MATEMÁTICA 4º ESO | 14/02/2014

EXAME 1 OS NÚMEROS REAIS
2 RADICAIS

TOTAL	SUMA	NOTA
11		

NOME	GRUPO B

1	

1. Indicar de xeito razoado se os seguintes números son racionais ou irracionais: π, $-\sqrt{81}$, $2\sqrt{2}$, $3{,}0\hat{2}$, $-\frac{2}{9}$.

Os números racionais son todos aqueles que admiten unha expresión en forma de fración, ou sexa, os que son da forma $\frac{a}{b}$, con $a, b \in \mathbb{Z}$. En particular, todos os decimais exactos ou periódicos (puros ou mistos) poden expresar-se en forma de fración (fración xeratriz), logo son racionais. De maneira inversa, todas as fracións admiten unha expresión decimal exacta ou periódica. Por suposto, todos os inteiros son racionais: $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

Os números que non admiten expresión decimal exacta ou periódica, e por conseguinte, tampouco admiten expresión en forma de fración, son irracionais.

Dos números dados, $\pi \notin \mathbb{Q}$ e $2\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$, xá que nengún dos dous admite unha expresión racional, ou sexa, tanto $\pi = 3{,}1415926\ldots$ como $\sqrt{2} = 1{,}41421356\ldots$ non admiten expresión decimal periódica, logo tampouco $2\sqrt{2}$ admite tal expresión.

Pola contra, $-\sqrt{81} = -9 \in \mathbb{Q}$, $3{,}0\hat{2} = \frac{302-30}{90} = \frac{272}{90} = \frac{136}{45} \in \mathbb{Q}$ e $-\frac{2}{9} \in \mathbb{Q}$.

Os dous primeiros poden expresar-se como fración de xeito imediato, e o terceiro xá o é.

1	

2. Calcular o volume en m^3 da Terra, dando o resultado en notación científica con duas cifras significativas.
Notas [1] Tomar $r = 6.400\,km$ como o valor do raio da Terra e $\pi = 3{,}14$.
[2] O volume da esfera é $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$.

Pasando a metros, temos $r = 6.400\,km = 6.400.000\,m = 6{,}4 \cdot 10^6$, logo o volume será:

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot \left(6{,}4 \cdot 10^6\right)^3 = \frac{4 \cdot 3{,}14 \cdot 6{,}4^3}{3} \cdot 10^{18} \approx 1.097{,}51 \cdot 10^{18} \approx 1{,}10 \cdot 10^{21}$$

1	

3. Calcular entre que dous valores se atopará a altura exacta de Monte Louro, se a sua altura aproximada é de $240\,m$ con un erro relativo máximo do $0{,}5\,\%$.

Ao ser o erro relativo máximo do $0{,}5\,\%$, a medida exacta h estará comprendida entre os valores $240 \pm \frac{0{,}5}{100} \cdot 240 = 240 \pm 1{,}2$, logo $h \in [238.8, 241.2]$.

1

4. Calcular o valor dun número a, de xeito que a distáncia do duplo de a ao número 10 é de 16 unidades.

O duplo de a é $2a$, e a distáncia de $2a$ a 10 expresa-se da forma $|2a-10|$, logo a condición é: $|2a-10|=16$.

$|2a-10|=16 \Leftrightarrow 2a=10\pm 16$.

No primeiro caso: $2a=10+16=26 \Leftrightarrow a=\frac{26}{2}=13$.

No segundo caso: $2a=10-16=-6 \Leftrightarrow a=-\frac{6}{2}=-3$.

Logo as solucións son $a_1=13$ e $a_2=-3$.

1

5. Estudar o intervalo no que se debe localizar un número, de xeito que a sua distáncia ao número $2{,}071$ non supere as 12 milésimas.

Se chamamos x ao número, resulta que:

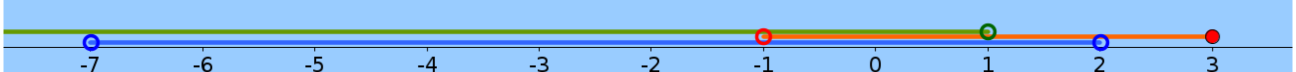
$|x-2{,}071|\leqslant 0{,}012 \Leftrightarrow 2{,}071-0{,}012<x<2{,}071+0{,}012 \Leftrightarrow 2{,}059<x<2{,}083 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x\in[2.059\,,2.083]$

1

6. Dados os intervalos $I_1=(-7\,,2)$, $I_2=(-1\,,3]$ e $I_3=(-\infty\,,1)$, obter os intervalos $I_1\cap I_2$, $I_2\cup I_3$ e $I_1\cap I_3$, e representá-los graficamente.

$I_1\cap I_2=(-1\,,2)$, $I_2\cup I_3=(-\infty\,,3]$, $I_1\cap I_3=(-7\,,1)$



1

7. Reducir a unha única poténcia a expresión $\dfrac{3^{-2}\cdot\sqrt[4]{27}}{\sqrt{243}}$.

$$\frac{3^{-2}\cdot\sqrt[4]{27}}{\sqrt{243}}=\frac{3^{-2}\cdot\sqrt[4]{3^3}}{\sqrt{3^5}}=\frac{3^{-2}\cdot 3^{\frac{3}{4}}}{3^{\frac{5}{2}}}=\frac{3^{-2+\frac{3}{4}}}{3^{\frac{5}{2}}}=\frac{3^{-\frac{5}{4}}}{3^{\frac{5}{2}}}=3^{-\frac{5}{4}-\frac{5}{2}}=3^{-\frac{15}{4}}$$

1	

8. Introducir factores e estudar de xeito razoado se son equivalentes os radicais $2\sqrt{18}$ e $3\sqrt{8}$.

Introducindo factores resulta $2\sqrt{18}=\sqrt{2^2\cdot 18}=\sqrt{72}$ e $3\sqrt{8}=\sqrt{3^2\cdot 8}=\sqrt{72}$; logo son equivalentes, é dicer, teñen o mesmo valor.

1	

9. Transformar nun radical irreducíbel a expresión $\frac{1}{5}\sqrt{50}-\frac{1}{2}\sqrt{128}+\frac{2}{9}\sqrt{18}$.

$$\frac{1}{5}\sqrt{50}-\frac{1}{2}\sqrt{128}+\frac{2}{9}\sqrt{18}=\frac{1}{5}\sqrt{2\cdot 5^2}-\frac{1}{2}\sqrt{2^7}+\frac{2}{9}\sqrt{2\cdot 3^2}=\frac{1}{5}\cdot 5\cdot\sqrt{2}-\frac{1}{2}\cdot 2^3\cdot\sqrt{2}+\frac{2}{9}\cdot 3\sqrt{2}=$$

$$=\sqrt{2}-4\sqrt{2}+\frac{2}{3}\sqrt{2}=\left(1-4+\frac{2}{3}\right)\cdot\sqrt{2}=\frac{3-12+2}{3}\cdot\sqrt{2}=-\frac{7}{3}\sqrt{2}$$

2	

10. Racionalizar e simplificar as expresións:

i. $\frac{\sqrt{50}}{5\sqrt[4]{8}}$ ii. $\frac{1+\sqrt{32}}{4-3\sqrt{8}}$

i. $$\frac{\sqrt{50}}{5\cdot\sqrt[4]{8}}=\frac{\sqrt{50}}{5\cdot\sqrt[4]{2^3}}=\frac{\sqrt{50}\cdot\sqrt[4]{2}}{5\cdot\sqrt[4]{2^3}\cdot\sqrt[4]{2}}=\frac{\sqrt[4]{2.500}\cdot\sqrt[4]{2}}{5\cdot\sqrt[4]{2^4}}=\frac{\sqrt[4]{2^2\cdot 5^4\cdot 2}}{5\cdot 2}=\frac{5\cdot\sqrt[4]{2^3}}{5\cdot 2}=\frac{\sqrt[4]{2^3}}{2}$$

ii. $$\frac{1+\sqrt{32}}{4-3\sqrt{8}}=\frac{(1+\sqrt{32})\cdot(4+3\sqrt{8})}{(4-3\sqrt{8})\cdot(4+3\sqrt{8})}=\frac{4+3\sqrt{8}+4\sqrt{32}+3\sqrt{256}}{16-9\cdot 8}=\frac{4+3\cdot 2\cdot\sqrt{2}+4\cdot 4\cdot\sqrt{2}+3\cdot 16}{16-72}=$$

$$=\frac{4+6\sqrt{2}+16\sqrt{2}+48}{-56}=\frac{52+22\sqrt{2}}{-56}=-\frac{26+11\sqrt{2}}{28}$$