MATEMÁTICA 4º ESO | 11/02/2014

EXAME 1 OS NÚMEROS REAIS
2 RADICAIS

TOTAL	SUMA	NOTA
11		

NOME	GRUPO A

1 | 1. Comentar a característica principal que distingue os números racionais dos irracionais, aportando exemplos de ambos tipos.

Os números racionais son todos aqueles que admiten unha expresión en forma de fración, ou sexa, os que son da forma $\frac{a}{b}$, con $a, b \in \mathbb{Z}$. En particular, todos os decimais exactos ou periódicos (puros ou mistos) poden expresar-se en forma de fración (fración xeratriz), logo son racionais. De maneira inversa, todas as fracións admiten unha expresión decimal exacta ou periódica. Por suposto, todos os inteiros son racionais: $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

Os números que non admiten expresión decimal exacta ou periódica, e por conseguinte, tampouco admiten expresión en forma de fración, son irracionais.

Exemplos

O número $-\frac{2}{7}$ é racional: $-\frac{2}{7} \in \mathbb{Q}$; o número $2{,}3555\ldots$ ten por fración xeratriz $2{,}3\hat{5} = \frac{235-23}{90} = \frac{212}{90} = \frac{106}{45} \in \mathbb{Q}$.

Os números π, e, $\sqrt{2}$ e muitos outros non admiten expresión racional, logo son irracionais.

1 | 2. Calcular o valor da expresión $21 \cdot 10^{-6} \cdot 4{,}12 \cdot 10^{-3}$, dando o resultado en notación científica con unha cifra significativa, e calcular o erro relativo derivado da aproximación.

$$21 \cdot 10^{-6} \cdot 4{,}12 \cdot 10^{-3} = 86{,}52 \cdot 10^{-9} = 8{,}652 \cdot 10^{-8} \approx 8{,}7 \cdot 10^{-8}$$

O erro absoluto é $8{,}7 \cdot 10^{-8} - 8{,}652 \cdot 10^{-8} = 0{,}048 \cdot 10^{-8}$.

O erro relativo é $\frac{0{,}048 \cdot 10^{-8}}{8{,}652 \cdot 10^{-8}} = \frac{0{,}048}{8{,}652} \approx 0{,}0055 = 0{,}55\,\%$.

1 | 3. Calcular entre que dous valores se atopará o grosor exacto dunha prancha de alumínio, se a medida aproximada é de $35\,mm$ con un erro relativo máximo do $0{,}2\,\%$.

Ao ser o erro relativo inferior ao $0{,}2\,\%$, a medida exacta c estará comprendida entre os valores $35 \pm \frac{0{,}2}{100} \cdot 35 = 35 \pm 0{,}07$, logo $c \in [34.93, 35.07]$.

1 4. O triplo dun número dista $3{,}5$ unidades do número $14{,}5$; calcular o número de que se trata.

Se chamamos x á incógnita, resulta $|3x-14{,}5|=3{,}5$.

$|3x-14{,}5|=3{,}5 \iff 3x=14{,}5\pm3{,}5$.

No primeiro caso: $3x=14{,}5+3{,}5=18 \iff x=\frac{18}{3}=6$.

No segundo caso: $3x=14{,}5-3{,}5=11 \iff x=\frac{11}{3}$.

Logo as solucións son $x_1=6$ e $x_2=\frac{11}{3}$.

1 5. Estudar o intervalo no que se debe localizar un número a , de xeito que a sua distáncia ao número $3{,}72$ sexa inferior a 25 centésimas.

$|a-3{,}72|<0{,}25 \iff 3{,}72-0{,}25<a<3{,}72+0{,}25 \iff 3{,}47<a<3{,}97 \iff a\in(3.47\,,3.97)$.

1 6. Dados os intervalos $I_1=(-5\,,4]$, $I_2=[1\,,5)$ e $I_3=(3\,,+\infty)$, obter os intervalos $I_1\cap I_2$, $I_2\cup I_3$ e $I_1\cap I_3$, e representá-los graficamente.

$I_1\cap I_2=[1\,,4]$, $I_2\cup I_3=[1\,,+\infty)$, $I_1\cap I_3=(3\,,4]$

1 7. Transformar en poténcia a expresión radical $\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{4}}{\sqrt[4]{8}}$.

$$\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{4}}{\sqrt[4]{8}}=\frac{2^{\frac{1}{2}}\cdot(2^2)^{\frac{1}{3}}}{(2^3)^{\frac{1}{4}}}=\frac{2^{\frac{1}{2}}\cdot2^{\frac{2}{3}}}{2^{\frac{3}{4}}}=\frac{2^{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}}}{2^{\frac{3}{4}}}=\frac{2^{\frac{7}{6}}}{2^{\frac{3}{4}}}=2^{\frac{7}{6}-\frac{3}{4}}=2^{\frac{5}{12}}$$

1 8. Extraer factores dos radicais $\sqrt{72}$, $\sqrt{128}$ e $\sqrt{243}$ e indicar de xeito razoado se son semellantes.

$\sqrt{72}=\sqrt{2^3\cdot3^2}=2\cdot3\cdot\sqrt{2}=6\sqrt{2}$; $\sqrt{128}=\sqrt{2^7}=2^3\cdot\sqrt{2}=8\sqrt{2}$; $\sqrt{243}=\sqrt{3^5}=3^2\cdot\sqrt{3}=9\sqrt{3}$

Son semellantes os dous primeiros por compartiren índice e radicando; non asi o terceiro, xá que nese caso o radical $\sqrt{3}$ é diferente dos anteriores.

1	

9. Transformar nun radical irreducíbel a expresión $-\frac{3}{5}\sqrt{125}+\frac{1}{2}\sqrt{20}-8\sqrt{45}$.

$$-\frac{3}{5}\sqrt{125}+\frac{1}{2}\sqrt{20}-8\sqrt{45}=-\frac{3}{5}\sqrt{5^3}+\frac{1}{2}\sqrt{2^2\cdot 5}-8\sqrt{3^2\cdot 5}=-\frac{3}{5}\cdot 5\cdot\sqrt{5}+\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{5}-8\cdot 3\cdot\sqrt{5}=$$

$$=-3\cdot\sqrt{5}+\sqrt{5}-24\cdot\sqrt{5}=-26\sqrt{5}$$

2	

10. Racionalizar e simplificar as expresións:

i. $\frac{15\sqrt{5}}{4\sqrt[3]{25}}$

ii. $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{32}}{3\sqrt{8}-4}$

i. $$\frac{15\cdot\sqrt{5}}{4\cdot\sqrt[3]{25}}=\frac{15\cdot\sqrt{5}}{4\cdot\sqrt[3]{5^2}}=\frac{15\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt[3]{5}}{4\cdot\sqrt[3]{5^2}\cdot\sqrt[3]{5}}=\frac{15\cdot\sqrt[6]{5^3}\cdot\sqrt[6]{5^2}}{4\cdot\sqrt[3]{5^3}}=\frac{15\cdot\sqrt[6]{5^5}}{4\cdot 5}=\frac{3\cdot\sqrt[6]{5^5}}{4}=\frac{3}{4}\cdot\sqrt[6]{5^5}$$

ii. $$\frac{\sqrt{2}-\sqrt{32}}{3\sqrt{8}-4}=\frac{(\sqrt{2}-\sqrt{32})\cdot(3\sqrt{8}+4)}{(3\sqrt{8}-4)\cdot(3\sqrt{8}+4)}=\frac{3\cdot\sqrt{16}+4\sqrt{2}-3\sqrt{256}-4\sqrt{32}}{9\cdot 8-16}=\frac{3\cdot 4+4\sqrt{2}-3\cdot 16-4\cdot 4\cdot\sqrt{2}}{72-16}=$$

$$=\frac{12+4\sqrt{2}-48-16\sqrt{2}}{56}=\frac{-36-12\sqrt{2}}{56}=-\frac{9+3\sqrt{2}}{14}$$