MATEMÁTICA 4º ESO 15/02/2017
TEMAS 1 NÚMEROS REAIS
2 RADICAIS

NOME	GRUPO 4º ESO A

		0. Expresión escrita / expresión matemática / presentación

0,5 | 1. i. Explicar as características que distinguen os números racionais dos irracionais, aportando exemplos de ambos tipos.

0,5 | ii. Aportar de xeito razoado un exemplo de cada un dos casos seguintes:

- un número real que non sexa racional;
- un número racional que non sexa natural;
- un número inteiro que non sexa racional.

i. Os números racionais son todos aqueles que admiten unha expresión en forma de fración, ou sexa, os que son da forma $\frac{a}{b}$, con $a, b \in \mathbb{Z}$. En particular, todos os decimais exactos ou periódicos (puros ou mistos) poden expresar-se en forma de fración (fración xeratriz), logo son racionais. De maneira inversa, todas as fracións admiten unha expresión decimal exacta ou periódica. Por suposto, todos os inteiros son racionais: $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.
Os números que non admiten expresión decimal exacta ou periódica, e por conseguinte, tampouco admiten expresión en forma de fración, son irracionais.

Exemplos
O número $-\frac{2}{7}$ é racional: $-\frac{2}{7} \in \mathbb{Q}$; o número $2{,}3555\ldots$ ten por fración xeratriz $2{,}3\hat{5} = \frac{235-23}{90} = \frac{212}{90} = \frac{106}{45} \in \mathbb{Q}$.
Os números π, e, $\sqrt{2}$ e muitos outros non admiten expresión racional, logo son irracionais.

ii. $\sqrt{2}$ é un número real que non admite expresión en forma de fración, polo que non é racional: $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$; $\frac{1}{2}$ é un número racional que non é natural, xá que a división de 1 entre 2 ten parte decimal non nula: $\frac{1}{2} \notin \mathbb{N}$; todos os números inteiros admiten expresión en forma de fración, polo tanto todos son racionais: $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

1 | 2. Calcular o valor da expresión $\frac{2{,}43 \cdot 10^{-4}}{7{,}2 \cdot 10^{8}}$, dando o resultado en notación científica con duas cifras decimais significativas, e calcular os erros absoluto e relativo derivados da aproximación.

$$\frac{2{,}43 \cdot 10^{-4}}{7{,}2 \cdot 10^{8}} = 0{,}3375 \cdot 10^{-12} = 3{,}375 \cdot 10^{-11} \approx 3{,}38 \cdot 10^{-11}$$

O erro absoluto é: $3{,}38 \cdot 10^{-11} - 3{,}375 \cdot 10^{-11} = (3{,}38 - 3{,}375) \cdot 10^{-11} = 0{,}005 \cdot 10^{-11}$.

E o erro relativo é: $\frac{0{,}005 \cdot 10^{-11}}{3{,}375 \cdot 10^{-11}} = \frac{0{,}005}{3{,}375} = 0{,}00\widehat{148} \approx 0{,}15\,\%$.

2 | 3. Obter os números reais tais que a distáncia da sua terceira parte ao número $-12,3$ é superior a $3,2$ unidades. Representar a resposta na recta real en forma de intervalos.

Se chamamos x ao número buscado, a sua terceira parte é $\frac{x}{3}$, e a distáncia de $\frac{x}{3}$ ao número $-12,3$ expresa-se da forma $\left|\frac{x}{3}-(-12,3)\right|$; como esta distáncia há de ser superior a $3,2$ unidades, a inecuación que temos é $\left|\frac{x}{3}-(-12,3)\right|>3,2$, equivalente a $\left|\frac{x}{3}+12,3\right|>3,2$.

Resolvendo a ecuación correspondente resulta: $\left|\frac{x}{3}+12,3\right|=3,2 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{3}+12,3=3,2 \\ \frac{x}{3}+12,3=-3,2 \end{cases}$

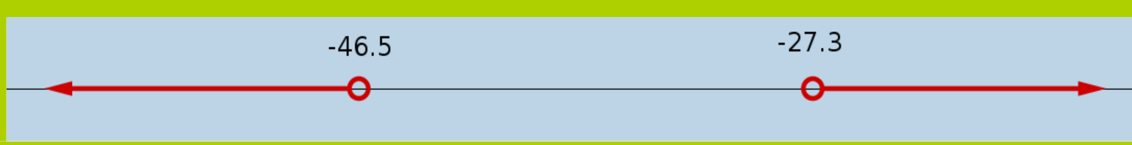
Estas duas ecuacións poden resumir-se nunha soa:
$\frac{x}{3}+12,3=\pm 3,2 \Leftrightarrow \frac{x}{3}=-12,3\pm 3,2 \Leftrightarrow x=3\cdot(-12,3\pm 3,2)=-36,9\pm 9,6$

Obtemos polo tanto duas solucións da ecuación, que son $x_1=-36,9-9,6=-46,5$ e $x_2=-36,9+9,6=-27,3$, asi que para resolver a inecuación temos trés intervalos, que son $(-\infty,-46.5)$, $(-46.5,-27.3)$ e $(-27.3,+\infty)$.

Escollendo un elemento dentro de cada un dos intervalos, saberemos que intervalos cumpren a inecuación e que outros non a cumpren:
$-60\in(-\infty,-46.5)$: $\left|\frac{-60}{3}+12,3\right|=|-20+12,3|=|-7,7|=7,7>3,2$, logo cumpre a condición;
$-30\in(-46.5,-27.3)$: $\left|\frac{-30}{3}+12,3\right|=|-10+12,3|=|2,3|=2,3<3,2$, logo non a cumpre;
$0\in(-27.3,+\infty)$: $\left|\frac{0}{3}+12,3\right|=|12,3|=12,3>3,2$, logo tamén se cumpre neste caso.

Para os casos particulares $x_1=-46,5$ e $x_2=-27,3$ resulta:
$\left|\frac{-46,5}{3}+12,3\right|=|-15,5+12,3|=|-3,2|=3,2$ e $\left|\frac{-27,3}{3}+12,3\right|=|-9,1+12,3|=|3,2|=3,2$

Como se pide que a distáncia sexa superior a $3,2$, a solución será $(-\infty,-46.5)\cup(-27.3,+\infty)$.



1 | 4. Explicar que se entende por radicais equivalentes e indicar de xeito razoado se os radicais $2\sqrt{8}$ e $\sqrt[4]{64}$ son equivalentes.

Di-se que dous radicais son equivalentes se teñen o mesmo valor numérico.

Os radicais $2\sqrt{8}$ e $\sqrt[4]{64}$ poden-se reducir a: $2\sqrt{8}=2\sqrt{2^3}=4\sqrt{2}$ e $\sqrt[4]{64}=\sqrt[4]{2^6}=\sqrt{2^3}=2\sqrt{2}$.

Logo non son equivalentes xá que $4\sqrt{2}\neq 2\sqrt{2}$.

1	

5. Reducir ao máximo a expresión radical $\dfrac{\sqrt{32}\cdot\sqrt[3]{32}}{2^{-3}\cdot\sqrt[4]{8^2}}$.

Extraendo factores e simplificando resulta:

$$\frac{\sqrt{32}\cdot\sqrt[3]{32}}{2^{-3}\cdot\sqrt[4]{8^2}}=\frac{2^3\sqrt{2^5}\cdot\sqrt[3]{2^5}}{\sqrt{8}}=\frac{8\cdot 4\sqrt{2}\cdot 2\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt{2^3}}=\frac{64\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{2^2}}{2\sqrt{2}}=32\sqrt[3]{2^2}=32\sqrt[3]{4}$$

1	

6. Transformar nun radical irreducíbel a expresión $\frac{1}{2}\cdot\sqrt{128}-5\sqrt{8}-\frac{2}{3}\sqrt{72}$.

$$\frac{1}{2}\cdot\sqrt{128}-5\sqrt{8}-\frac{2}{3}\sqrt{72}=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2^7}-5\sqrt{2^3}-\frac{2}{3}\sqrt{2^3\cdot 3^2}=\frac{1}{2}\cdot 2^3\sqrt{2}-5\cdot 2\sqrt{2}-\frac{2}{3}\cdot 2\cdot 3\sqrt{2}=$$

$$=4\sqrt{2}-10\sqrt{2}-4\sqrt{2}=-10\sqrt{2}$$

1	

7. Racionalizar e simplificar a expresión $\dfrac{-8}{5-7\sqrt{3}}$.

$$\frac{-8}{5-7\sqrt{3}}=\frac{-8\cdot(5+7\sqrt{3})}{(5-7\sqrt{3})\cdot(5+7\sqrt{3})}=\frac{-8\cdot(5+7\sqrt{3})}{25-49\cdot 3}=\frac{-8\cdot(5+7\sqrt{3})}{25-147}=\frac{-8\cdot(5+7\sqrt{3})}{-122}=\frac{4\cdot(5+7\sqrt{3})}{61}$$