MATEMÁTICA 4º ESO 11/11/2015

TEMAS 6 SEMELLANZA

7 TRIGONOMETRIA

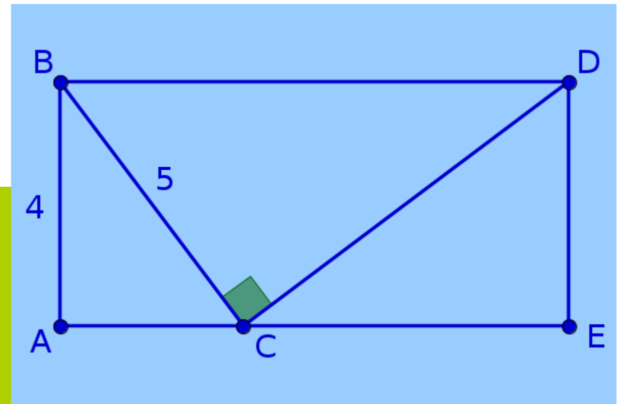
TOTAL	SUMA	EE/EM	NOTA
9			

NOME	GRUPO 4º ESO B

0. Expresión escrita / expresión matemática / presentación

1.5

1. Explicar de xeito razoado porque os triángulos $\overset{\triangle}{ABC}$, $\overset{\triangle}{CDE}$ e $\overset{\triangle}{BCD}$ son semellantes, e calcular o lado $\overline{BD}$, sabendo que $\overline{AB}=4$ e $\overline{BC}=5$.



Os triángulos $\overset{\triangle}{ABC}$ e $\overset{\triangle}{BCD}$ son semellantes porque teñen dous dos seus ángulos iguais: o ángulo recto mais os ángulos $\widehat{ACB}$ e $\widehat{CBD}$. Podemos dicer o mesmo dos triángulos rectángulos $\overset{\triangle}{CDE}$ e $\overset{\triangle}{BCD}$, xá que ambos teñen un ángulo recto e os ángulos $\widehat{CDB}$ e $\widehat{ECD}$ son iguais.
Logo os trés triángulos son semellantes.

No triángulo $\overset{\triangle}{ABC}$ podemos resolver o lado $\overline{AC}$ usando o Teorema de Pitágoras:

$$\overline{AC}=\sqrt{\overline{BC}^2-\overline{AB}^2}=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3$$

E polo Teorema de Tales, nos triángulos $\overset{\triangle}{ABC}$ e $\overset{\triangle}{BCD}$ temos que:

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{\overline{BC}}{\overline{BD}} \Leftrightarrow \frac{3}{5}=\frac{5}{CB} \Leftrightarrow CB=\frac{5\cdot 5}{3}=\frac{25}{3}\approx 8{,}33$$

1

2. Calcular a área dunha finca sabendo que a superfície que ocupa no plano é de $20\ cm^2$ e que o plano está feito a escala $1:1.500$.

A escala $1:1.500$ equivale a afirmar que a razón entre a finca e a sua representación no plano é $r=1.500$.

Logo a área da finca será $A=r^2\cdot A'$, onde A' é a área no plano.

Asi que: $A=r^2\cdot A'=1.500^2\cdot 20=2.250.000\cdot 20=45.000.000\ cm^2=4.500\ m^2$

1 3. Obter de xeito razoado as razóns trigonométricas do ángulo de 60^o a partir do seu triángulo característico.

Utilizando a circunferéncia goniométrica, o triángulo característico correspondente ao ángulo de 60^o é a metade dun triángulo equilátero, polo que a hipotenusa é 1 e o cateto contíguo é $\frac{1}{2}$, logo:

$$\cos 60^o = \frac{cat.cont.}{hip.} = \frac{1}{2} \;.$$

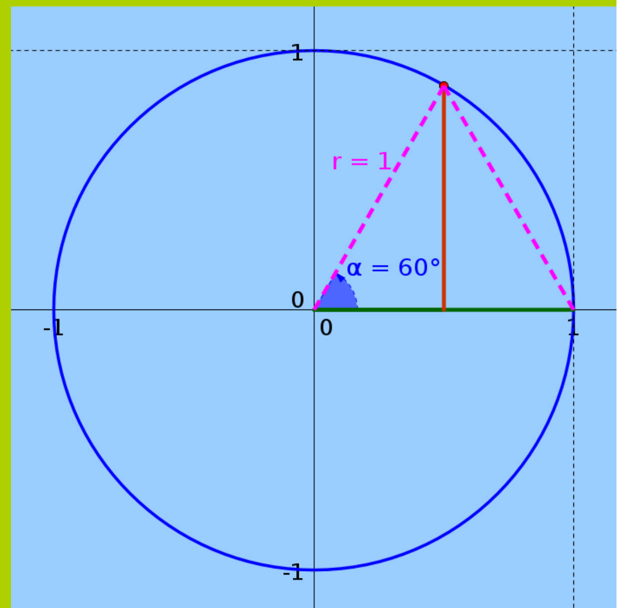
E pola identidade fundamental:

$$sen^2\, 60^o + \cos^2 60^o = 1 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; sen^2\, 45^o = 1 - \cos^2 60^o = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; sen\, 60^o = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Logo $tg\, 60^o = \frac{sen\, 60^o}{\cos 60^o} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$.

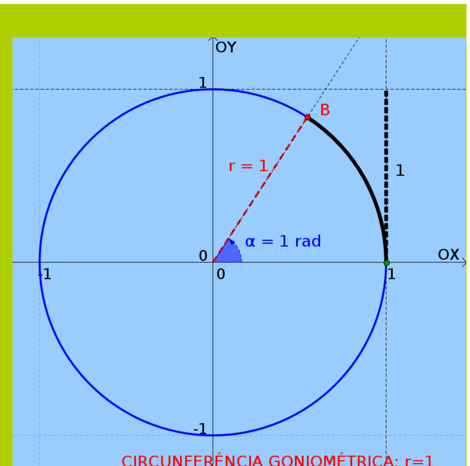


Nota: escollemos a raíz positiva para o seno, por pentencer o ángulo ao primeiro cuadrante.

1 4. i. Explicar brevemente que é un radián e apoiar a explicación con un gráfico.

1 ii. Obter a equivaléncia en radiáns do ángulo de 1^o e a equivaléncia en graus de $\frac{7\pi}{4}\, rad$.

i. Define-se o radián como o ángulo determinado na circunferéncia por un arco de igual lonxitude que o raio da própria circunferéncia.



ii. Sabe-se que 360^o equivale a $2\pi\, rad$, logo para convertir o ángulo de 1^o faremos:

$$\frac{\alpha}{2\pi} = \frac{1}{360} \;\Leftrightarrow\; \alpha = \frac{2\pi}{360} = \frac{\pi}{180}\, rad$$

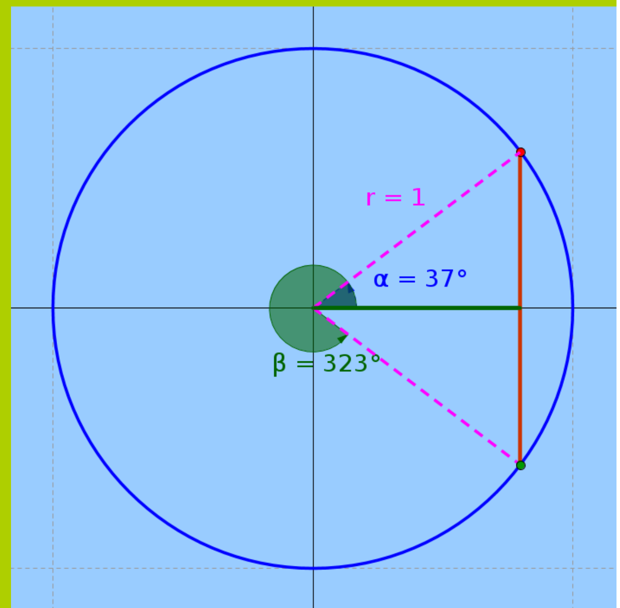
E para convertir o ángulo de $\frac{7\pi}{4}\, rad$ faremos:

$$\frac{\beta}{360^o} = \frac{\frac{7\pi}{4}}{2\pi} \;\Leftrightarrow\; \beta = \frac{\frac{7\pi}{4} \cdot 360}{2\pi} = \frac{7 \cdot 360}{8} = 7 \cdot 45 = 315^o$$

1.5	

5. Obter de forma razoada as razóns trigonométricas (seno, coseno e tanxente) do ángulo de $323°$ sabendo que $tg\ 37° = \frac{3}{4}$.

O ángulo de $323°$ pertence ao cuarto cuadrante, e o seu triángulo característico é igual ao do ángulo de $37°$, xá que $323° = 360° - 37°$.



Da identidade $tg^2\,\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$, obtemos:

$$tg^2\ 37° + 1 = \frac{1}{\cos^2 37°} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos^2 37° = \frac{1}{tg^2\ 37° + 1} = \frac{1}{\left(\frac{3}{4}\right)^2 + 1} = \frac{16}{25} \Rightarrow$$

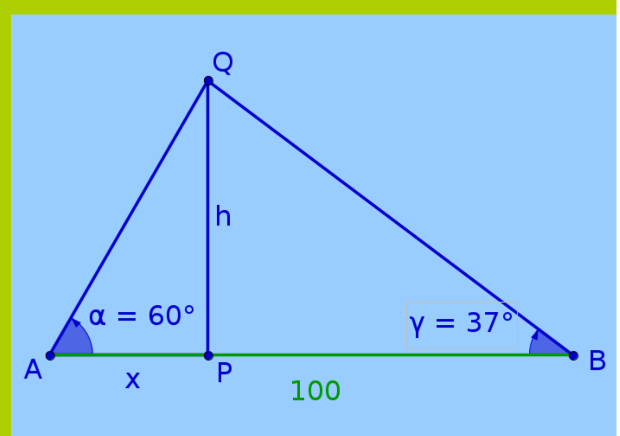
$$\Rightarrow \cos 37° = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$$, logo

$sen\ 37° = \sqrt{1 - \cos^2 37°} = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{3}{5}$; asi que $sen\ 323° = -sen\ 37° = -\frac{3}{5}$, $\cos 323° = \cos 37° = \frac{4}{5}$ e $tg\ 323° = -tg\ 37° = -\frac{3}{4}$.

2	

6. Duas persoas situadas ao nível do mar e a $100\ m$ de distáncia unha da outra observan un helicóptero que pasa voando entre ellas, con ángulos de elevación de $60°$ e $37°$. Calcular a altura á que voa o helicóptero.

Se chamamos A e B ás posicións de ambas persoas, P á proxección do helicóptero en terra e Q á sua posición, no triángulo $\overset{\triangle}{APQ}$, o lado PQ é a altura h á que voa o helicóptero, e se chamamos x á distáncia de A a P, resulta $tg\ 60° = \frac{h}{x}$.



No triángulo $\overset{\triangle}{BPQ}$ temos $tg\ 37° = \frac{h}{100 - x}$, co que obtemos o sistema:

$$\begin{cases} h = x \cdot tg\ 60° = \sqrt{3} \cdot x \\ h = (100 - x) \cdot tg\ 37° = \frac{3 \cdot (100 - x)}{4} \end{cases}$$

Resolvendo polo método de igualación resulta:

$$\sqrt{3} \cdot x = \frac{3 \cdot (100 - x)}{4} \Leftrightarrow 4\sqrt{3} \cdot x = 300 - 3x \Leftrightarrow (3 + 4\sqrt{3}) \cdot x = 300 \Leftrightarrow x = \frac{300}{3 + 4\sqrt{3}} \approx 30{,}22\ m$$

E por último, a altura é $h = \sqrt{3} \cdot x = \sqrt{3} \cdot 30{,}22 \approx 52{,}34\ m$