MATEMÁTICAS 4º ESO 04/03/2010

TEMAS 1 OS NÚMEROS REAIS
2 POTÉNCIAS, RADICAIS E LOGARITMOS

TOTAL	SUMA	NOTA
13		

NOME

1	

1. Efectuar as seguintes operacións en notación cientifica:
   i. $5{,}4\cdot 10^{15}\ \cdot\ 8\cdot 10^{-9}$ ii. $2{,}7\cdot 10^{6}\ :\ \left(1{,}5\cdot 10^{-4}\right)$

   i. $5{,}4\cdot 10^{15}\ \cdot\ 8\cdot 10^{-9}=5{,}4\cdot 8\cdot 10^{15}\cdot 10^{-9}=43{,}2\cdot 10^{6}=4{,}32\cdot 10^{7}$

   ii. $2{,}7\cdot 10^{6}\ :\ \left(1{,}5\cdot 10^{-4}\right)=\dfrac{2{,}7}{1{,}5}\cdot\dfrac{10^{6}}{10^{-4}}=1{,}8\cdot 10^{10}$

1	

2. Calcular o valor dos seguintes numeros combinatórios:
   i. $\binom{4}{2}$ ii. $\binom{5}{0}$ iii. $\binom{k}{k}$ iv. $\binom{253}{1}$

   i. $\binom{4}{2}=\dfrac{4!}{2!\cdot 2!}=\dfrac{24}{2\cdot 2}=\dfrac{24}{4}=6$

   ii. $\binom{5}{0}=\dfrac{5!}{0!\cdot 5!}=\dfrac{120}{1\cdot 120}=1$ Nota: $\binom{n}{0}=1$ sexa cal for o valor de n.

   iii. $\binom{k}{k}=\dfrac{k!}{k!\cdot 0!}=\dfrac{k!}{k!}=1$ sexa cal for o valor de k.

   iv. $\binom{253}{1}=\dfrac{253!}{1!\cdot 252!}=\dfrac{253!}{252!}=253$ Nota: $\binom{n}{1}=n$ sexa cal for o valor de n.

1	

3. Calcular o valor de x na seguinte igualdade: $\binom{12}{x-2}=\binom{12}{x+2}$.

$$\binom{12}{x-2}=\binom{12}{x+2}\ \Leftrightarrow\ \left\{\begin{array}{c} x-2=x+2\\ ou\\ x-2+x+2=12\end{array}\right.$$

A primeira posibilidade desbota-se porque é imposíbel: $x-2=x+2\ \Leftrightarrow\ 0=4$.

A segunda posibilidade dá: $x-2+x+2=12\ \Leftrightarrow\ 2x=12\ \Leftrightarrow\ x=6$, de xeito que obtemos $\binom{12}{4}=\binom{12}{8}$, igualdade que é certa.

1	

4. Identificar mediante flechas os seguintes intervalos coas desigualdades correspondentes:

$(-2,4) \longrightarrow -2<x<4$

$[-2,4) \longrightarrow -2\leqslant x<4$

$[-2,4] \longrightarrow -2\leqslant x\leqslant 4$

$(-2,4] \longrightarrow -2<x\leqslant 4$

1	

5. Clasificar os seguintes números como racionais ou irracionais:

i. $\left(2-\sqrt{5}\right)^2$ ii. π^2 iii. $\frac{2}{7}-\frac{5}{7}$ iv. $\left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right)^2$

i. $\left(2-\sqrt{5}\right)^2=2^2-2\cdot 2\cdot\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^2=4-4\sqrt{5}+5=9-4\sqrt{5}\ \notin\ \mathbb{Q}$ ii. $\pi^2\ \notin\ \mathbb{Q}$

iii. $\frac{2}{7}-\frac{5}{7}=-\frac{3}{7}\ \in\ \mathbb{Q}$ iv. $\left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right)^2=\frac{4^2}{\left(\sqrt{3}\right)^2}=\frac{16}{3}\ \in\ \mathbb{Q}$

1	

6. Expresar as seguintes poténcias en forma radical:

i. $6^{-\frac{3}{4}}$ ii. $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$

i. $6^{-\frac{3}{4}}=\frac{1}{6^{\frac{3}{4}}}=\frac{1}{\sqrt[4]{6^3}}=\sqrt[4]{\frac{1}{6^3}}$ ii. $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{1}{3}}$

1	

7. Expresar os radicais en forma de poténcia:

i. $\frac{1}{\sqrt[3]{a}}$ ii. $\frac{6}{\sqrt[7]{6^5}}$

i. $\frac{1}{\sqrt[3]{a}}=\frac{1}{a^{\frac{1}{3}}}=a^{-\frac{1}{3}}$ ii. $\frac{6}{\sqrt[7]{6^5}}=\frac{6}{6^{\frac{5}{7}}}=6^{1-\frac{5}{7}}=6^{\frac{2}{7}}$

0.5	

8. Extraer factores do radical $\sqrt[4]{81a^{11}b^5}$.

$\sqrt[4]{81a^{11}b^5}=\sqrt[4]{3^4a^{11}b^5}=3a^2b\sqrt[4]{a^3b}$

0.5	

9. Reducir a expresión $2\sqrt{75}+5\sqrt{27}-\sqrt{300}$.

$2\sqrt{75}+5\sqrt{27}-\sqrt{300}=2\sqrt{3\cdot 5^2}+5\sqrt{3^3}-\sqrt{3\cdot 2^2\cdot 5^2}=2\cdot 5\sqrt{3}+5\cdot 3\sqrt{3}-2\cdot 5\sqrt{3}=$

$=10\sqrt{3}+15\sqrt{3}-10\sqrt{3}=15\sqrt{3}$

1	

10. Racionalizar:

i. $\frac{10}{\sqrt[3]{5}}$ ii. $\frac{5}{3-\sqrt{5}}$

i. $\frac{10}{\sqrt[3]{5}}=\frac{10\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5}\sqrt[3]{5^2}}=\frac{10\sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{5^3}}=\frac{10\sqrt[3]{25}}{5}=2\sqrt[3]{25}$

ii. $\frac{5}{3-\sqrt{5}}=\frac{5\left(3+\sqrt{5}\right)}{\left(3-\sqrt{5}\right)\left(3+\sqrt{5}\right)}=\frac{5\left(3+\sqrt{5}\right)}{9-5}=\frac{5\left(3+\sqrt{5}\right)}{4}=\frac{15+5\sqrt{5}}{4}$

1	

11. Obter o valor de x nos casos:

i. $2^{-3}=x$ ii. $x^3=-8$ iii. $2^x=\frac{1}{32}$

i. $2^{-3}=x \Leftrightarrow x=\frac{1}{2^3}=\frac{1}{8}$ ii. $x^3=-8 \Leftrightarrow x=\sqrt[3]{-8}=-2$

iii. $2^x=\frac{1}{32} \Leftrightarrow x=\log_2 2^{-5}=-5\log_2 2=-5\cdot 1=-5$

1	

12. i.Explicar brevemente o significado do logaritmo, poñendo algun exemplo.
ii.Expór brevemente algunha aplicación dos logaritmos.

i.Dados dous números reais positivos $a>0$ e $b>0$, o logaritmo en base a de b é o exponente ao que hai que elevar a para obter b, ou sexa, dada a expresión $a^x=b$, o exponente x é o logaritmo en base a de b, e escrebe-se $x=\log_a b$.

Exemplo

Dada a expresión $3^x=243$, $x=\log_3 243$. Como o exponente ao que hai que elevar 3 para obter 243 é 5, di-se que $\log_3 243=5$, de xeito que $3^5=243$.

ii.Os logaritmos transforman operacións de alto nível en outras de nível inferior:

- Poténcias en produtos: $\log_a b^k=k\log_a b$
- Produtos en sumas: $\log_a b\cdot c=\log_a b+\log_a c$
- Divisións en restas: $\log_a \frac{b}{c}=\log_a b-\log_a c$

Para representar graficamente cantidades que crecen a un ritmo mui elevado utiliza-se con frecuéncia unha escla logarítmica, de xeito que a gráfica resulta mais cómoda de usar.

1	

13. Sabendo que $\log 5\approx 0,7$, obter de maneira razonada o valor dos seguintes logaritmos :

i. $\log_5 50$ ii. $\log\left(0,5^{30}\cdot 10^3\right)$

i. $\log_5 50=\frac{\log 50}{\log 5}=\frac{\log 5\cdot 10}{\log 5}=\frac{\log 5+\log 10}{\log 5}\approx\frac{0,7+1}{0,7}=\frac{1,7}{0,7}=\frac{17}{7}$

ii. $\log\left(0,5^{30}\cdot 10^3\right)=30\left(\log 5-\log 10\right)+3\approx 30\cdot(0,7-1)+3=30\cdot(-0,3)+3=-9+3=-6$

1	

14. Unha cidade ten 200.000 habitantes e a sua población aumenta o 3% anual. Canto tempo há de pasar para que o censo acade a cifra de 250.000 habitantes?
Nota: a fórmula do crecimento da población é $P=p\cdot(1+r)^t$, onde P é a población final, p é a población inicial, r é o índice de crecimento (expresado en "tanto por un") e t é o tempo transcorrido en anos.

Na fórmula $P=p\cdot(1+r)^t$, a población final é $P=250.000$ habitantes, a inicial é $p=200.000$ habitantes e a taxa de crecimento é do 3% anual, que en tanto por un corresponde con $r=0,03$.

Asi a fórmula convirte-se en:

$250.000=200.000\cdot(1+0,03)^t=200.000\cdot(1,03)^t$, onde haberá que resolver o valor do tempo t:

$$250.000=200.000\cdot(1,03)^t \Leftrightarrow 1,03^t=\frac{250.000}{200.000}=1,25 \Leftrightarrow t=log_{1,03}\ 1,25=7,55 .$$

De xeito que $t=7,55$, que veñen ser algo mais de 7 anos e meio.

Nota: O valor de $log_{1,03}\ 1,25$ obtén-se na calculadora.

Mínimos 4º ESO		DESCONTA		RECUPERA	
☐ *Área e perímetro de cuadrados, rectángulos e triángulos*	FICHA	☐ *Uso de parénteses*	FICHA	☐ *Raices; extracción de factores*	FICHA
☐ *Operacións con fraccións e decimais*	FICHA	☐ *Suma, resta, multiplicación e división de números naturais*	FICHA	☐ *Igualdades notábeis*	FICHA
☐ *Regra dos signos*	FICHA	☐ *Potências de exponente natural e propriedades*	FICHA	☐ *Álxebra de polinómios*	FICHA
☐ *Operacións con números inteiros*	FICHA	☐ *Área e perímetro do círculo*	FICHA		
☐ *Cálculo do MCD e mcm*	FICHA	☐ *Potências de exponente inteiro*	FICHA		