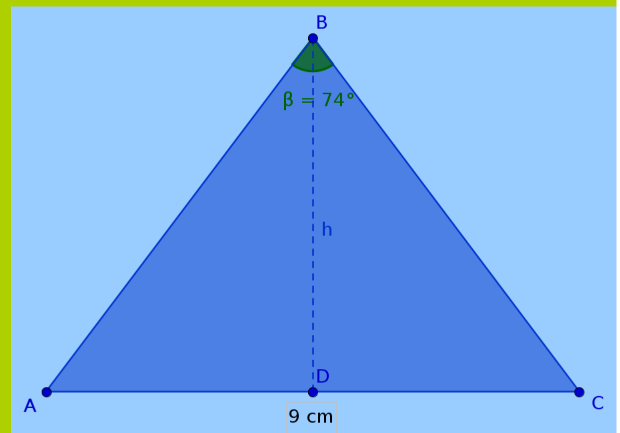
$$V_2=r^3\cdot V_1=20^3\cdot 60=8.000\cdot 60=$$

$$=480.000\ dm^3=480\ m^3$$



1 3. Calcular a altura e o perímetro dun triángulo isóscele $\overset{\triangle}{ABC}$ de base $\overline{AC}=9\ cm$ e ángulo desigual $\hat{B}=74^{o}$.

Se trazamos a altura h do triángulo obtemos dous triángulos rectángulos de base $b=\frac{9}{2}=4{,}5$ e ángulo $\frac{\beta}{2}=37^{o}$, logo a altura será:



$$tg\ 37^{o}=\frac{b}{h} \Leftrightarrow h=\frac{b}{tg\ 37^{o}}=\frac{4{,}5}{0{,}75}=6\ cm$$

Se chamamos a a un dos lados iguais do triángulo, resulta:

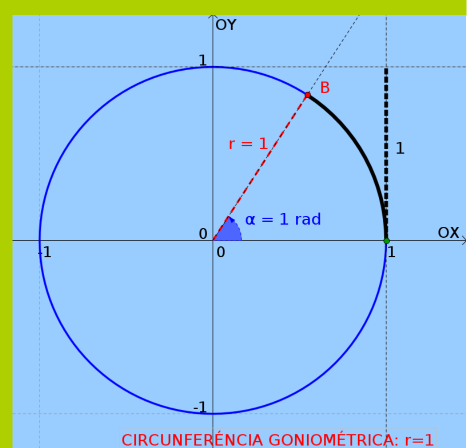
$$a^2=b^2+h^2=20{,}25+36=56{,}25 \Leftrightarrow a=\sqrt{56{,}25}=7{,}5\ cm$$

E finalmente o perímetro será: $P=2\cdot 7{,}5+9=15+9=24\ cm$

1 4. i.Explicar brevemente que é un radián e a sua equivaléncia en graus. Apoiar a explicación con un gráfico.

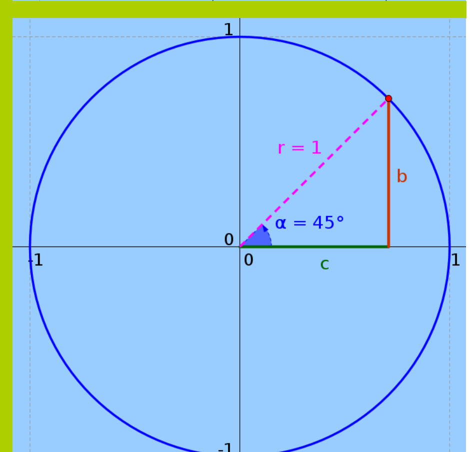
1 ii.Obter de forma razoada o seno, coseno e tanxente do ángulo de $\frac{\pi}{4}\ rad$ a partir do seu triángulo característico.

i.Define-se o radián como o ángulo que determina na circunferéncia un arco de igual lonxitude que o raio da própria circunferéncia.



Sabe-se que a circunferéncia mide 360^{o} e que a sua lonxitude é 2π veces o raio; logo 360^{o} equivale a $2\pi\ rad$.

ii.Transformando ao sistema sexaxesimal, $\frac{\pi}{4}\ rad$ equivale a 45^{o} , e o seu triángulo característico é polo tanto un isóscele, no que a hipotenusa é $r=1$ e os dous catetos son iguais. Chamando b e c aos dous catetos, polo Teorema de Pitágoras e por ser $b=c$, resulta que:



$$c^2+c^2=2c^2=1 \Leftrightarrow c^2=\frac{1}{2} \Leftrightarrow c=\pm\sqrt{\frac{1}{2}}=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$$

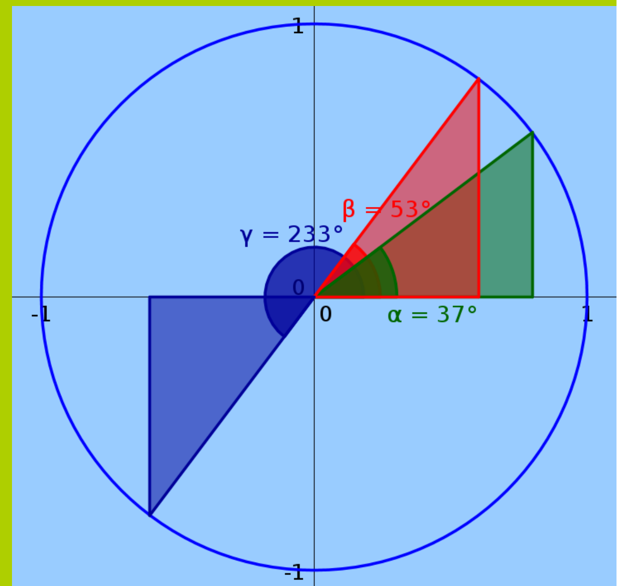
E escollendo os valores positivos, por pertencer ao primeiro cuadrante, temos:

$$sen\ \frac{\pi}{4}=cos\ \frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2} \quad e \quad tg\ \frac{\pi}{4}=\frac{sen\ \frac{\pi}{4}}{cos\ \frac{\pi}{4}}=1 ,$$ xá que ambos, seno e coseno, coinciden.

1	

5. Expór de forma razoada como se poden obter as razóns trigonométricas (seno, coseno e tanxente) do ángulo de $233°$ sabendo que $sen\ 37°=0{,}6$.

O ángulo de $233°$ pertence ao terceiro cuadrante, e o seu triángulo característico é igual ao do ángulo de $53°$, xá que $233°=180°+53°$. Polo tanto as razóns trigonométricas do ángulo de $233°$ serán opostas das de $53°$.



Ademais os ángulos de $53°$ e $37°$ son complementares, por sumar un ángulo recto, asi que:

$$cos\ 53°=sen\ 37°=0{,}6$$

Pola identidade fundamental:

$$sen\ 53°=\sqrt{1-cos^2\ 53°}=\sqrt{1-0{,}6^2}=$$

$$=\sqrt{1-0{,}36}=\sqrt{0{,}64}=\pm 0{,}8$$

Como o ángulo de $53°$ pertence ao primeiro cuadrante, o seu seno é positivo, asi que resulta $sen\ 53°=0{,}8$.

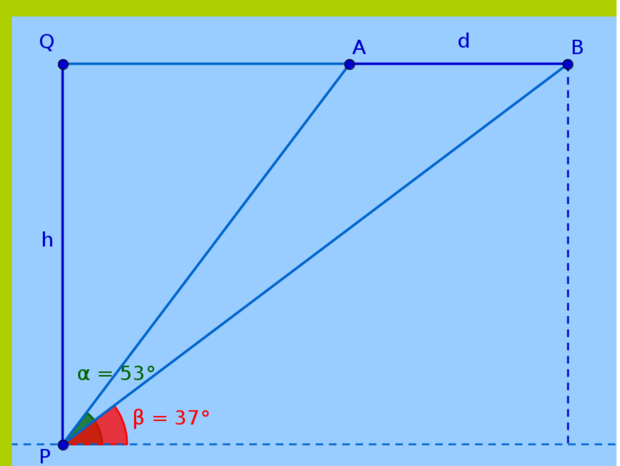
Finalmente $sen\ 233°=-sen\ 53°=-0{,}8$, $cos\ 233°=-cos\ 53°=-0{,}6$ e, polo tanto,

$$tg\ 233°=\frac{sen 53°}{cos\ 53°}=\frac{-0{,}8}{-0{,}6}=\frac{4}{3}\approx 1{,}33$$

2	

6. Unha avioneta voa en liña recta a altitude fixa de $100\ m$. Despois de pasar pola vertical da nosa posición, medimos o ángulo de elevación en dous intres con diferenza de 10 segundos, e os ángulos obtidos son de $53°$ e $37°$ respectivamente. Calcular a distáncia que percorreu nese intervalo de tempo.

Se chamamos P á nosa posición, Q á posición da avioneta na nosa vertical, e A e B ás posicións da avioneta nos dous intres en que se tomaron os ángulos, resulta a figura adxunta, onde $h=100$.



A distáncia $\overline{QB}$ pode-se calcular como:

$$tg\ 37°=\frac{h}{\overline{QB}}\ \Leftrightarrow\ \overline{QB}=\frac{h}{tg\ 37°}=\frac{100}{0{,}75}\approx 133$$

E de forma similar obtemos $\overline{QA}$:

$$tg\ 53°=\frac{h}{\overline{QA}}\ \Leftrightarrow\ \overline{QA}=\frac{h}{tg\ 53°}=\frac{100}{1{,}33}\approx 75$$

Logo a distáncia percorrida será $d=133-75=58\ m$.