MATEMÁTICA 4º ESO 15/02/2017
TEMAS 1 NÚMEROS REAIS
2 RADICAIS

NOME	GRUPO 4º ESO B

		0. Expresión escrita / expresión matemática / presentación

0,5 1. i. Explicar as características que distinguen os números racionais dos irracionais, aportando exemplos de ambos tipos.

0,5 ii. Aportar de xeito razoado un exemplo de cada un dos casos seguintes:

- un número real que non sexa irracional;
- un número natural que non sexa inteiro;
- un número racional que sexa inteiro.

i. Os números racionais son todos aqueles que admiten unha expresión en forma de fración, ou sexa, os que son da forma $\frac{a}{b}$, con $a, b \in \mathbb{Z}$. En particular, todos os decimais exactos ou periódicos (puros ou mistos) poden expresar-se en forma de fración (fración xeratriz), logo son racionais. De maneira inversa, todas as fracións admiten unha expresión decimal exacta ou periódica. Por suposto, todos os inteiros son racionais: $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.
Os números que non admiten expresión decimal exacta ou periódica, e por conseguinte, tampouco admiten expresión en forma de fración, son irracionais.

<u>Exemplos</u>

O número $-\frac{2}{7}$ é racional: $-\frac{2}{7} \in \mathbb{Q}$; o número $2,3555\ldots$ ten por fración xeratriz $2,3\hat{5} = \frac{235-23}{90} = \frac{212}{90} = \frac{106}{45} \in \mathbb{Q}$.

Os números π, e, $\sqrt{2}$ e muitos outros non admiten expresión racional, logo son irracionais.

ii. $\frac{1}{2}$ é un número real que admite expresión en forma de fración, asi que é racional: $\frac{1}{2} \in \mathbb{Q}$; todos os números naturais son inteiros: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$; $\frac{6}{2}$ é un número racional que ademais é inteiro xá que a división de 6 entre 2 é exacta con parte decimal nula: $\frac{6}{2} = 3 \in \mathbb{Z}$.

1 2. Calcular o valor da expresión $3,1 \cdot 10^{-4} \cdot 7,2 \cdot 10^{-3}$, dando o resultado en notación científica con unha cifra decimal significativa, e calcular os erros absoluto e relativo derivados da aproximación.

$$3,1 \cdot 10^{-4} \cdot 7,2 \cdot 10^{-3} = 22,32 \cdot 10^{-7} = 2,232 \cdot 10^{-6} \approx 2,2 \cdot 10^{-6}$$

O erro absoluto é: $2,232 \cdot 10^{-6} - 2,2 \cdot 10^{-6} = (2,232 - 2,2) \cdot 10^{-6} = 0,032 \cdot 10^{-6}$

E o erro relativo é: $\frac{0,032 \cdot 10^{-6}}{2,232 \cdot 10^{-6}} = \frac{0,032}{2,232} \approx 0,0143 = 1,43\,\%$.

2 3. Obter os números reais tais que a distáncia do seu triplo ao número $-12,3$ sexa menor ou igual que $3,6$ unidades. Representar a resposta na recta real en forma de intervalos.

Se chamamos x ao número buscado, o triplo é $3x$, e a distáncia de $3x$ ao número $-12,3$ expresa-se da forma $|3x-(-12,3)|$; como esta distáncia há de ser menor ou igual que $3,6$ unidades, a inecuación que temos é $|3x-(-12,3)|\leqslant 3,6$, equivalente a $|3x+12,3|\leqslant 3,6$.

Resolvendo a ecuación correspondente resulta: $|3x+12,3|=3,6 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+12,3=3,6 \\ 3x+12,3=-3,6 \end{cases}$

Estas duas ecuacións poden resumir-se nunha soa:

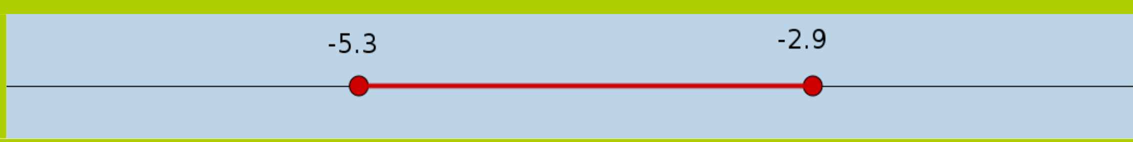
$$3x+12,3=\pm 3,6 \Leftrightarrow 3x=-12,3\pm 3,6 \Leftrightarrow x=\frac{1}{3}\cdot(-12,3\pm 3,6)=-4,1\pm 1,2$$

Obtemos polo tanto duas solucións da ecuación, que son $x_1=-4,1-1,2=-5,3$ e $x_2=-4,1+1,2=-2,9$, asi que para resolver a inecuación temos trés intervalos, que son $(-\infty,-5.3)$, $(-5.3,-2.9)$ e $(-2.9,+\infty)$.

Escollendo un elemento dentro de cada un dos intervalos, saberemos que intervalos cumpren a inecuación e que outros non a cumpren:
$-6\in(-\infty,-5.3)$: $|3\cdot(-6)+12,3|=|-18+12,3|=|-5,7|=5,7>3,6$, que incumpre a condición;
$-3\in(-5.3,-2.9)$: $|3\cdot(-3)+12,3|=|-9+12,3|=|3,3|=3,3<3,6$, logo si cumpre a condición;
$0\in(-2.9,+\infty)$: $|3\cdot 0+12,3|=|12,3|=12,3>3,6$, logo tamén incumpre neste caso.

Para os casos particulares $x_1=-5,3$ e $x_2=-2,9$ resulta:
$|3\cdot(-5,3)+12,3|=|-15,9+12,3|=|-3,6|=3,6$ e $|3\cdot(-2,9)+12,3|=|-8,7+12,3|=|3,6|=3,6$

Como se pide que a distáncia sexa menor ou igual $3,6$, a solución será o intervalo $[-5.3,-2.9]$.



1 4. Explicar que se entende por radicais semellantes e indicar de xeito razoado se os radicais $3\sqrt{27}$ e $\sqrt[4]{48}$ son equivalentes.

Di-se que dous radicais son semellantes se teñen o mesmo índice e o mesmo radicando, aínda que posibelmente teñan diferente coeficiente.

Os radicais $3\sqrt{27}$ e $\sqrt[4]{48}$ poden-se reducir a: $3\sqrt{27}=3\sqrt{3^3}=9\sqrt{3}$ e $\sqrt[4]{144}=\sqrt[4]{2^4\cdot 3^2}=\sqrt{2^2\cdot 3}=2\sqrt{3}$.

Logo son semellantes xá que comparten o índice mais o radicando.

1 5. Reducir ao máximo a expresión radical $\frac{\sqrt[3]{32}\cdot\sqrt[4]{8^2}}{2^{-3}\cdot\sqrt{32}}$.

Extraendo factores e simplificando resulta:

$$\frac{\sqrt[3]{32}\cdot\sqrt[4]{8^2}}{2^{-3}\cdot\sqrt{32}}=\frac{2^3\sqrt[3]{2^5}\cdot\sqrt{8}}{\sqrt{2^5}}=\frac{8\cdot 2\sqrt[3]{2^2}\cdot\sqrt{2^3}}{2^2\sqrt{2}}=\frac{16\sqrt[3]{4}\cdot 2\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}=8\sqrt[3]{4}$$

1 6. Transformar nun radical irreducíbel a expresión $\frac{3}{2}\cdot\sqrt{27}-\sqrt{48}-\frac{2}{3}\sqrt{108}$.

$$\frac{3}{2}\cdot\sqrt{27}-\sqrt{48}-\frac{2}{3}\sqrt{108}=\frac{3}{2}\cdot\sqrt{3^3}-\sqrt{2^4\cdot 3}-\frac{2}{3}\sqrt{2^2\cdot 3^3}=\frac{3}{2}\cdot 3\sqrt{3}-2^2\sqrt{3}-\frac{2}{3}\cdot 2\cdot 3\sqrt{3}=$$

$$=\frac{9}{2}\sqrt{3}-4\sqrt{3}-4\sqrt{3}=\left(\frac{9}{2}-8\right)\sqrt{3}=-\frac{7}{2}\sqrt{3}$$

1 7. Racionalizar e simplificar a expresión $\frac{5\sqrt{5}}{\sqrt[3]{625}}$.

$$\frac{5\sqrt{5}}{\sqrt[3]{625}}=\frac{5\sqrt{5}}{\sqrt[3]{5^4}}=\frac{5\sqrt{5}}{5\sqrt[3]{5}}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt[3]{5}}=\frac{\sqrt{5}\cdot\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[3]{5^2}}=\frac{\sqrt[6]{5^3}\cdot\sqrt[6]{5^4}}{5}=\frac{\sqrt[6]{5^7}}{5}=\frac{5\sqrt[6]{5}}{5}=\sqrt[6]{5}$$