MATEMÁTICA 4º ESO — 10/11/2015

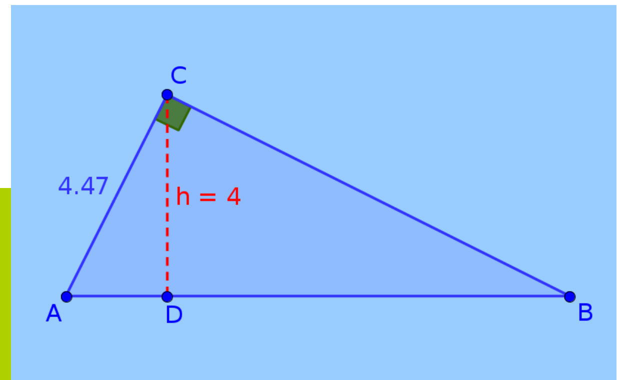
TEMAS 6 SEMELLANZA
7 TRIGONOMETRIA

TOTAL	SUMA	EE/EM	NOTA
9			

NOME	GRUPO 4º ESO A

0. Expresión escrita / expresión matemática / presentación

1.5 | 1. Explicar de xeito razoado porque os triángulos $\overset{\triangle}{ABC}$, $\overset{\triangle}{ACD}$ e $\overset{\triangle}{BCD}$ son semellantes, e calcular o lado $\overline{CB}$, sabendo que $\overline{AC}=4,47$ e $\overline{CD}=4$.



Os triángulos $\overset{\triangle}{ABC}$ e $\overset{\triangle}{ACD}$ son semellantes porque teñen dous dos seus ángulos iguais: o ángulo recto mais o ángulo $\hat{A}$. Podemos dicer o mesmo dos triángulos rectángulos $\overset{\triangle}{ABC}$ e $\overset{\triangle}{BCD}$, xá que ambos teñen un ángulo recto e comparten o ángulo $\hat{B}$. Logo os trés triángulos son semellantes.

No triángulo $\overset{\triangle}{ACD}$ podemos resolver o lado $\overline{AD}$ usando o Teorema de Pitágoras:

$$\overline{AD}=\sqrt{\overline{AC}^2-\overline{CD}^2}=\sqrt{4,47^2-4^2}=\sqrt{3,98}\approx 2$$

E polo Teorema de Tales, nos triángulos $\overset{\triangle}{ACD}$ e $\overset{\triangle}{BCD}$ temos que:

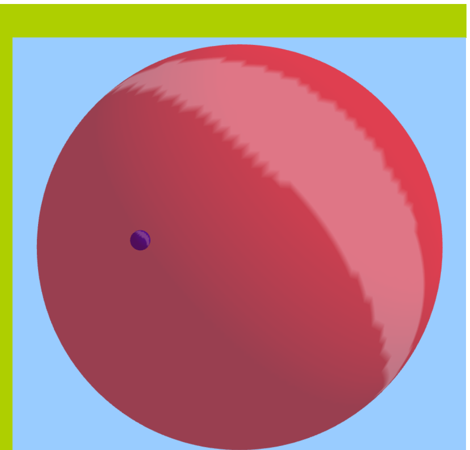
$$\frac{\overline{AD}}{\overline{CD}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{CB}} \Leftrightarrow \frac{2}{4}=\frac{4,47}{\overline{CB}} \Leftrightarrow \overline{CB}=\frac{4\cdot 4,47}{2}=2\cdot 4,47=8,94$$

1 | 2. Calcular o raio dunha esfera sabendo que o seu volume é 8.000 veces o volume doutra esfera que ten raio $6\,dm$.

Se chamamos V_1 e V_2 aos volumes da esfera menor e da maior respectivamente, resulta:

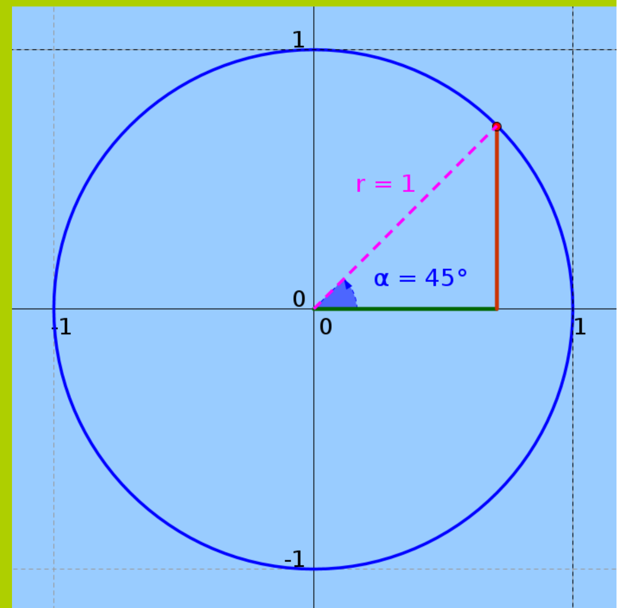
$$r^3=\frac{V_2}{V_1}=8.000$$

Logo a razón de semellanza é $r=\sqrt[3]{8.000}=20$, asi que o raio da esfera maior é $r\cdot 6=20\cdot 6=120\,dm$.



1 3. Obter de xeito razoado as razóns trigonométricas do ángulo de $45°$ a partir do seu triángulo característico.

Utilizando a circunferéncia goniométrica, resulta que a hipotenusa é 1 e os dous catetos, oposto e contíguo, son iguais por ser un triángulo isóscele, asi que:



$$sen\ 45° = \frac{cat.op.}{hip.} \quad \text{e} \quad cos\ 45° = \frac{cat.cont.}{hip.}\ .$$

E como coinciden ambos catetos resulta $sen\ 45° = cos\ 45°$; polo tanto:

$$sen^2\ 45° + cos^2\ 45° = 1 \ \Rightarrow\ 2 \cdot sen^2\ 45° = 1 \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ sen^2\ 45° = \frac{1}{2} \ \Rightarrow\ sen\ 45° = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

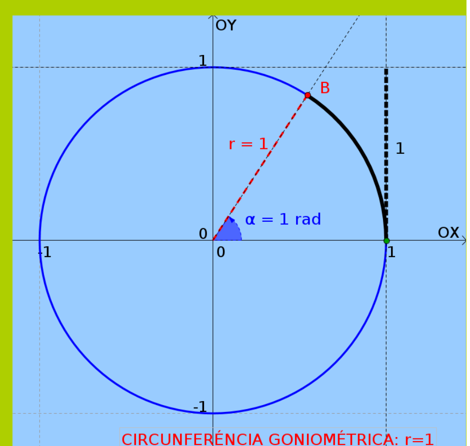
Logo $sen\ 45° = cos\ 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$ e $tg\ 45° = \frac{sen\ 45°}{cos\ 45°} = 1$.

Nota: escollemos raíces positivas para o seno e o coseno, por pentencer o ángulo ao primeiro cuadrante.

1 4. i.Explicar brevemente que é un radián e apoiar a explicación con un gráfico.

1 ii.Obter a equivaléncia en radiáns do ángulo de $150°$ e a equivaléncia en graus de $1\ rad$.

i.Define-se o radián como o ángulo determinado na circunferéncia por un arco de igual lonxitude que o raio da própria circunferéncia.



ii.Sabe-se que $360°$ equivale a $2\pi\ rad$, logo para convertir o ángulo de $150°$ faremos:

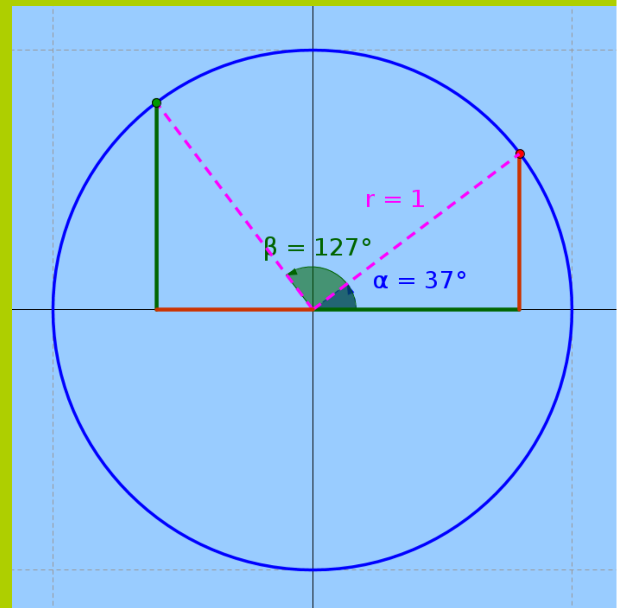
$$\frac{\alpha}{2\pi} = \frac{150}{360} \ \Leftrightarrow\ \alpha = \frac{150 \cdot 2\pi}{360} = \frac{5\pi}{6}\ rad$$

E para convertir o ángulo de $1\ rad$ faremos:

$$\frac{\beta}{360} = \frac{1}{2\pi} \ \Leftrightarrow\ \beta = \frac{360}{2\pi} = \frac{180}{\pi} \approx 57{,}30°$$

1.5 | 5. Obter de forma razoada as razóns trigonométricas (seno, coseno e tanxente) do ángulo de 127^o sabendo que $\cos 37^o = 0{,}8$.

O ángulo de 127^o pertence ao segundo cuadrante, e o seu triángulo característico é igual ao do ángulo de 37^o , xá que $127^o = 90^o + 37^o$.



Pola identidade fundamental, temos que:

$$\operatorname{sen} 37^o = \sqrt{1 - \cos^2 37^o} = \sqrt{1 - 0{,}8^2} =$$

$$= \sqrt{1 - 0{,}64} = \sqrt{0{,}36} = 0{,}6$$

Polo tanto resulta:

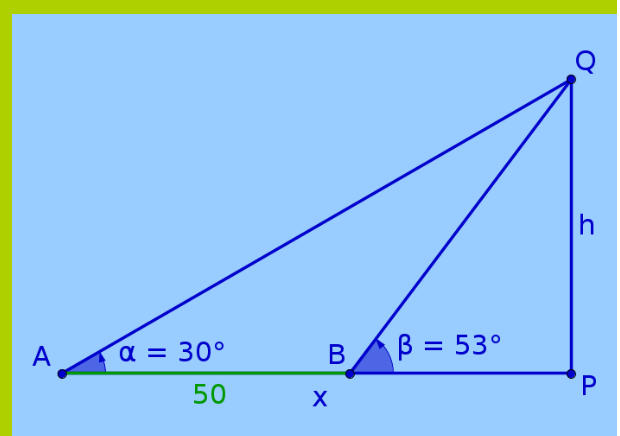
$$\operatorname{sen} 127^o = \cos 37^o = 0{,}8$$

$$\cos 127^o = -\operatorname{sen} 37^o = -0{,}6$$

$$\operatorname{tg} 127^o = \frac{\operatorname{sen} 127^o}{\cos 127^o} = \frac{0{,}8}{-0{,}6} = -\frac{4}{3} \approx -1{,}33$$

2 | 6. Calcular a altura dunha torre sabendo que desde a nosa posición a rás do chan observamos o bico da torre con un ángulo de elevacion de 30^o , e avanzando $50\ m$ en direción a ela, o ángulo pasa a ser de 53^o .

Se chamamos A á nosa posición inicial e B á posición final, P ao pé da torre e Q ao bico, no triángulo $\overset{\triangle}{APQ}$, o lado PQ é a altura h da torre, e se chamamos x á base do triángulo, resulta $\operatorname{tg} 30^o = \frac{h}{x}$.



E de igual xeito, no triángulo $\overset{\triangle}{BPQ}$ obtemos $\operatorname{tg} 53^o = \frac{h}{x - 50}$, co que obtemos o sistema:

$$\begin{cases} h = x \cdot \operatorname{tg} 30^o = \frac{\sqrt{3} \cdot x}{3} \\ h = (x - 50) \cdot \operatorname{tg} 53^o = \frac{4 \cdot (x - 50)}{3} \end{cases}$$

Por igualación resulta:

$$\frac{\sqrt{3} \cdot x}{3} = \frac{4 \cdot (x - 50)}{3} \iff \sqrt{3} \cdot x = 4x - 200 \iff (4 - \sqrt{3}) \cdot x = 200 \iff x = \frac{200}{4 - \sqrt{3}} \approx 88{,}19\ m$$

E por último, a altura é $h = \frac{\sqrt{3} \cdot x}{3} = \frac{\sqrt{3} \cdot 88{,}19}{3} \approx 50{,}91\ m$