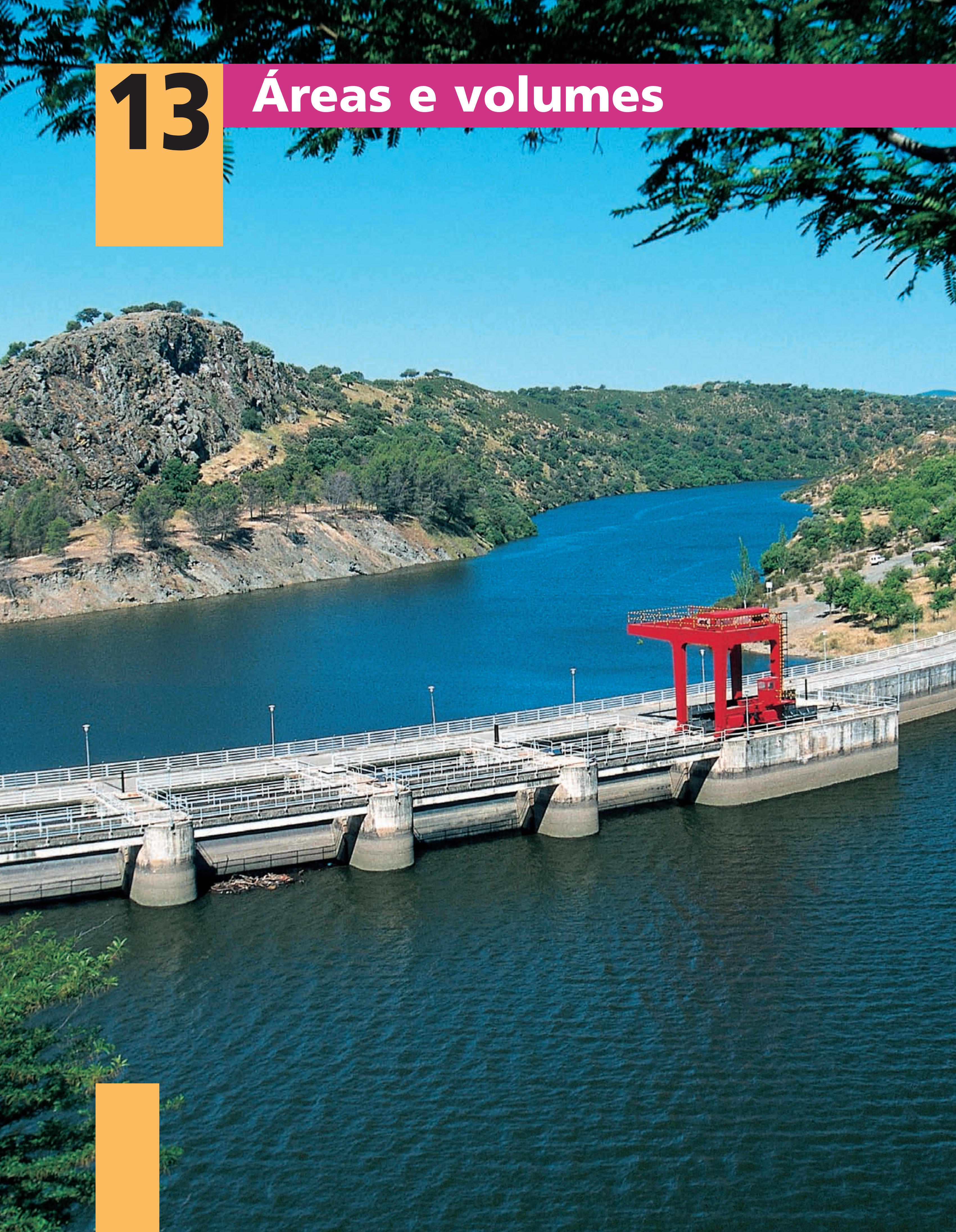
13 Áreas e volumes



Neste tema estúdanse as unidades de volume e o cálculo das áreas e os volumes de corpos no espazo: poliedros regulares, prisma, cilindro, pirámide, tronco de pirámide, cono, tronco de cono e esfera.

En moitos problemas hai que relacionar as unidades de volume coas de capacidade. O manexo das unidades fundamentais destas magnitudes, e os seus múltiplos e submúltiplos, é imprescindible.

As unidades de volume e de capacidade empréganse segundo a cantidade que se queira expresar. Por exemplo, para expresar a cantidade de auga dun vaso, adóitase utilizar o centilitro; e para expresar a cantidade de auga que hai nun pantano coma o da fotografía, adóitase usar o hectómetro cúbico.

Por outra parte, o cálculo de áreas e volumes de corpos no espazo require que se utilicen o teorema de Pitágoras, para calcular lonxitudes, e as fórmulas das áreas dos polígonos que forman as caras dos corpos. As devanditas fórmulas danse nunha táboa no tema.

ORGANIZA AS TÚAS IDEAS

ÁREAS E VOLUMES

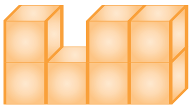
- **área**
  - da base ou bases → que é a → medida → da → superficie da base ou bases
  - lateral → que é a → medida → da → superficie lateral
  - total → que é a → medida → da → superficie total
- **volume**
  - que é a → medida
    - do → espazo que ocupa o corpo
    - exprésase con → unidades de volume → cuxa unidade fundamental é o → **m^3**

1. Unidades de volume

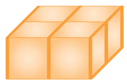
PENSA E CALCULA

Calcula mentalmente o volume das seguintes figuras tendo en conta que cada cubo é unha unidade.

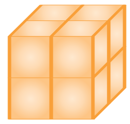
a)



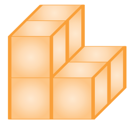
b)



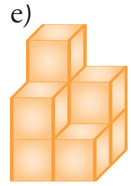
c)



d)

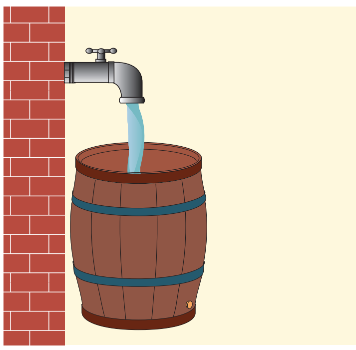


e)



Carné calculista

658,9 : 7,6

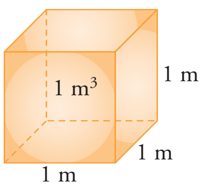


1.1. Volume dun corpo

O **volume** dun corpo é a cantidade de espazo que ocupa.

Exemplo

Un bidón ocupa un volume. O bidón tamén ten unha capacidade, que é a cantidade de líquido que cabe no seu interior. Pódese dicir que a capacidade é o volume interior do bidón.



1.2. Unidades de volume

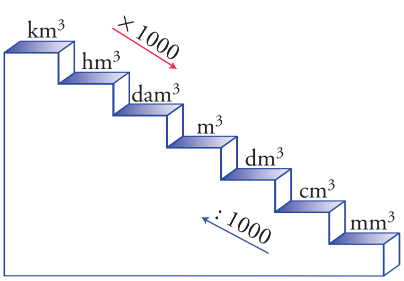
Un **metro cúbico** é o volume dun cubo que ten 1 m de aresta.

O **metro cúbico** é a unidade principal de volume.

Múltiplos e submúltiplos

	Nome	Abreviatura	Cantidade de metros
Múltiplos	quilómetro cúbico	**km^3**	$1\,000\,000\,000\ m^3 = 10^9\ m^3$
	hectómetro cúbico	**hm^3**	$1\,000\,000\ m^3 = 10^6\ m^3$
	decámetro cúbico	**dam^3**	$1\,000\ m^3 = 10^3\ m^3$
	metro cúbico	**m^3**	$1\ m^3$
Submúltiplos	decímetro cúbico	**dm^3**	$0{,}001\ m^3 = 10^{-3}\ m^3$
	centímetro cúbico	**cm^3**	$0{,}000001\ m^3 = 10^{-6}\ m^3$
	milímetro cúbico	**mm^3**	$0{,}000000001\ m^3 = 10^{-9}\ m^3$

Estas unidades de volume aumentan e diminúen de 1 000 en 1 000.



Exemplo

$2\ hm^3 = 2 \times 1\,000\,000\ m^3 = 2\,000\,000\ m^3$

$3\,000\ cm^3 = 3\,000 : 1\,000\ dm^3 = 3\ dm^3$

Relación entre masa, capacidade e volume

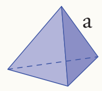
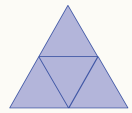
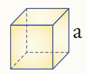
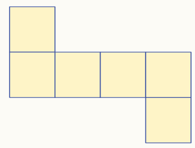
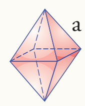
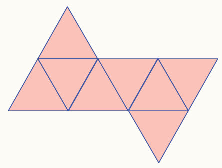
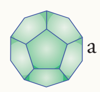
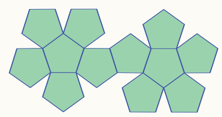
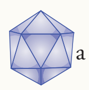
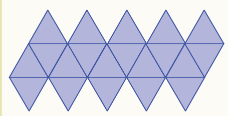
Ao nivel do mar e a 4 °C, un litro de auga destilada pesa 1 quilo.

1 quilo = 1 litro = 1 dm³

m^3	dm^3	cm^3
kl	l	ml

A unidade máis frecuente para medir grandes cantidades de auga, como a dun pantano, é o hectómetro cúbico.

1.3. Áreas e volumes dos poliedros regulares

Poliedro regular	Desenvolvemento	Área	Volume
Tetraedro 		$A = a^2\sqrt{3}$	$V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$
Cubo ou hexaedro 		$A = 6a^2$	$V = a^3$
Octaedro 		$A = 2a^2\sqrt{3}$	$V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$
Dodecaedro 		$A = 3a^2\sqrt{25 + 10\sqrt{5}}$	$V = \dfrac{a^3}{4}(15 + 7\sqrt{5})$
Icosaedro 		$A = 5a^2\sqrt{3}$	$V = \dfrac{5a^3}{12}(3 + \sqrt{5})$

Calculadora

5 x^2 × √ 3 = **43,30**

5 x^3 × √ 2 ÷ 12 =
14,73

Exemplo

Calcula a área e o volume dun tetraedro de 5 cm de aresta. Redondea o resultado a dous decimais.

$$A = a^2\sqrt{3} \Rightarrow A = 5^2\sqrt{3} = 43{,}30 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12} \Rightarrow V = \frac{5^3\sqrt{2}}{12} = 14{,}73 \text{ cm}^3$$

APLICA A TEORÍA

1 Transforma mentalmente en m^3:

a) 25 dam^3 b) 0,02 hm^3
c) 2 560 dm^3 d) 32 000 cm^3
e) 45 km^3 f) 575 000 mm^3

2 Expresa en litros as seguintes cantidades:

a) 5 m^3 b) 0,008 hm^3
c) 250 dm^3 d) 12 000 cm^3
e) 10 km^3 f) 250 000 mm^3

3 Fai o debuxo e calcula a área e o volume dun tetraedro de 6 cm de aresta. Redondea o resultado a dous decimais.

4 Fai o debuxo e calcula mentalmente a área e o volume dun cubo de 5 m de aresta.

5 Fai o debuxo e calcula a área e o volume dun octaedro de 7 dm de aresta. Redondea o resultado a dous decimais.

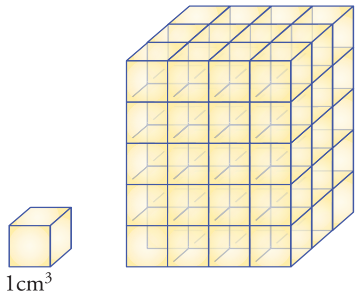
6 Fai o debuxo e calcula a área e o volume dun dodecaedro de 5 m de aresta. Redondea o resultado a dous decimais.

7 Fai o debuxo e calcula a área e o volume dun icosaedro de 9 cm de aresta. Redondea o resultado a dous decimais.

2. Área e volume do ortoedro, o prisma e o cilindro

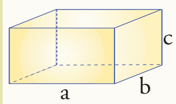
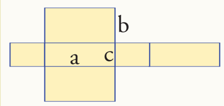
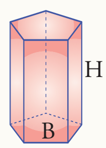
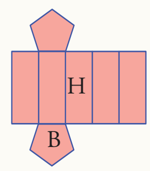
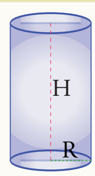
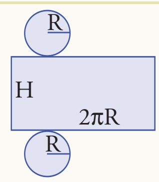
PENSA E CALCULA

Calcula a área e o volume da figura maior:



Carné calculista

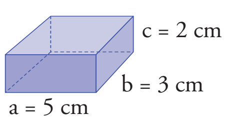
$$\frac{7}{8}\cdot\frac{1}{3}-\frac{3}{4}:\frac{6}{5}$$

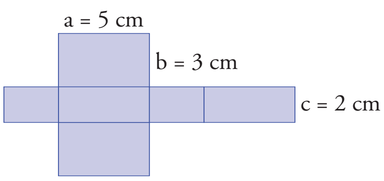
Nome	Debuxo	Desenvolvemento	Área	Volume
Ortoedro			$A = 2(ab + ac + bc)$	$V = abc$
Prisma			$A_T = 2A_B + A_L$	$V = A_B \cdot H$
Cilindro			$A_B = \pi R^2$ $A_L = 2\pi RH$ $A_T = 2A_B + A_L$	

2.1. Área e volume do ortoedro

A **área do ortoedro** dedúcese do seu desenvolvemento plano, que está formado por 6 rectángulos, iguais dous a dous.

O **volume do ortoedro** obtense multiplicando o longo polo ancho e polo alto.





Exemplo

Calcula a área e o volume do ortoedro de 5 cm, 3 cm e 2 cm de arestas.

$A = 2(ab + ac + bc)$

$A = 2(5 \cdot 3 + 5 \cdot 2 + 3 \cdot 2) = 2\ (15 + 10 + 6) = 2 \cdot 31 = 62\ cm^2$

$V = abc \Rightarrow V = 5 \cdot 3 \cdot 2 = 30\ cm^3$

Calculadora

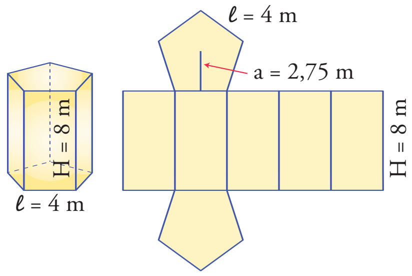
2 × (5 × 3 + 5 × 2 + 3 × 2) = **62**

5 × 3 × 2 = **30**

2.2. Área e volume do prisma

A **área total do prisma** dedúcese do seu desenvolvemento plano, que está formado por dúas bases iguais, que son polígonos regulares, e tantos rectángulos iguais como arestas teña a base.

O **volume do prisma** obtense multiplicando a área da base pola altura.



Exemplo

Atopa a área e o volume dun prisma pentagonal de 4 m de aresta da base, 2,75 m de apotema da base e 8 m de altura. Redondea o resultado a dous decimais.

Área total: $A_T = 2A_B + A_L$

a) $A_B = \dfrac{P \cdot a}{2} \Rightarrow A_B = \dfrac{5 \cdot 4 \cdot 2{,}75}{2} = 27{,}5 \text{ m}^2$

b) $A_L = 5\,\ell\,H \Rightarrow A_L = 5 \cdot 4 \cdot 8 = 160 \text{ m}^2$

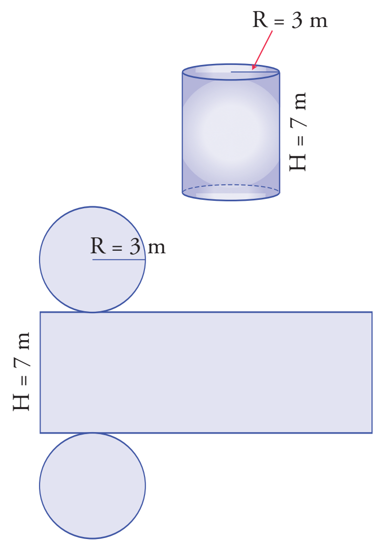
Logo: $A_T = 2 \cdot 27{,}5 + 160 = 55 + 160 = 215 \text{ m}^2$

Volume: $V = A_B \cdot H \Rightarrow V = 27{,}5 \cdot 8 = 220 \text{ m}^3$

2.3. Área e volume do cilindro

A **área total do cilindro** dedúcese do seu desenvolvemento plano, que está formado por dúas bases iguais, que son círculos, e un rectángulo.

O **volume do cilindro** obtense multiplicando a área da base pola altura.



Exemplo

Atopa a área e o volume dun cilindro recto de 3 m de radio da base e 7 m de altura. Redondea o resultado a dous decimais.

Área total: $A_T = 2A_B + A_L$

a) $A_B = \pi R^2 \Rightarrow A_B = \pi \cdot 3^2 = 28{,}27 \text{ m}^2$

b) $A_L = 2\pi RH \Rightarrow A_L = 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 7 = 131{,}95 \text{ m}^2$

Logo: $A_T = 2 \cdot 28{,}27 + 131{,}95 = 188{,}49 \text{ m}^2$

Volume: $V = A_B \cdot H \Rightarrow V = 28{,}27 \cdot 7 = 197{,}89 \text{ m}^3$

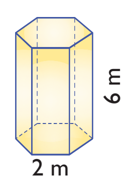
APLICA A TEORÍA

8 Fai o debuxo e atopa a área e o volume dun ortoedro cuxas dimensións son 10 m, 5 m e 3 m.

9 Fai o debuxo e atopa a área e o volume dun prisma cuadrangular no que a aresta da base mide 3 cm e a altura do prisma mide 8 cm.

10 Fai o debuxo e calcula a área e o volume dun cilindro recto de 4 cm de radio da base e 7 cm de altura. Aproxima o resultado a dous decimais.

11 Calcula a área e o volume dun prisma hexagonal no que a aresta da base mide 2 m e a altura do prisma mide 6 m. Aproxima o resultado a dous decimais.



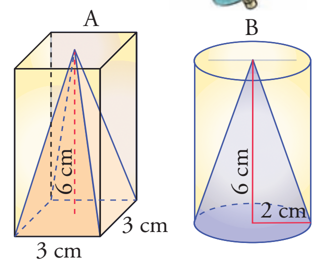
12 Construíuse un recipiente con forma de ortoedro, para envasar leite, cuxas dimensións son 8 cm, 5 cm e 25 cm. Debuxa o recipiente, calcula o seu volume e exprésao en litros.

3. Área e volume da pirámide, o cono e a esfera

PENSA E CALCULA

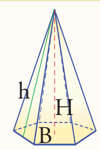
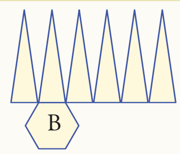
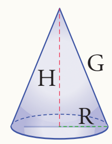
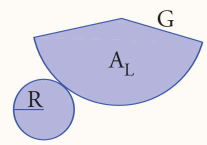
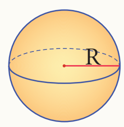
a) Calcula mentalmente o volume do prisma da figura A e, sabendo que a pirámide ten un volume de 18 cm^3, atopa cantas veces é máis pequeno o volume da pirámide ca o do prisma.

b) Calcula mentalmente o volume do cilindro da figura B en función de π e, sabendo que o cono ten un volume de 8π cm^3, atopa cantas veces é máis pequeno o volume do cono que o do cilindro.

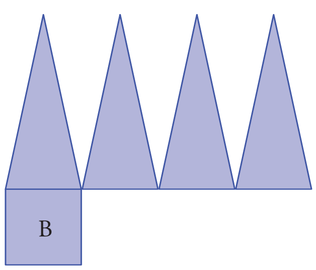


Carné calculista

305,7 : 0,69

Nome	Debuxo	Desenvolvemento	Área	Volume
Pirámide			$A_T = A_B + A_L$	$V = \frac{1}{3} A_B \cdot H$
Cono			$A_B = \pi R^2$ $A_L = \pi RG$ $A_T = A_B + A_L$	
Esfera		Non ten desenvolvemento plano	$A = 4\pi R^2$	$V = \frac{4}{3}\pi R^3$

3.1. Área e volume da pirámide



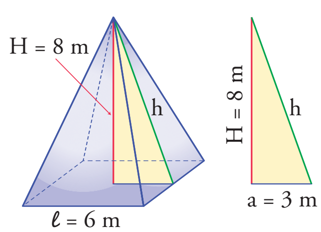
A **área total da pirámide** dedúcese do seu desenvolvemento plano, que está formado por un polígono regular e tantos triángulos isósceles iguais como arestas teña a base:

$$A_T = A_B + A_L$$

O **volume da pirámide** obtense multiplicando un terzo pola área da base e pola altura:

$$V = \frac{1}{3} A_B \cdot H$$

Exemplo



Atopa a área e o volume dunha pirámide cuadrangular de 6 m de aresta da base e 8 m de altura. Aproxima o resultado a dous decimais.

Área total: $A_T = A_B + A_L$

Calcúlase a área da base e a área lateral:

a) $A_B = \ell^2 \Rightarrow A_B = 6^2 = 36\ m^2$ b) $A_L = 4\,\ell\,h : 2$

Hai que calcular o apotema da pirámide: $h = \sqrt{3^2 + 8^2} = \sqrt{73} = 8,54$ m

$A_L = 4 \cdot 6 \cdot 8,54 : 2 = 204,96 : 2 = 102,48\ m^2$

Logo: $A_T = 36 + 102,48 = 138,48\ m^2$

$\boxed{1}\ \boxed{\div}\ \boxed{3}\ \boxed{\times}\ \boxed{36}\ \boxed{\times}\ \boxed{8}\ \boxed{=}\ \boxed{96}$

Volume: $V = \frac{1}{3} A_B \cdot H \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot 36 \cdot 8 = 96\ m^3$

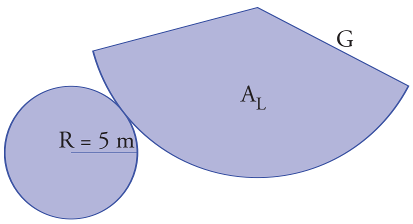
3.2. Área e volume do cono

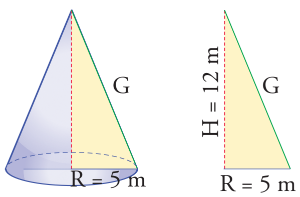
A **área total do cono** dedúcese do seu desenvolvemento plano, que está formado por unha base, que é un círculo, e un sector circular:

$$A_B = \pi R^2 \qquad A_L = \pi RG \qquad A_T = A_B + A_L$$

O **volume do cono** obtense multiplicando por un terzo a área da base pola altura:

$$V = \frac{1}{3} A_B \cdot H$$





Exemplo

Atopa a área e o volume dun cono recto de 5 m de radio da base e 12 m de altura. Aproxima o resultado a dous decimais.

Área total: $A_T = A_B + A_L$

Calcúlase a área da base e a área lateral:

a) $A_B = \pi R^2 \Rightarrow A_B = \pi \cdot 5^2 = 78,54 \text{ m}^2$ b) $A_L = \pi RG$

Hai que calcular a xeratriz: $G = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13 \text{ m}$

$A_L = \pi \cdot 5 \cdot 13 = 204,20 \text{ m}^2$

Logo: $A_T = 78,54 + 204,20 = 282,74 \text{ m}^2$

Volume: $V = \frac{1}{3} A_B \cdot H \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot 78,54 \cdot 12 = 314,16 \text{ m}^3$

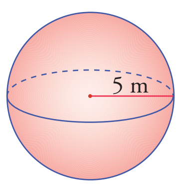
3.3. Área e volume da esfera

A esfera non ten desenvolvemento plano. A **área da esfera** é igual á de catro círculos máximos:

$$A = 4\pi R^2$$

O **volume da esfera** obtense multiplicando catro terzos por π e polo radio ao cubo:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$



4 ÷ 3 × π × 5 x^3 =
= **523,60**

Exemplo

Atopa a área e o volume dunha esfera de 5 m de radio. Aproxima o resultado a dous decimais.

$A = 4\pi R^2 \Rightarrow A = 4\pi \cdot 5^2 = 314,16 \text{ m}^2$

$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi \cdot 5^3 = 523,60 \text{ m}^3$

APLICA A TEORÍA

13 Fai o debuxo e atopa a área e o volume dunha pirámide cuadrangular cuxa base ten 3 m de aresta e cuxa altura mide 6 m. Aproxima o resultado a dous decimais.

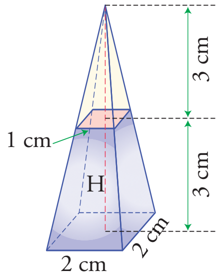
14 Fai o debuxo e atopa a área e o volume dun cono recto no que o radio da base mide 2 m e a altura mide 8 m. Aproxima o resultado a dous decimais.

15 Fai o debuxo e calcula a área e o volume dunha esfera cuxo radio mide 6 cm. Aproxima o resultado a dous decimais.

16 Construíuse un adorno de metacrilato con forma de pirámide hexagonal cuxa base ten 4 cm de aresta e cuxa altura mide 12 cm. O metacrilato custa 28,5 € o m^2. Debuxa o adorno e calcula o prezo do material. Aproxima o resultado a dous decimais.

4. Área e volume do tronco de pirámide e do tronco de cono

PENSA E CALCULA



a) Calcula mentalmente o volume do tronco de pirámide azul restando do volume do total da pirámide o volume da pirámide amarela.

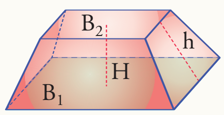
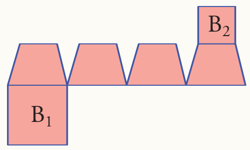
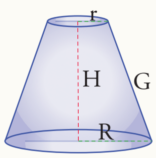
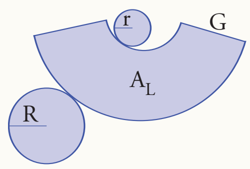
b) Comproba que o resultado é o mesmo que aplicando a fórmula:

$$V = \frac{1}{3}\left(A_{B_1} + A_{B_2} + \sqrt{A_{B_1} \cdot A_{B_2}}\right) \cdot H$$

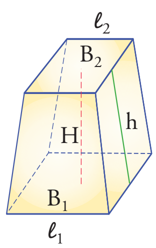
onde H é a altura do tronco de pirámide.

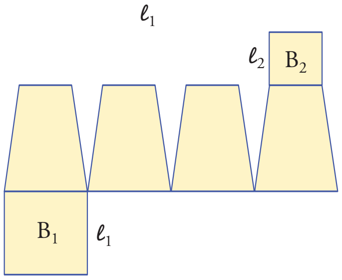
Carné calculista

$$\frac{4}{9}\left(\frac{5}{6} - \frac{2}{3}\right)$$

Nome	Debuxo	Desenvolvemento	Área	Volume
Tronco de pirámide			$A_T = A_{B_1} + A_{B_2} + A_L$	$V = \frac{1}{3}\left(A_{B_1} + A_{B_2} + \sqrt{A_{B_1} \cdot A_{B_2}}\right) \cdot H$
Tronco de cono			$A_{B_1} = \pi R^2$ $A_{B_2} = \pi r^2$ $A_L = \pi(R + r)\,G$ $A_T = A_{B_1} + A_{B_2} + A_L$	

4.1. Área e volume do tronco de pirámide



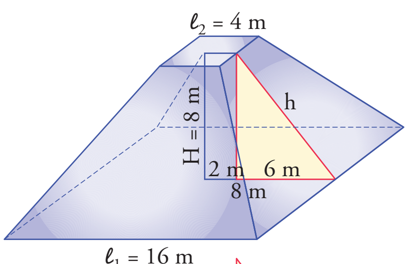


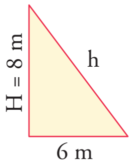
A **área total dun tronco de pirámide** dedúcese do seu desenvolvemento plano, que está formado por dúas bases que son polígonos regulares desiguais, e tantos trapecios isósceles iguais como arestas teña a base.

$$A_T = A_{B_1} + A_{B_2} + A_L$$

O **volume dun tronco de pirámide** obtense multiplicando un terzo pola suma das áreas das bases máis a raíz cadrada do produto das áreas, e multiplicando todo pola altura.

$$V = \frac{1}{3}\left(A_{B_1} + A_{B_2} + \sqrt{A_{B_1} \cdot A_{B_2}}\right) \cdot H$$





Exemplo

Atopa a área e o volume dun tronco de pirámide cadrada no que a aresta da base maior mide 16 m, a aresta da base menor, 4 m, e a altura, 8 m.

Área total: $A_T = A_{B_1} + A_{B_2} + A_L$

Calcúlase a área das bases e a área lateral:

a) $A_{B_1} = \ell_1^2 \Rightarrow A_{B_1} = 16^2 = 256\ m^2$

b) $A_{B_2} = \ell_2^2 \Rightarrow A_{B_2} = 4^2 = 16\ m^2$

c) $A_L = 4 \cdot \dfrac{\ell_1 + \ell_2}{2} \cdot h$

Hai que calcular o apotema do tronco de pirámide **h**:

$h = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10\ m$

$$A_L = 4 \cdot \frac{16+4}{2} \cdot 10 = 400\ \text{m}^2$$

Logo: $A_T = 256 + 16 + 400 = 672\ \text{m}^2$

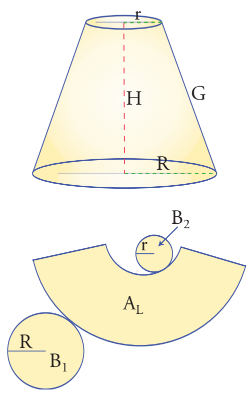
Volume:

$$V = \frac{1}{3}\left(A_{B_1} + A_{B_2} + \sqrt{A_{B_1} \cdot A_{B_2}}\right) \cdot H$$

$$V = \frac{1}{3}\left(256 + 16 + \sqrt{256 \cdot 16}\right) \cdot 8 = 896\ \text{m}^3$$

(256 + 16 + √ (256 × 16)) × 8 ÷ 3 = = **896**

4.2. Área e volume do tronco de cono

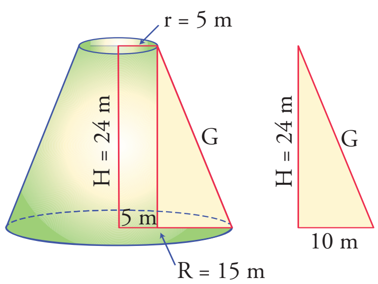


A **área total dun tronco de cono** dedúcese do seu desenvolvemento plano, que está formado por dúas bases, que son dous círculos desiguais, e un trapecio circular:

$A_T = A_{B_1} + A_{B_2} + A_L$ $\quad A_{B_1} = \pi R^2$ $\quad A_{B_2} = \pi r^2$ $\quad A_L = \pi(R + r)G$

O **volume dun tronco de cono** obtense multiplicando un terzo pola suma das áreas das bases máis a raíz cadrada do produto das áreas das bases, e multiplicando todo pola altura:

$$V = \frac{1}{3}\left(A_{B_1} + A_{B_2} + \sqrt{A_{B_1} \cdot A_{B_2}}\right) \cdot H$$



Exemplo

Atopa a área e o volume dun tronco de cono no que o radio da base maior mide 15 m, o radio da base menor, 5 m, e a altura, 24 m. Aproxima o resultado a dous decimais.

Área total: $A_T = A_{B_1} + A_{B_2} + A_L$

Calcúlase a área das bases e a área lateral:

a) $A_{B_1} = \pi R^2 \Rightarrow A_{B_1} = \pi \cdot 15^2 = 706{,}86\ \text{m}^2$

b) $A_{B_2} = \pi r^2 \Rightarrow A_{B_2} = \pi \cdot 5^2 = 78{,}54\ \text{m}^2$

c) $A_L = \pi(R + r)G$

Hai que calcular a xeratriz: $G = \sqrt{10^2 + 24^2} = 26$ m

$A_L = \pi \cdot (15 + 5) \cdot 26 = 1\,633{,}63\ \text{m}^2$

Logo: $A_T = 706{,}86 + 78{,}54 + 1\,633{,}63 = 2\,419{,}03\ \text{m}^2$

Volume:

$$V = \frac{1}{3}\left(A_{B_1} + A_{B_2} + \sqrt{A_{B_1} \cdot A_{B_2}}\right) \cdot H$$

$$V = \frac{1}{3}\left(706{,}86 + 78{,}54 + \sqrt{706{,}86 \cdot 78{,}54}\right) \cdot 24 = 8\,168{,}16\ \text{m}^3$$

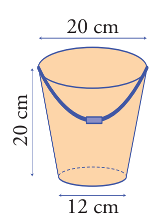
(706.86 + 78.54 + √ (706.86 × 78.54)) × 24 ÷ 3 = **8168,16**

APLICA A TEORÍA

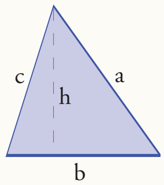
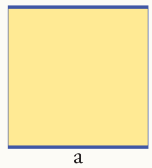
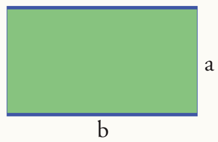
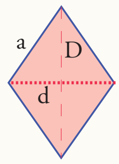
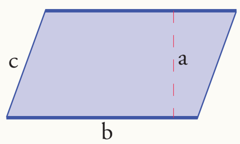
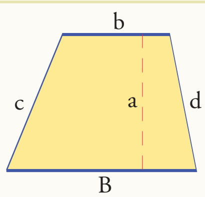
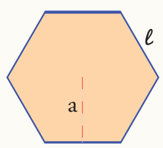
17 Fai o debuxo e atopa a área e o volume dun tronco de pirámide cadrada no que a aresta da base maior mide 14 m; a aresta da base menor, 4 m; e a altura, 12 m. Aproxima o resultado a dous decimais.

18 Fai o debuxo e atopa a área e o volume dun tronco de cono no que o radio da base maior mide 10 m; o radio da base menor, 4 m; e a altura, 15 m. Aproxima o resultado a dous decimais.

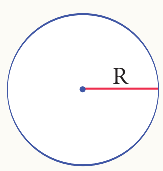
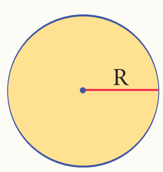
19 Calcula a cantidade de auga que cabe no cubo da figura:



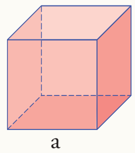
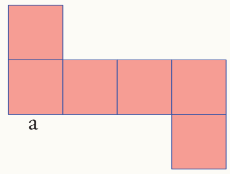
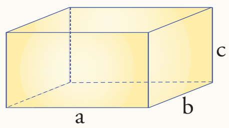
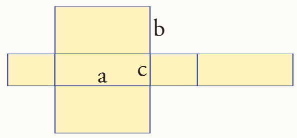
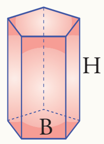
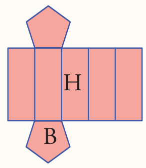
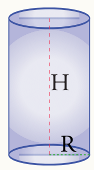
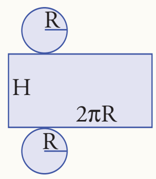
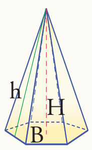
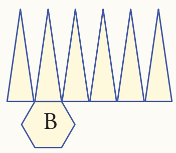
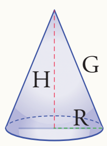
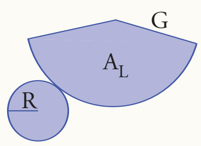
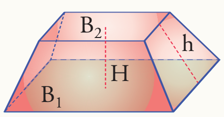
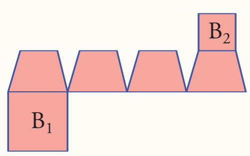
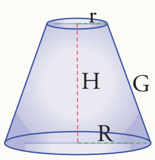
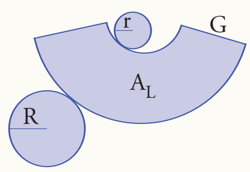
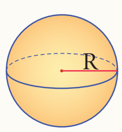
Perímetros e áreas dos polígonos

Polígono	Debuxo	Perímetro	Área
Triángulo		$P = a + b + c$	$A = \dfrac{b \cdot h}{2}$ Fórmula de Herón: $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ p = semiperímetro
Cadrado		$P = 4a$	$A = a^2$
Rectángulo		$P = 2(b + a)$	$A = b \cdot a$
Rombo		$P = 4a$	$A = \dfrac{D \cdot d}{2}$
Romboide		$P = 2(b + c)$	$A = b \cdot a$
Trapecio		$P = B + c + b + d$	$A = \dfrac{B + b}{2} \cdot a$
Polígono regular		$P = n\ell$ n = número de lados	$A = \dfrac{P \cdot a}{2}$

Lonxitudes e áreas das figuras circulares

Nome	Debuxo	Perímetro	Área
Circunferencia		$L = 2\pi R$	
Círculo			$A = \pi R^2$

Área e volume dos corpos

Nome	Debuxo	Desenvolvemento	Área	Volume
Cubo ou hexaedro			$A = 6a^2$	$V = a^3$
Ortoedro			$A = 2(ab + ac + bc)$	$V = abc$
Prisma			$A_T = 2A_B + A_L$	$V = A_B \cdot H$
Cilindro			$A_B = \pi R^2$ $A_L = 2\pi RH$ $A_T = 2A_B + A_L$	
Pirámide			$A_T = A_B + A_L$	$V = \frac{1}{3} A_B \cdot H$
Cono			$A_B = \pi R^2$ $A_L = \pi RG$ $A_T = A_B + A_L$	
Tronco de pirámide			$A_T = A_{B_1} + A_{B_2} + A_L$	$V = \frac{1}{3}\left(A_{B_1} + A_{B_2} + \right.$ $\left. + \sqrt{A_{B_1} \cdot A_{B_2}}\right) \cdot H$
Tronco de cono			$A_{B_1} = \pi R^2$ $A_{B_2} = \pi r^2$ $A_L = \pi(R + r)\, G$ $A_T = A_{B_1} + A_{B_2} + A_L$	
Esfera		Non ten desenvolvemento plano	$A = 4\pi R^2$	$V = \frac{4}{3}\pi R^3$

Exercicios e problemas

1. Unidades de volume

20 Completa:

a) $15\ dm^3 = \dots\ cm^3$

b) $0,05\ dam^3 = \dots\ m^3$

c) $250\ dm^3 = \dots\ m^3$

d) $32\,500\,000\ cm^3 = \dots\ dam^3$

21 Expresa en metros cúbicos as seguintes cantidades:

a) $1300\ dm^3$ b) $6\ hm^3$

c) $0,005\ km^3$ d) $400\,000\ cm^3$

22 Expresa en litros as seguintes cantidades:

a) $1,5\ m^3$ b) $0,04\ dam^3$

c) $25\ dm^3$ d) $750\ cm^3$

23 Fai o debuxo e calcula a área e o volume dun tetraedro de 5 cm de aresta. Redondea o resultado a dous decimais.

24 Fai o debuxo e calcula a área e o volume dun cubo de 4 m de aresta.

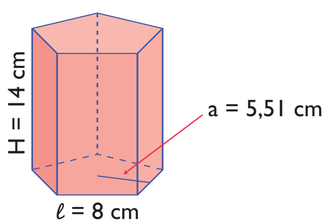
25 Fai o debuxo e calcula a área e o volume dun octaedro de 6 dm de aresta. Redondea o resultado a dous decimais.

2. Área e volume do ortoedro, o prisma e o cilindro

26 Fai o debuxo e atopa a área e o volume dun ortoedro cuxas dimensións son 5 m, 3,5 m e 4 m.

27 Fai o debuxo e calcula a área e o volume dun prisma hexagonal no que a aresta da base mide 5 cm, e a altura do prisma, 8 cm. Redondea o resultado a dous decimais.

28 Calcula a área e o volume dun prisma pentagonal no que a aresta da base mide 8 cm, o apotema da base mide 5,51 cm e a altura do prisma mide 14 cm. Redondea o resultado a dous decimais.



29 Fai o debuxo e calcula a área e o volume dun cilindro recto cuxa base ten 3 cm de radio e cuxa altura mide 6 cm. Redondea o resultado a dous decimais.

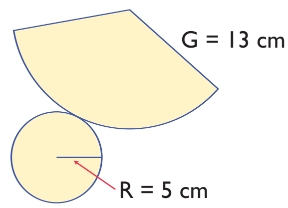
3. Área e volume da pirámide, o cono e a esfera

30 Fai o debuxo e calcula a área e o volume dunha pirámide cuadrangular na que a aresta da base mide 10 cm e a altura da pirámide mide 12 cm.

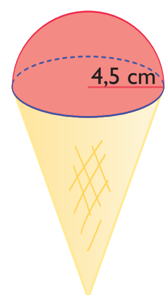
31 Fai o debuxo e calcula a área e o volume dunha pirámide hexagonal na que a aresta da base mide 6 m e a altura da pirámide mide 10 m.

32 Fai o debuxo e atopa a área e o volume dun cono recto de 6 m de radio da base e 8 m de altura.

33 Calcula a área e o volume dun cono cuxo desenvolvemento plano é o seguinte:



34 Calcula canto custa o xeado da figura de abaixo, que é media esfera, se o litro de xeado custa 5 €.



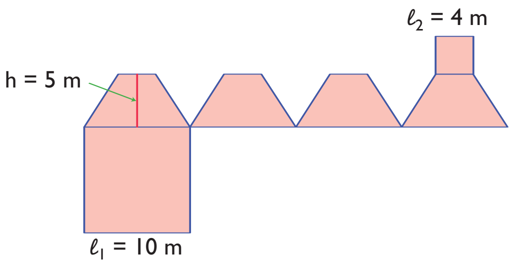
4. Área e volume do tronco de pirámide e do tronco de cono

35 Fai o debuxo e calcula a área e o volume dun tronco de pirámide cuadrangular no que a aresta da base maior mide 18 m, a aresta da base menor mide 8 m e a altura do tronco mide 12 m.

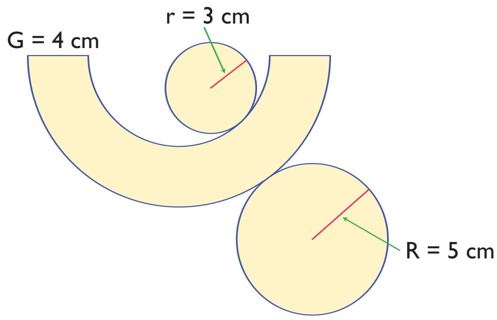
Exercicios e problemas

36 Fai o debuxo e atopa a área e o volume dun tronco de cono de 12 m de altura e no que os radios das bases miden 10 m e 4 m.

37 Calcula a área e o volume do tronco de pirámide de cuxo desenvolvemento plano é o seguinte:



38 Calcula a área e o volume do tronco de cono cuxo desenvolvemento plano é o seguinte:



Para ampliar

39 Encontra a aresta dun octaedro cuxa área é $18\sqrt{3}$ m^2.

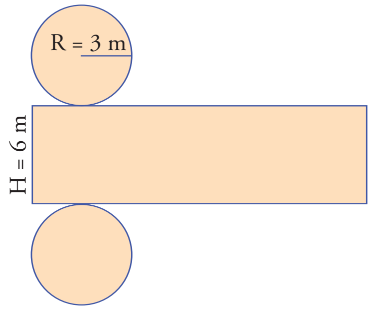
40 Atopa a área dun tetraedro regular no que a suma das súas arestas é 24 cm. Aproxima o resultado a dous decimais.

41 Atopa a aresta dun tetraedro regular cuxa área mide 6,93 m^2. Aproxima o resultado a dous decimais.

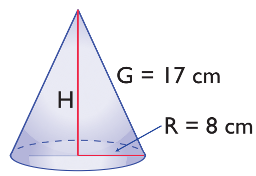
42 Fai o debuxo e calcula a área e o volume dun prisma hexagonal no que a aresta da base mide 8 cm e a altura do prisma mide 24 cm. Aproxima o resultado a dous decimais.

43 Fai o debuxo e calcula o volume dun prisma recto de $\sqrt{3}$ m de altura, que ten por base un triángulo equilátero de 2 m de aresta.

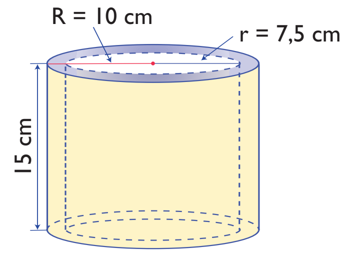
44 Calcula a capacidade en litros dun depósito cuxo desenvolvemento plano é o que se indica na figura seguinte:



45 Calcula a área e o volume do cono da figura seguinte:

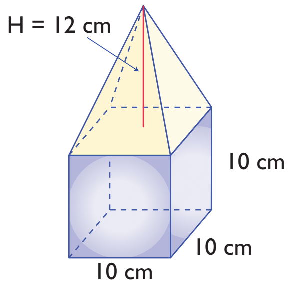


46 Calcula o volume da peza da figura que aparece a continuación:



47 Fai o debuxo e calcula a área e o volume dunha esfera de 3,5 cm de diámetro.

48 Calcula o volume da figura seguinte:



Exercicios e problemas

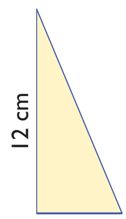
49 Fai o debuxo e calcula a área e o volume dun tronco de pirámide cuadrangular no que a aresta da base maior mide 6 m, a aresta da base menor mide 4 m e a altura do tronco mide 4 m.

50 Fai o debuxo e atopa a área dun tronco de cono de 15 cm de altura no que os radios das bases miden 15 cm e 7 cm.

Problemas

51 Fai o debuxo e calcula a área lateral dun cono de 4 m de altura cuxa base ten unha superficie que mide 9π m^2.

52 Fai o debuxo e calcula a área lateral do cono que se xera ao facer xirar o triángulo rectángulo da figura arredor do cateto maior.



53 As dimensións dun depósito de auga son 9 m × 6 m × 4 m. Debuxa o depósito e calcula cantos litros de auga conterá cando estea completamente cheo.

54 Quérese azulexar un cuarto de baño cuxas dimensións son 3 m, 2 m e 2,50 m. Se se cobra a 24 €/m^2, canto custará azulexar o cuarto de baño?

55 Construíuse unha caixa de madeira sen tapa, con forma de ortoedro, cuxas dimensións exteriores son 10 cm × 5 cm × 8 cm. Se a madeira ten un grosor de 1 cm, cal será a capacidade da caixa?

56 Un depósito de auga, con forma de ortoedro, ten unhas dimensións de 6 m, 5 m e 3,5 m. Se está ao 45% da súa capacidade, cantos litros ten?

57 A tulipa dunha lámpada ten forma de tronco de cono. O radio da base maior mide 15 cm; o radio da base menor, 10 cm; e a súa altura, 12 cm. Se o material co que está construída custa a 12,5 €/m^2, cal será o prezo do material utilizado?

58 Un bote de refresco, con forma de cilindro, contén 33 cl. Calcula o radio da base sabendo que a súa altura é de 11 cm.

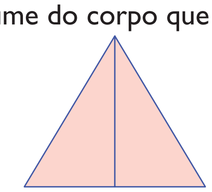
59 O envase dun iogur é un cilindro no que o diámetro da base mide 5 cm, e a altura, 6 cm. Calcula a superficie da etiqueta que rodea completamente a superficie lateral do envase.

60 Quérese facer unha peza de plástico con forma de cono recto, que debe encherse de auga. Se a peza debe ter 12 cm de diámetro da base e 20 cm de altura, cal será o volume desta?

Para profundar

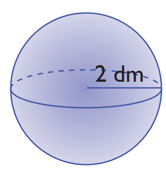
61 A diagonal dun cubo mide 4 m. Calcula a área total do cubo.

62 Calcula a área lateral e o volume do corpo que se xera ao facermos xirar o triángulo equilátero da figura sobre a súa altura.



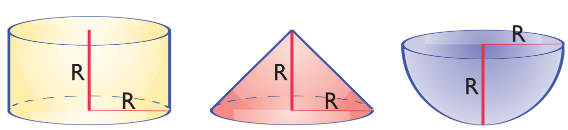
63 Introdúcese unha esfera nun recipiente completamente cheo de auga e derrámanse 36π dm^3 de auga. Calcula o radio da esfera.

64 Calcula o peso da esfera da figura sabendo que é maciza e a súa densidade é de 7,5 kg/dm^3.



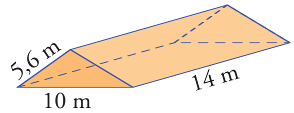
65 Compara os volumes dos tres corpos.

Que relación encontras entre eles?



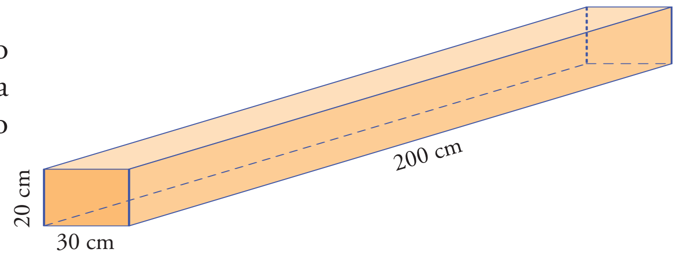
Aplica as túas competencias

66 Quérese poñer tellas nun tellado como o da figura adxunta. Se cada tella cobre aproximadamente 5 dm^2, cantas tellas farán falta para cubrir o tellado?



67 A Xandre recetoulle o médico que tome 10 cm^3 de xarope para a tose tres veces ao día. Se o frasco contén 240 ml, cantos días pode tomar xarope?

68 Unha viga de formigón ten forma de ortoedro de dimensións 200 cm × 30 cm × 20 cm. Se a densidade do formigón é 2,4 kg/dm^3, canto pesará a viga?



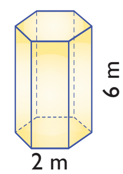
Comproba o que sabes

1 Escribe os múltiplos e submúltiplos do metro cúbico. Pon un exemplo de como se pasa de hectómetro cúbico a metro cúbico.

2 Completa:

a) 17 hm^3 = … litros b) 250 cl = … dm^3 c) 2 000 cm^3 = … litros d) 5 ml = … cm^3

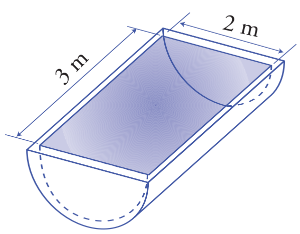
3 Calcula a área e o volume dun prisma hexagonal no que a aresta da base mide 2 m e a altura do prisma mide 6 m. Aproxima o resultado a dous decimais.



4 Fai o debuxo e atopa a área e o volume dunha pirámide cuadrangular cuxa base ten 3 m de aresta e cuxa altura mide 6 m. Aproxima o resultado a dous decimais.

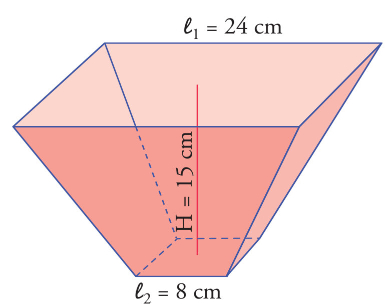
5 Atopa a área e o volume dun tronco de cono no cal o radio da base maior mide 5 m, o radio da base menor, 2 m, e a altura, 4 m. Aproxima o resultado a dous decimais.

6 Cantas garrafas de 5 litros se encherán coa auga do depósito da figura?



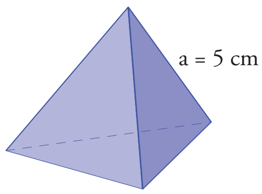
7 Introdúcese unha esfera nun recipiente completamente cheo de auga e derrámanse 36π dm^3 de auga. Calcula o radio da esfera.

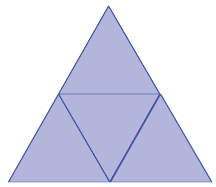
8 Quérese construír un farol de papel con forma de tronco de pirámide e coas caras laterais de cristal. Se a aresta da base maior mide 24 cm, a aresta da base menor mide 8 cm, e a altura mide 15 cm, canto custará o cristal das caras laterais se se cobra a 24 € o metro cadrado?



Paso a paso

69 Calcula a área e o volume dun tetraedro de 5 cm de aresta.





Solución:

a) Introduce:

$$\mathbf{a = 5}$$

b) Introduce:

$$\mathbf{A = a^2 \cdot \sqrt{3.}}$$

O número **3** leva un punto para que dea o resultado como número decimal.

c) Introduce:

$$\mathbf{V = \frac{a^3\sqrt{2.}}{12}}$$

O **2** leva un punto para que dea o resultado como número decimal.

d) Preme **Calcular**.

13. Áreas e volumes
Xiana Outeiro Vilar
Brais Méndez Eiras
Paso a paso

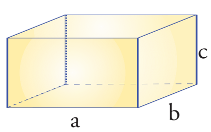
Exercicio 69
Área e volume do tetraedro

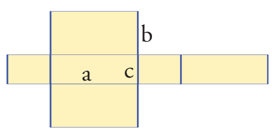
$a = 5 \rightarrow 5$

$A = a^2 \cdot \sqrt{3.} \rightarrow 43.301$

$V = \dfrac{a^3 \cdot \sqrt{2.}}{12} \rightarrow 14.731$

70 Calcula a área e o volume dun ortoedro de 5 cm, 3 cm e 2 cm de arestas.





Solución:

a) Introduce as arestas:

$$\mathbf{a = 5,\ b = 3,\ c = 2}$$

b) Introduce as fórmulas da área e do volume:

$$\mathbf{A = 2(a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)}$$

$$\mathbf{V = a \cdot b \cdot c}$$

c) Preme **Calcular**.

Exercicio 70
Área e volume do ortoedro

$a = 5 \rightarrow 5$

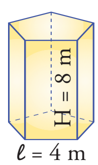
$b = 3 \rightarrow 3$

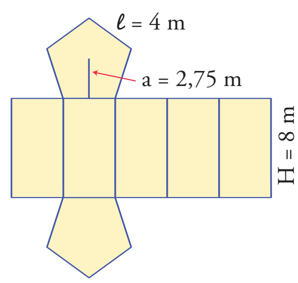
$c = 2 \rightarrow 2$

$A = 2(a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c) \rightarrow 62$

$V = a \cdot b \cdot c \rightarrow 30$

71 Calcula a área e o volume dun prisma pentagonal de 4 m de aresta da base, 2,75 m de apotema da base e 8 m de altura.





Solución:

Exercicio 71
Área e volume do prisma

$n = 5 \rightarrow 5$

$l = 4 \rightarrow 4$

$a = 2.75 \rightarrow 2.75$

$H = 8 \rightarrow 8$

$Abase = \dfrac{n \cdot l \cdot a}{2} \rightarrow 27.5$

$Alateral = 5 \cdot l \cdot H \rightarrow 160$

$Atotal = 2 \cdot Abase + Alateral \rightarrow 215.$

$V = Abase \cdot H \rightarrow 220.$

72 **Internet**. Abre: **www.xerais.es** e elixe **Matemáticas**, **curso** e **tema**.

Así funciona

Cálculo de áreas e volumes

a) Introdúcense os datos independentes.

b) Se é necesario, aplícase o teorema de Pitágoras para atopar datos intermedios.

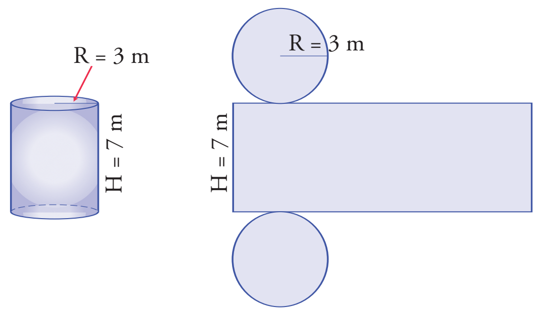
c) Escríbense as fórmulas da área e do volume.

O número π con decimais

En Símbolos, elíxese ≈π.

Practica

73 Atopa a área e o volume dun cilindro recto de 3 m de radio da base e 7 m de altura.



Exercicio 73

Área e volume do cilindro

$R = 3 \rightarrow 3$

$H = 7 \rightarrow 7$

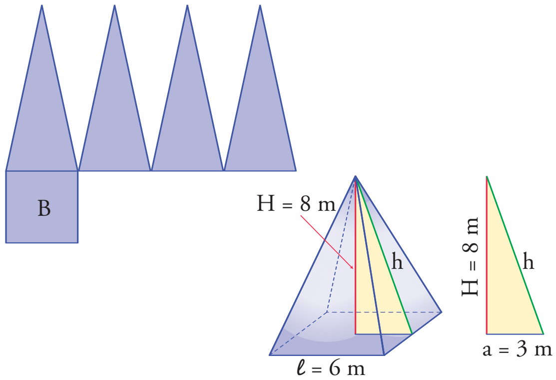
$Abase = pi\_ \cdot R^2 \rightarrow 28.274$

$Alateral = 2 \cdot pi\_ \cdot R \cdot H \rightarrow 131.95$

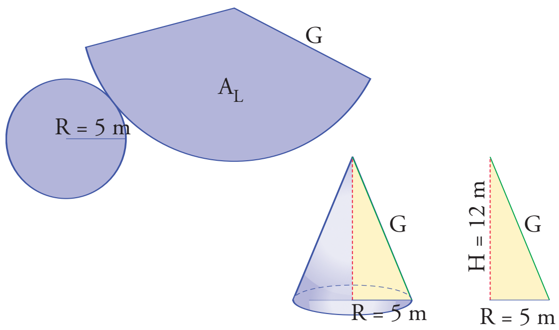
$Atotal = 2 \cdot Abase + Alateral \rightarrow 188.5$

$V = Abase \cdot H \rightarrow 197.92$

74 Atopa a área e o volume dunha pirámide cuadrangular de 6 m de aresta da base e 8 m de altura.



75 Atopa a área e o volume dun cono recto de 5 m de radio da base e 12 m de altura.



Exercicio 75

Área e volume do cono

$R = 5 \rightarrow 5$

$H = 12 \rightarrow 12$

$G = \sqrt{R^2 + H^2} \rightarrow 13$

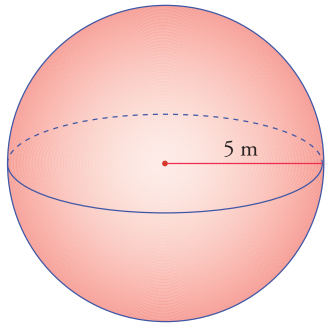
$Abase = pi\_ \cdot R^2 \rightarrow 78.54$

$Alateral = pi\_ \cdot R \cdot G \rightarrow 204.2$

$Atotal = Abase + Alateral \rightarrow 282.74$

$V = \frac{1}{3} Abase \cdot H \rightarrow 314.16$

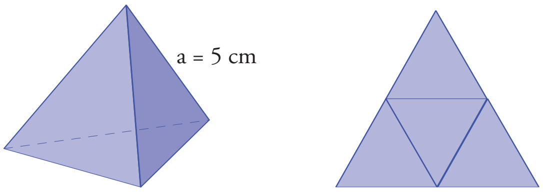
76 Atopa a área e o volume dunha esfera de 3 m de radio.



13. ÁREAS E VOLUMES

Paso a paso

69 Calcula a área e o volume dun tetraedro de 5 cm de aresta.



Solución:

a) Elixe Texto e escribe:

Área e volume do tetraedro

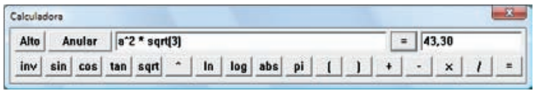
Selecciona o texto e elixe **Opcións/Fonte**… e ponlle cor azul e letra negra.

b) Elixe **Número**, fai *clic* e escribe **5**.

c) Selecciona **Texto** e escribe **a =**.

d) Co **Apuntador** traslada o texto **a =** á parte esquerda do **5**, de maneira que non quede moi preto.

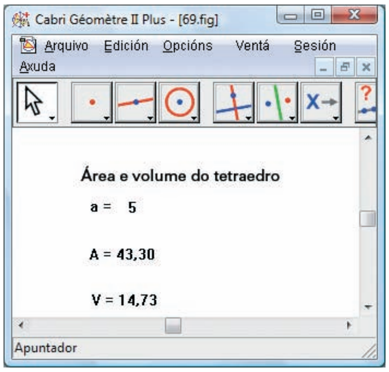
e) Elixe **Calculadora**…, fai *clic* no número **5**. Elévao ao cadrado e multiplica pola raíz cadrada de 3.



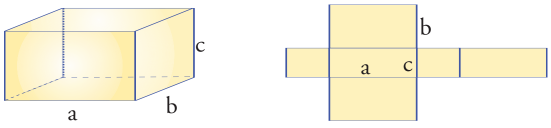
f) Co **Apuntador** *arrastra* o resultado obtido, **43,30**, debaixo do valor **a = 5**.

g) Fai *dobre-clic* sobre o **Resultado** e modifícao por **A =**.

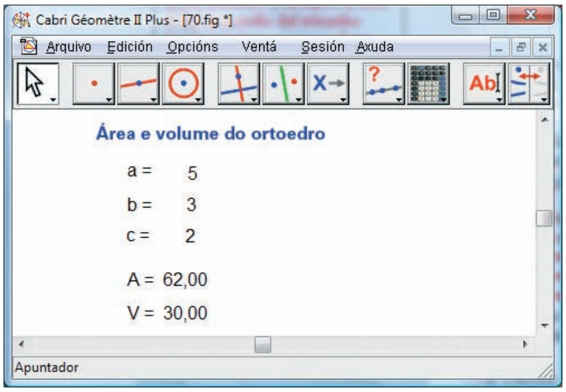
h) Calcula de forma análoga o volume.



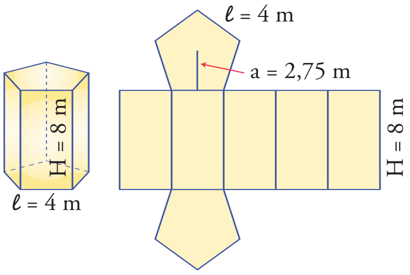
70 Calcula a área e o volume dun ortoedro de 5 cm, 3 cm e 2 cm de arestas.



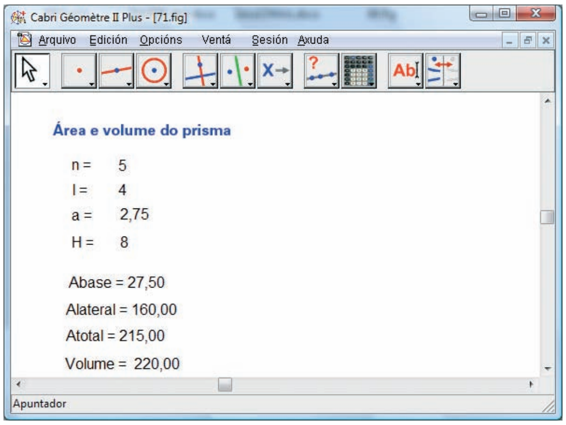
Solución:



71 Calcula a área e o volume dun prisma pentagonal de 4 m de aresta da base, 2,75 m de apotema da base e 8 m de altura.



Solución:



72 **Internet**. Abre: **www.xerais.es** e elixe **Matemáticas**, **curso** e **tema**.

Así funciona

Cálculo de áreas e volumes

a) Introdúcense os datos independentes.

b) Se é necesario, aplícase o teorema de Pitágoras para atopar datos intermedios.

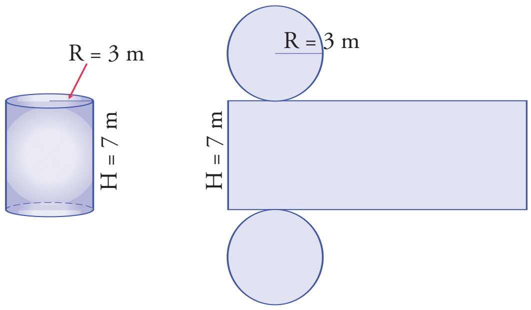
c) Escríbense as fórmulas da área e do volume.

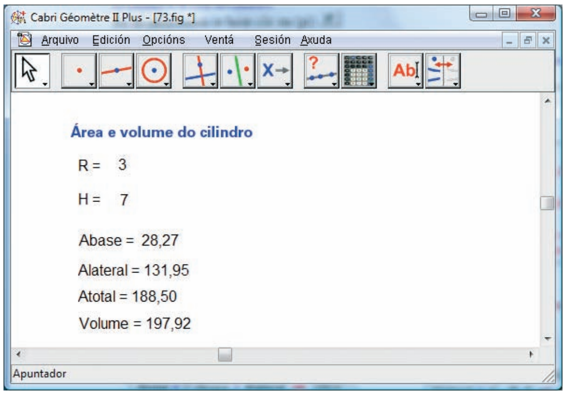
O número π con decimais

Na calculadora, faise *clic* en **pi**.

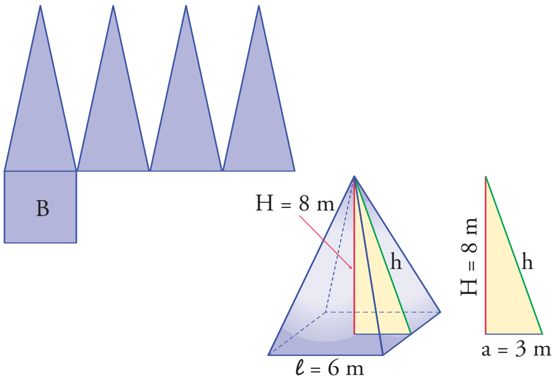
Practica

73 Atopa a área e o volume dun cilindro recto de 3 m de radio da base e 7 m de altura.

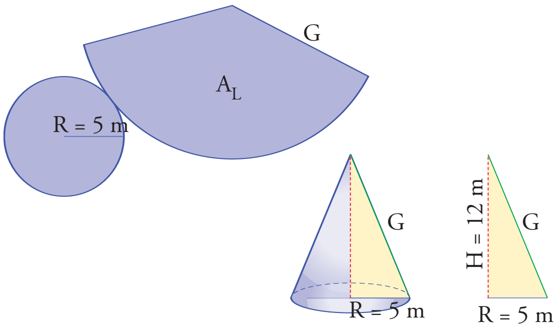


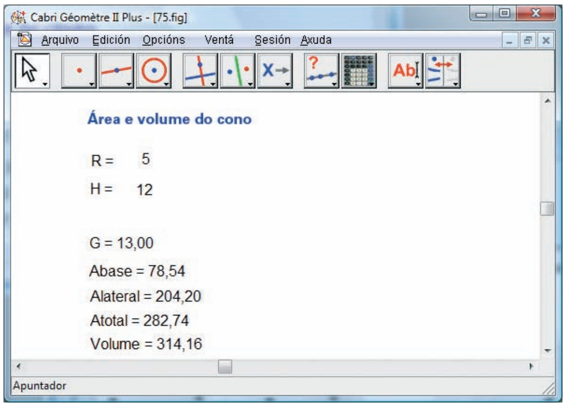


74 Atopa a área e o volume dunha pirámide cuadrangular de 6 m de aresta da base e 8 m de altura.

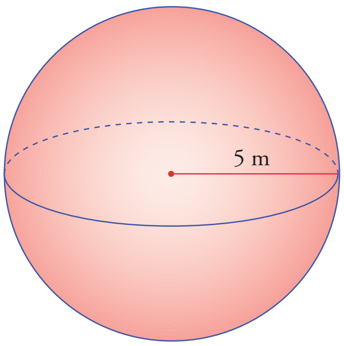


75 Atopa a área e o volume dun cono recto de 5 m de radio da base e 12 m de altura.



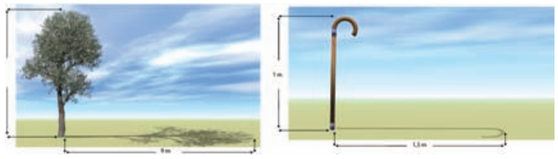


76 Atopa a área e o volume dunha esfera de 3 m de radio.



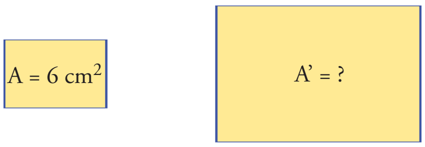
Bloque 4: Xeometría

1 Un bastón de 1 m ten unha sombra de 1,5 m. Se a sombra dunha árbore é de 9 m, cal será a altura da árbore?



a) 13,5 m b) 6 m
c) 8,5 m d) 4,5 m

2 Os rectángulos seguintes son semellantes e a razón de semellanza é 2. Cal será a área do rectángulo maior?



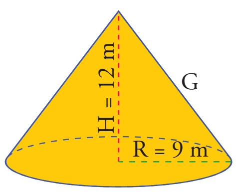
a) 12 cm^2 b) 8 cm^2
c) 24 cm^2 d) 10 cm^2

3 A maqueta do coche da imaxe mide de longo 3 cm e está feita a escala 1:150. Cal é a lonxitude real do coche?

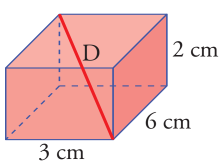
a) 5 m b) 3 m c) 4 m d) 4,5 m

4 Canto mide a xeratriz do cono do debuxo?

a) 21 m b) 15 m
c) $\sqrt{63}$ m d) $\sqrt{21}$ m

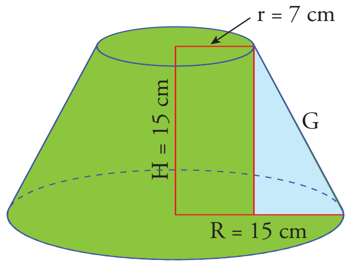


5 Canto mide a diagonal do ortoedro da figura que aparece a continuación?



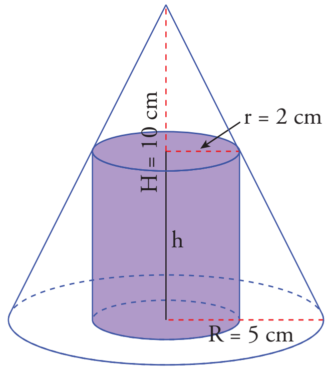
a) 11 cm b) 7 cm
c) $\sqrt{11}$ cm d) $\sqrt{40}$ cm

6 Canto mide a xeratriz do tronco de cono da figura?



a) 17 cm b) 15 cm
c) $\sqrt{63}$ cm d) $\sqrt{161}$ cm

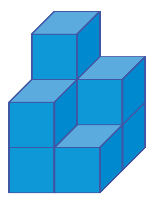
7 Canto mide a altura **h** do cilindro?



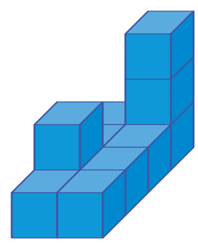
a) 4,5 cm b) 4 cm
c) 25 cm d) 6 cm

8 Cal das seguintes figuras ten maior volume?

a)



b)



9 O volume dunha esfera de 3 cm de radio é:

a) 37,68 cm^3 b) 84,78 cm^3
c) 113,1 cm^3 d) 28,26 cm^3

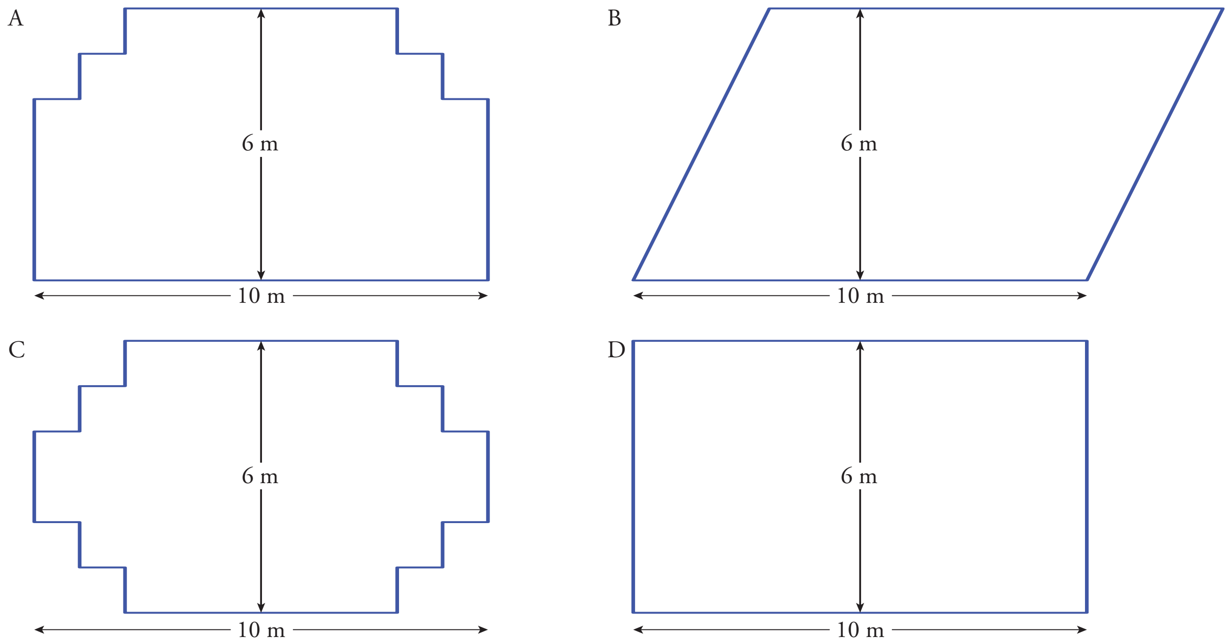
10 O volume dunha pirámide cuadrangular de 2 cm de aresta da base e 9 cm de altura é:

a) 12 cm^3 b) 18 cm^3
c) 36 cm^3 d) 324 cm^3

Resolve os seguintes exercicios

11 Carpinteiro

Un carpinteiro ten 32 metros de madeira e quere construír un pequeno valo arredor dun parterre (xardín pequeno). Está considerando os seguintes deseños para o parterre:

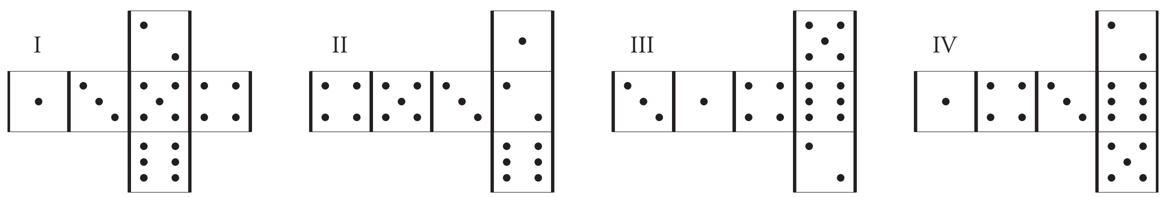


Rodea cun círculo **Si** ou **Non** para indicar se, para cada deseño, se pode ou non se pode construír o parterre cos 32 metros de madeira.

Deseño do parterre	Pódese construír o parterre?
A	Si / Non
B	Si / Non
C	Si / Non
D	Si / Non

12 Dados

No seguinte debuxo amósanse catro desenvolvementos dun dado. Cal das seguintes figuras cumpre coa regra de que a suma das caras opostas sexa 7? Para cada figura rodea cun círculo **Si** ou **Non** na táboa de abaixo.



Forma	Cumpre a regra de que a suma das caras opostas é 7?
I	Si / Non
II	Si / Non
III	Si / Non
IV	Si / Non