6

Semellanza

Obxectivos

Nesta quincena aprenderás a:

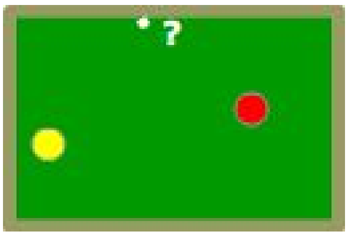
- Recoñecer e debuxar figuras semellantes.
- Aplicar os criterios de semellanza de triángulos.
- Demostrar e utilizar os teoremas do cateto e da altura.
- Aplicar o teorema de Pitágoras xeneralizado.
- Calcular áreas e volumes dunha figura a partir doutra semellante a ela.
- Calcular distancias en planos e mapas.
- Utilizar o teorema de Tales e a semellanza para resolver problemas de medidas.

Antes de empezar

Investiga xogando

Como facer carambola a unha banda?

Se xogaches ao billar, saberás que facer carambola a unha banda significa que a bóla lanzada debe dar unha vez no marco da mesa antes de facer carambola. É suficiente aplicar a semellanza para conseguilo, como?



Cara a onde debemos dirixir a bóla amarela para que despois de rebotar na banda vaia á bóla vermella?

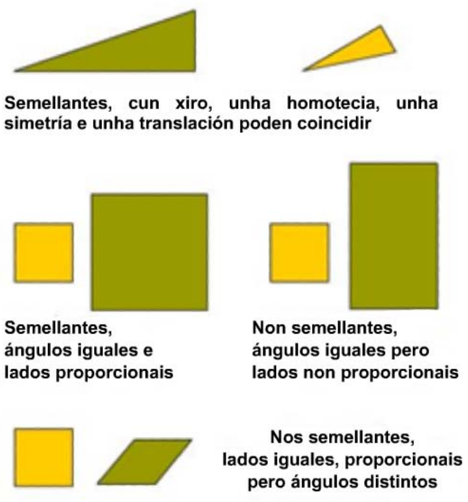
Lembra

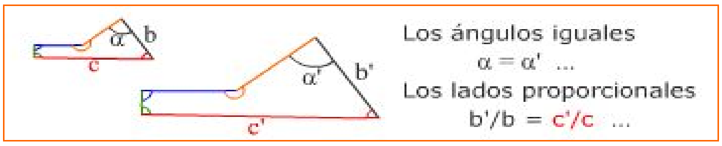
Antes de seguir adiante convenche comprobar que lembras algo a proporcionalidade directa e algunhas propiedades básicas dous triángulos.

1. Figuras semellantes

As figuras semellantes son as que mediante o zoom (homotecias) e movementos (xiros, translacións e simetrías) poden coincidir.

Un polígono está determinado polos seus lados e ángulos, polo tanto para que dous polígonos sexan semellantes abonda con que os **lados homólogos sexan proporcionais** (co zoom multiplícanse todos os lados polo mesmo número) e **os seus ángulos iguais** (as homotecias, os xiros, as translacións e simetrías non modifican os ángulos das figuras).





Teorema de Tales

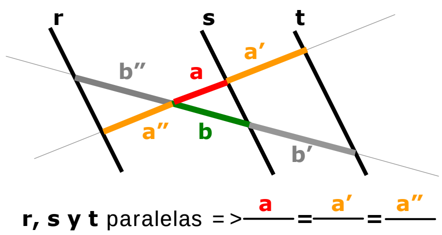
Para que dous polígonos sexan semellantes hanse de cumprir dúas condicións

1. Ángulos iguais
2. Lados proporcionais

Pero nos triángulos abonda con que se dea unha condición.

O Teorema de Tales, demostra que en **triángulos**

Ángulos iguais ⇒ Lados proporcionais



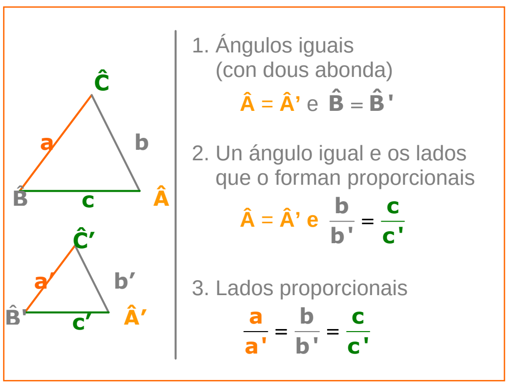
O Teorema afirma que se dúas rectas se cortan por paralelas, os segmentos que estas paralelas definen nas rectas gardan a mesma proporción.

Tamén se cumpre o recíproco do Teorema de Tales,

Segmentos proporcionais ⇒ paralelas.

Triángulos semellantes. Criterios

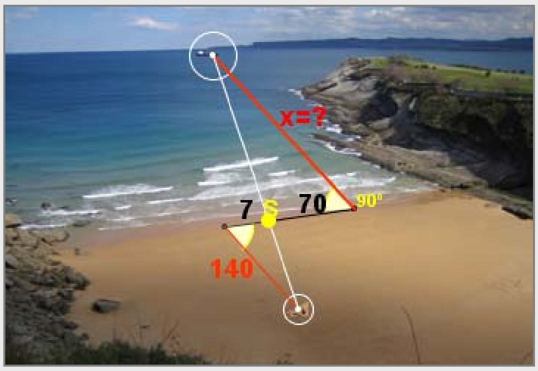
Dous triángulos son semellantes se cumpren algún dos criterios da dereita, chamados criterios de semellanza



EXERCICIOS resoltos

1. Para calcular a distancia dende a praia a un barco tomáronse as medidas da figura. Calcula a distancia ao barco.

$$\frac{x}{140} = \frac{70}{7} \Rightarrow x = \frac{70 \cdot 140}{7} = 1400\,\text{m}$$



2. Aplica o Teorema de Tales para calcular as medidas de x, y, z.

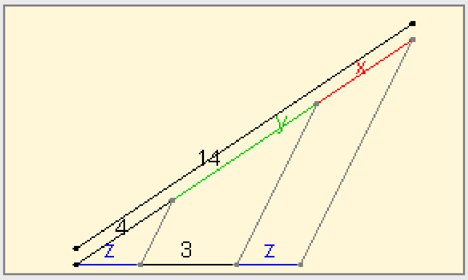
Calculamos x: $\frac{x}{z} = \frac{4}{z} \Rightarrow x = 4$

Achamos y: $4 + y + x = 14$

Como $x = 4$ resulta $y = 6$

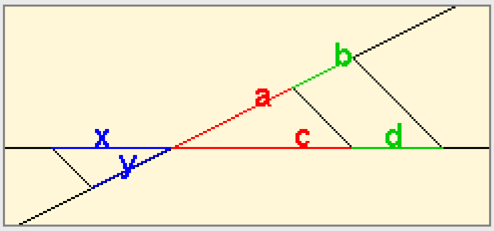
E aplicando de novo o Teorema de Tales:

$$\frac{z}{4} = \frac{3}{y} \Rightarrow z = 2$$

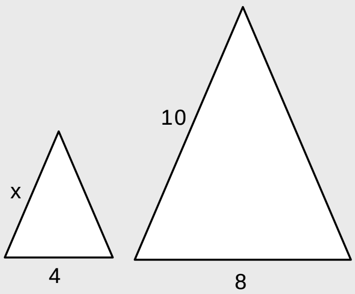


3. Observa as proporcións que se deducen do T. de Tales na seguinte figura:

Certas	Non teñen por qué ser certas
$y \cdot c = x \cdot a$	$y \cdot a = x \cdot c$
$\frac{a-y}{c-x} = \frac{b}{d}$	$\frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{d}$
$\frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$	$a = \frac{b}{d}$
$\frac{b}{d} = \frac{a}{c}$	$\frac{b}{d} = \frac{c}{a}$
$\frac{b}{d} = \frac{y}{x}$	$\frac{b}{d} = \frac{x}{y}$



4. Os triángulos da figura son semellantes, acha a medida do lado x

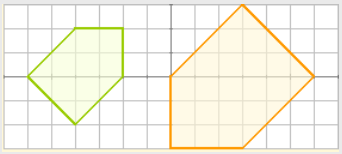


$$\frac{x}{4} = \frac{10}{8} \Rightarrow x = 5$$

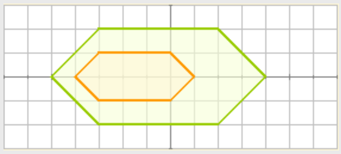
EXERCICIOS resoltos (continuación)

5. Contesta razoadamente:

a) Son semellantes?



Si, posto que os lados están en proporción 2/3 e os ángulos son iguais.



Non, os ángulos son iguais pero os lados non son proporcionais.

Non, os ángulos non son iguais.

b) Un triángulo cun ángulo de 30º e outro de 40º, é forzosamente semellante a un triángulo cun ángulo de 30º e outro de 110º?

Si, se os ángulos dun triángulo suman 180º, conclúese que os ángulos dos dous triángulos son iguais e polo criterio 1, son semellantes.

c) Un triángulo de lados 3, 6 e 7 cm, é semellante a outro cuxos lados miden 9, 36 e 49 cm?

Non, xa que os lados non son proporcionais.

d) Un cuadrilátero de lados 3, 4, 5 e 6 cm é necesariamente semellante a outro de lados 6, 8, 10 e 12 cm?

Non, pois aínda que os lados son proporcionais, en polígonos de máis de tres lados isto non abonda para que aconteza a semellanza, han de ser ademais os ángulos iguais.

e) Dous triángulos que teñen un ángulo de 20º e os lados que os forman nun miden 6 e 15 cm, noutro, 4 e 10 cm Son semellantes?

Si, polo segundo criterio, xa que a proporción entre os lados que forman o ángulo igual é en ambos casos 2/5.

f) Dous polígonos regulares co mesmo número de lados, son semellantes?

Si, os ángulos son iguais, (nº de lados-2)180º/nº de lados, e os lados, proporcionais.

g) Os lados de dous triángulos miden 3, 6 e 7cm, nun, e $\sqrt{18}$, $\frac{12}{\sqrt{2}}$ e $7\sqrt{2}$ noutro.

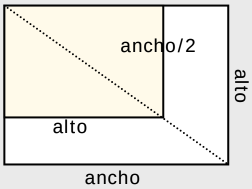
Son semellantes?

Si, pois os lados son proporcionais: $\sqrt{18} = 3 \cdot \sqrt{2}$; $\frac{12}{\sqrt{2}} = \frac{6 \cdot \sqrt{2} \cdot \cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{\sqrt{2}}}$

e en triángulos abonda con esta condición (criterio 3)

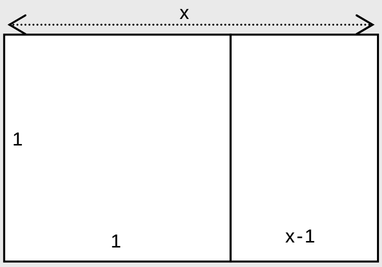
EXERCICIOS resoltos (continuación)

6. Ao cortar á metade unha folla DIN-A, obtense unha semellante. Deduce a partir disto a proporción entre o ancho e o alto nestas follas.



$$\frac{\text{alto}}{\frac{\text{ancho}}{2}} = \frac{\text{ancho}}{\text{alto}} \Rightarrow 2 = \left(\frac{\text{ancho}}{\text{alto}}\right)^2 \Rightarrow \frac{\text{ancho}}{\text{alto}} = \sqrt{2}$$

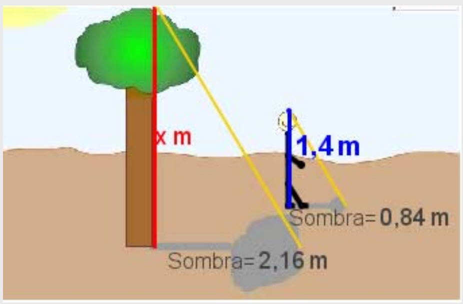
7. O rectángulo áureo que aparece no Partenón e na Gioconda, caracterízase, porque ao cortarlle o cadrado de lado o seu lado menor, obtense outro rectángulo semellante. Calcula a proporción entre as súas lonxitudes.



$$\frac{x}{1} = \frac{1}{x-1} \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

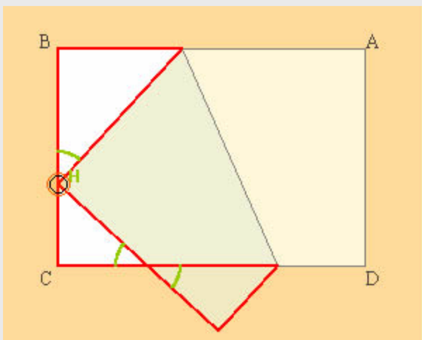
razón áurea: $\Phi \approx 1{,}62$

8. Acha a altura da árbore



$$\frac{x}{2{,}16} = \frac{1{,}4}{0{,}84} \Rightarrow x = 2{,}16 \cdot \frac{1{,}4}{0{,}84} = 3{,}6$$

9. Ao dobrar un rectángulo, como indica a figura, obtéñense tres triángulos semellantes, por que son semellantes?

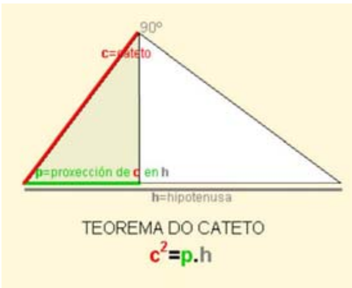


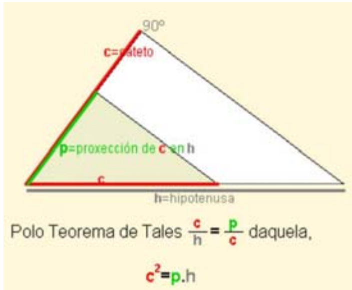
Son semellantes porque os ángulos son iguais, xa que os tres son triángulos rectángulos, dous dos triángulos teñen outro ángulo igual porque son opostos polo vértice. E H é igual porque ao engadirlle 90º coa esquina que se dobra, dános o complementario do ángulo marcado nos outros triángulos.

2. Triángulos rectángulos. Teoremas

Teorema do cateto

Nun triángulo rectángulo, o cadrado do cateto é igual ao producto da hipotenusa pola proxección do cateto sobre ela. Isto séguese da semellanza entre o triángulo total e o que definen o cateto e a súa proxección na hipotenusa.





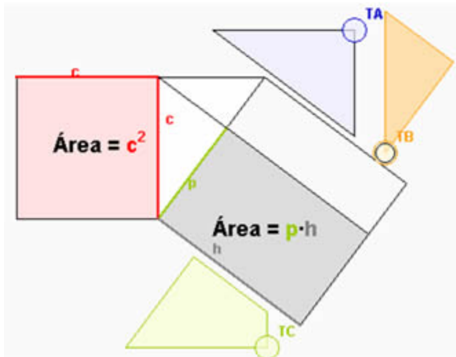
✓ Voltéase o triángulo e xírase para poñelos en posición do Teorema de Tales.

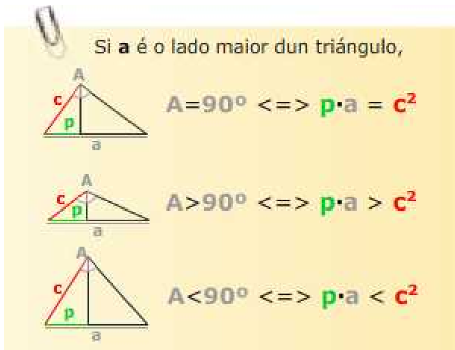
$$\frac{c}{h}=\frac{p}{c} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mathbf{c^2 = p\cdot h}}$$

O Teorema pódese xeneralizar a triángulos acutángulos e obtusángulos, comparando os triángulos correspondentes.

Crebacabezas do teorema do cateto

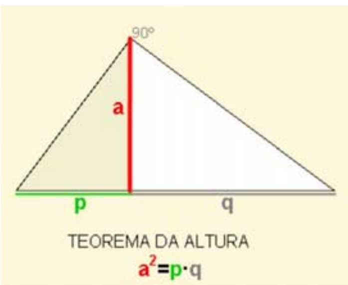
Recortando as tres pezas "T_" pódese completar con elas o cadrado ou o rectángulo, comprobando que as dúas áreas son iguais e polo tanto o teorema.

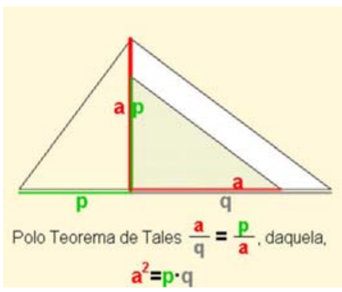




Teorema da altura

Nun triángulo rectángulo o cadrado da altura que descansa sobre a hipotenusa é igual ao producto das proxeccións dos catetos sobre a hipotenusa.

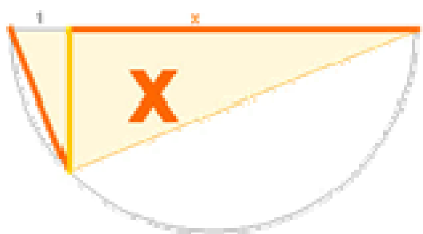




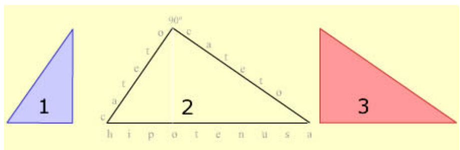
✓ Xírase o triángulo para poñelos en posición de Tales. Entón polo citado Teorema:

$$\frac{a}{q}=\frac{p}{a} \quad \text{e polo tanto } \mathbf{a^2=p\cdot q}$$

A altura do triángulo é $\sqrt{x}$

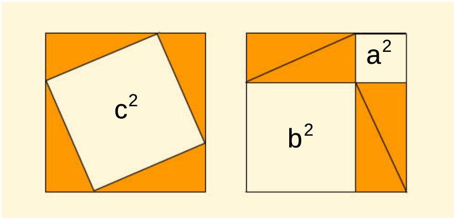


Lembra

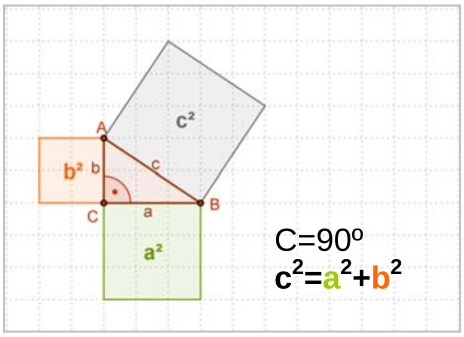


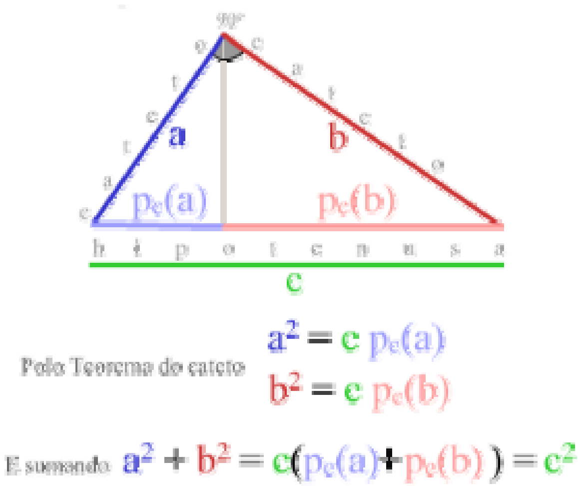
Tres triángulos semellantes.
Comparando 1 e 2 => T. do cateto
Comparando 1 e 3 => T. da altura

Teorema de Pitágoras xeneralizado

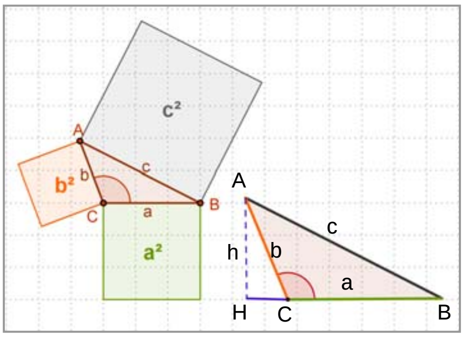


Teorema de Pitágoras. $\hat{C} = 90º \Rightarrow c^2 = a^2 + b^2$





O Teorema xeneralízase a triángulos obtusángulos e acutángulos:



✓ Se **C>90º** entón $\mathbf{c^2 > a^2+b^2}$

$$\mathbf{c^2 = a^2+b^2+2\cdot a\cdot p_a}$$

Demostración

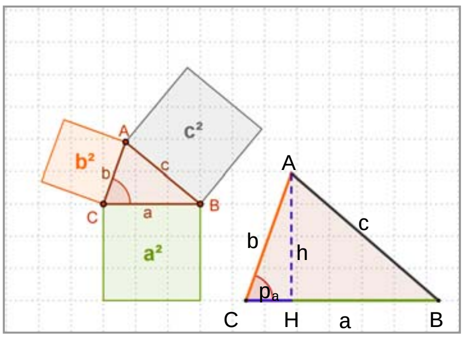
Trazando a altura fórmanse dous triángulos rectángulos, AHB e AHC, nos que aplicar o Teorema de Pitágoras.

No triángulo rectángulo maior: $c^2 = (a+p_a)^2+h^2$

No triángulo rectángulo menor: $b^2 = p_a{}^2+h^2$

Restando as dúas igualdades: $c^2 - b^2 = a^2+2p_a\cdot a$

E despexando: $c^2 = a^2+b^2+2\cdot a\cdot p_a$



✓ Se **C<90º** entón $\mathbf{c^2 < a^2+b^2}$

$$\mathbf{c^2 = a^2+b^2 - 2\cdot a\cdot p_a}$$

Demostración

Trazando a altura fórmanse dous triángulos rectángulos, AHB e AHC, nos que aplicar o Teorema de Pitágoras.

No triángulo rectángulo maior: $c^2 = (a - p_a)^2+h^2$

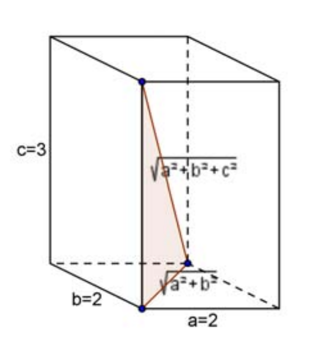
No triángulo rectángulo menor: $b^2 = p_a{}^2+h^2$

Restando as dúas igualdades: $c^2 - b^2 = a^2-2p_a\cdot a$

E despexando: $c^2 = a^2+b^2-2\cdot a\cdot p_a$

EXERCICIOS resoltos

10. Calcula a diagonal dun ortoedro con oito arestas de 2 dm e o resto de 3 dm.



A diagonal do ortoedro, a diagonal da base e a altura forman un triángulo rectángulo.
A diagonal da base calcúlase polo Teorema de Pitágoras:

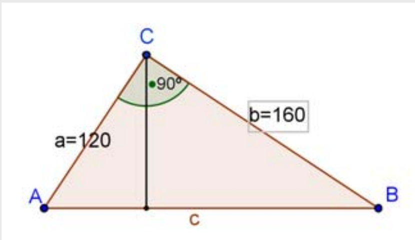
$$\sqrt{2^2+2^2}$$

e volvendo aplicar o teorema ao triángulo mencionado, conclúese que a diagonal é $\sqrt{2^2+2^2+3^2}=\sqrt{17}\approx 4{,}12$

11. Decide se é rectángulo, obtusángulo o acutángulo o triángulo de lados 3 cm, 6 cm e 8 cm.

Hai que decidir se o ángulo maior do triángulo é obtuso, recto o agudo. Aplícase o teorema xeneralizado de Pitágoras e compárase $8^2=64$ co $3^2+6^2=9+36=45$.
Como 64 é maior que 45, conclúese que o triángulo é obtusángulo.

12. No triángulo da figura calcula a hipotenusa, as proxeccións dos catetos e a altura.



Aplicando o *Teorema de Pitágoras*:

$$\text{Hipotenusa}=\sqrt{120^2+160^2}=200$$

Aplicando o *Teorema do Cateto*:

$p_c(a)=120^2/200=72$ e $p_c(b)=200-72=128$

Co *Teorema da Altura*:

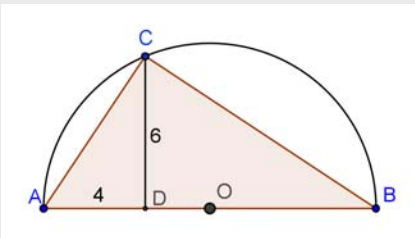
$$\text{alt}=\sqrt{72\cdot 128}=96$$

13. Compro ba que se M, N (M>N) son dous valores enteiros (M^2-N^2, 2MN, M^2+N^2) é unha terna pitagórica.

Tomamos p.e. M=3, N=2 e substituímos $M^2-N^2=5$, $2MN=12$, $M^2+N^2=13$
Agora comprobamos que é pitagórica: $5^2+12^2=169=13^2$

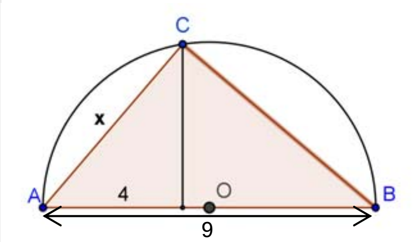
Outras ternas pitagóricas que podes comprobar: 3, 4, 5 ; 7, 24, 25 ; 8, 15, 17 ; etc

14. Calcula o radio da semicircunferencia da figura.



Aplicando o Teorema da altura, $6^2=4\cdot p \Rightarrow p=9$
Logo o diámetro = 9+4=13
e o radio = 6,5

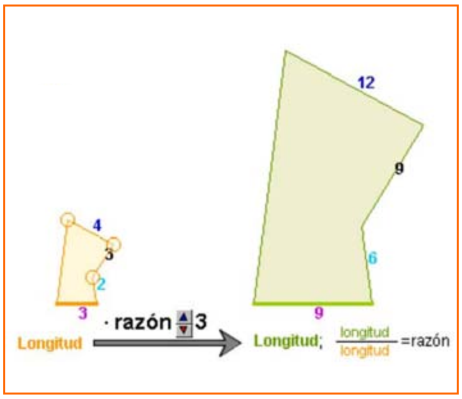
15. Calcula a medida do cateto x na figura.



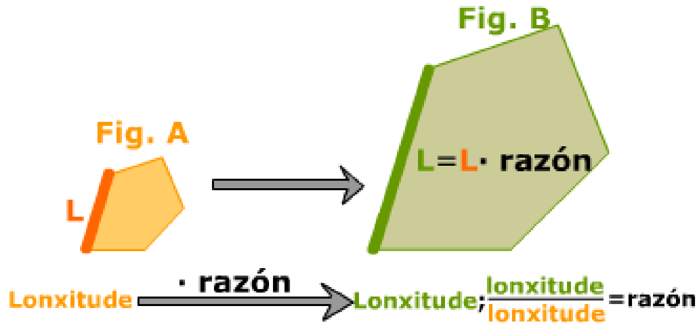
Polo Teorema do cateto,
x^2= diámetro·4=9·4=36
Polo tanto x=6

3. Razón de semellanza

Lonxitudes



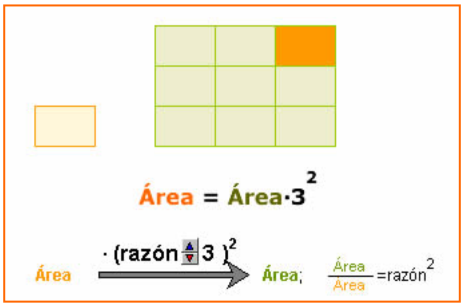
Se dúas figuras A e B son semellantes, chámase razón de semellanza da figura B sobre A ao cociente entre a lonxitude dun segmento da figura B e a do seu homólogo na figura A.

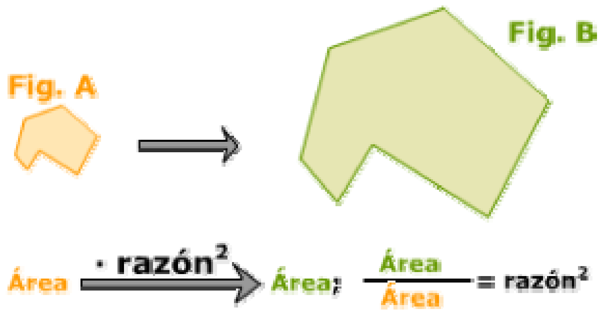


A razón de semellanza define a homotecia que transforma a figura A na B.

Áreas

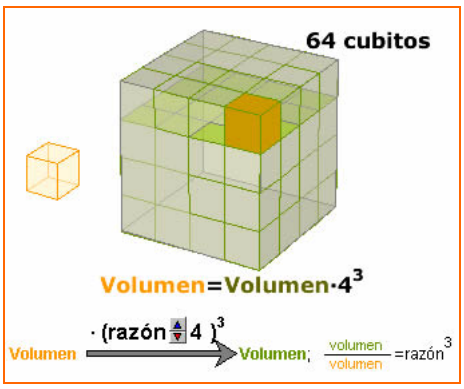
Se dúas figuras A e B son semellantes, o cociente entre a área de B e a área de A é o cadrado da razón de semellanza da figura B sobre a A.

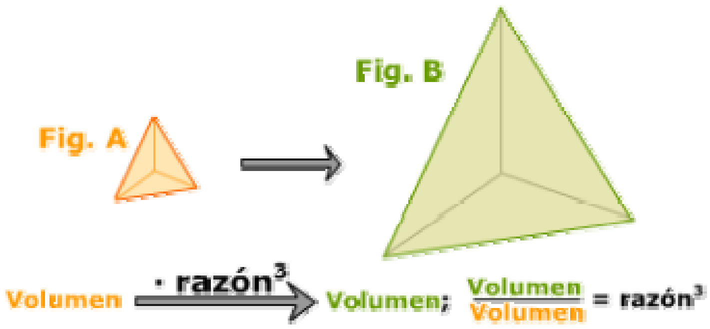




Volumes

Se dúas figuras A e B son semellantes, o cociente entre o volume de B e o de A é o cubo da razón de semellanza da figura B sobre a A.



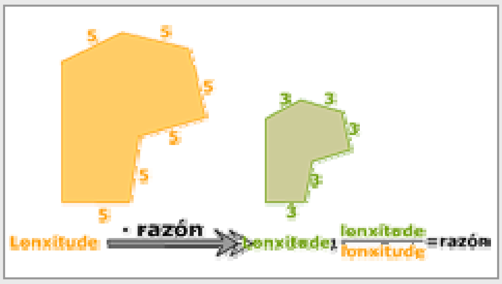


EXERCICIOS resoltos

16. Cal é a razón dunha semellanza que converte un segmento de lonxitude 5 m noutro de lonxitude 3 m?

A razón de semellanza é o cociente entre lonxitudes homólogas.

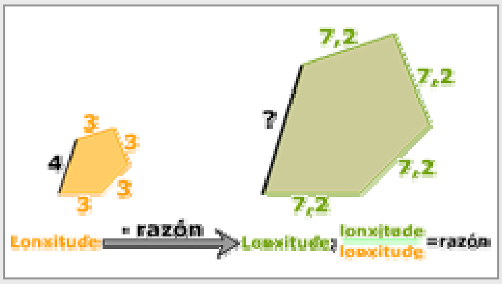
Razón = 3/5=0,6



17. Calcula a lonxitude do segmento homólogo ao de 4 m, sabendo que ao aplicar a semellanza desa mesma razón, un segmento de 3 m transfórmase nun de 7,2 m.

Razón =7,2/3=2,4

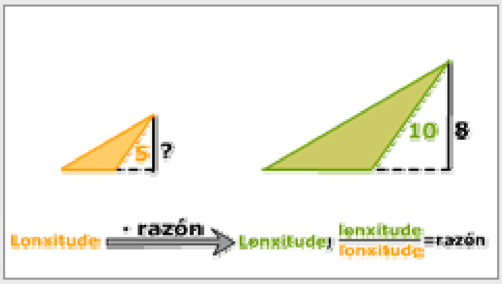
x=4·razón=4·2,4=9,6 m



18. Nunha semellanza un segmento de 5m transfórmase noutro de 10m. Na figura transformada hai un segmento de lonxitude 8m. Cal é a lonxitude do segmento do que provén?

Razón =10/5=2

x·razón=8 => x·2=8; x= 4

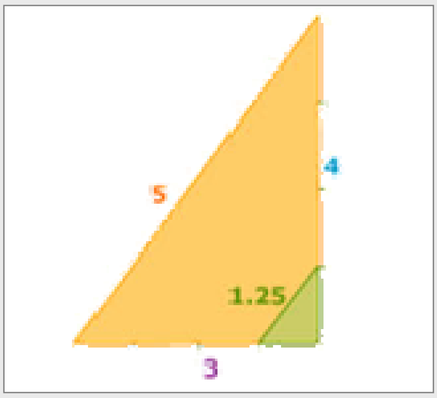


19. Debuxa no teu caderno un triángulo rectángulo de catetos 3 e 4 cm e aplícalle unha semellanza de razón ¼ para obter outro semellante. Calcula a lonxitude da hipotenusa en cada triángulo.

Polo T. de Pitágoras:

$$\text{hipotenusa} = \sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{25} = 5$$

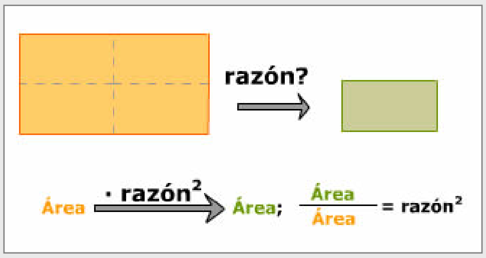
Se aplicamos a semellanza de razón 1/4, hipotenusa=5·1/4=1,25



EXERCICIOS resoltos

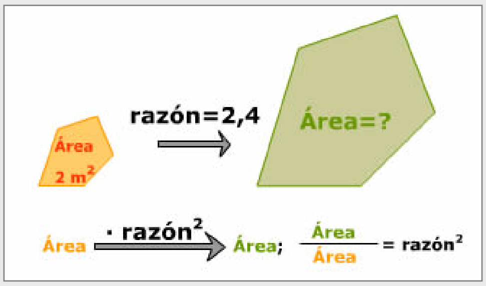
20. Cal é a razón dunha semellanza que converte unha figura noutra de área a cuarta parte?

$$razón^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow razón = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$



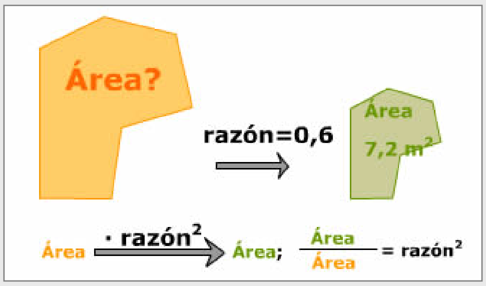
21. Cal é a área dunha figura que se obtén ao aplicar a outra de área 2 m^2, unha semellanza de razón 2,4?

Área = 2 m^2 · razón^2 = 2·2,4^2 = 11,52 m^2



22. Nunha semellanza de razón 0,6 obtense unha figura de área 7,2 m^2, cal é a área da figura inicial?

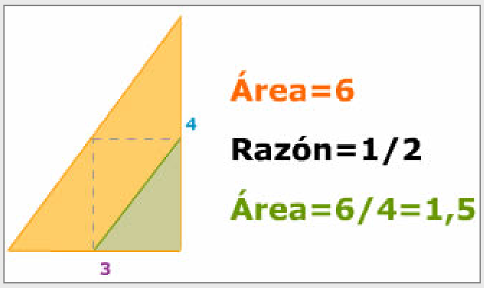
$$Área = \frac{7{,}2\ m^2}{0{,}6^2} = 20\ m^2$$



23. Debuxa no teu caderno un triángulo rectángulo de catetos 3 e 4 cm e outro semellante pero de área a cuarta parte.

Se a área é a cuarta parte, a razón de semellanza que aplicaremos será:

$$\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$



24. O volume dunha casa é de 1200 m^3 e nunha maqueta devandita casa ocupa 150 dm^3. Cal é a escala da maqueta?

O cociente dos volumes é o cubo da razón, $r^3 = \frac{150\ dm^3}{1200\ m^3}$

Pasando o denominador a dm^3 e simplificando queda: $r = \sqrt[3]{\frac{1}{8000}} = \frac{1}{20}$

4. Aplicacións

Escalas

Os mapas ou planos de vivendas adoitan indicar a escala deste xeito:

1:2500000 nalgún mapa de estradas

o 1:250 no plano dunha vivenda.

Para saber aplicar as escalas a lonxitudes áreas e volumes só hai que recordar las seguintes fórmulas:

Escala=1:l

l = Distancia real /Distancia en plano

l^2= Área real /Área no plano

l^3= Volume real/Volume en maqueta

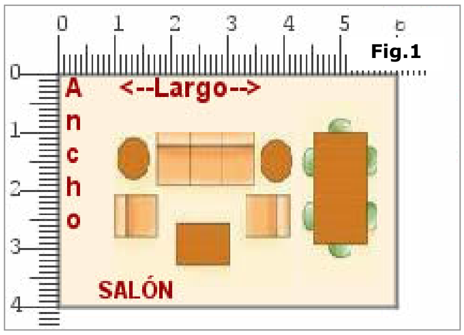


Fig.1

1) Calcular a escala do plano da figura 1

$$\frac{\text{Dis tan cia real}}{\text{Dis tan cia plano}} = \frac{6844\,\text{cm}}{3{,}2\text{ cm}} = 2139$$

Escala= 1:2139

2) a escala é 1:120, cal é a superficie real do salón da casa?

$6\cdot 4\cdot 120^2 = 345600\ \text{cm}^2 = 34{,}56\ \text{m}^2$

Fig.2

3) o volume real dunha das torres é 139650 m^3 se a escala é 1:700, cal é o volume da maqueta?

Volume da maqueta: $\frac{139650}{700^3} = 407{,}14\ \text{cm}^3$

Distancias inaccesibles

Como xa fixo Tales ao calcular a altura da pirámide medindo a súa sombra, podemos aplicar a semellanza ao cálculo de distancias inaccesibles.

Anteriormente xa vimos como calcular a distancia a un barco ou a un punto inaccesible.

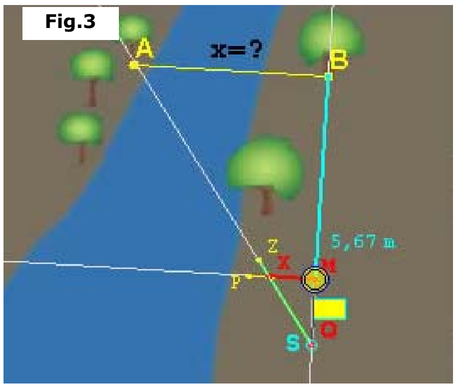


Fig.3

4) *Deséxase calcular a distancia entre os puntos A e B, para iso tomaronse as medidas da figura: QM=1 m, XM=0,69 m e QB=5,67 m*

Aplicando o teorema de Tales: $\frac{x}{QB} = \frac{XM}{QM}$

Co que x=5,67·0,69=3,91 m

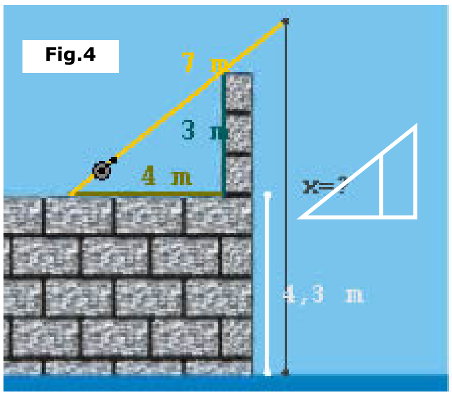


Fig.4

5) *Cal é a lonxitude do fio de pescar?*

Co Teorema de Pitágoras calculamos a lonxitude da cana ata o punto de apoio:

$$a = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

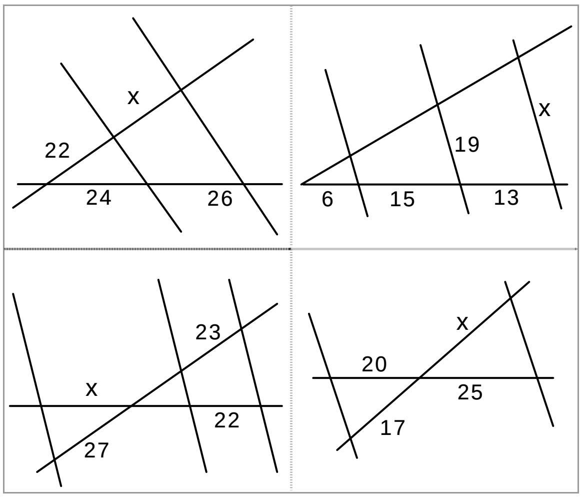
e aplicando a semellanza: $\frac{x - 4{,}3}{3} = \frac{7}{5}$

obtemos: x=8,5 m

Fig.5

Para practicar

1. Acha x en cada caso

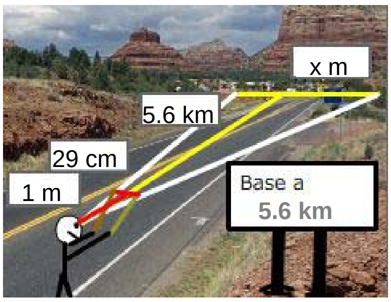


2. As medidas de tres lados homólogos de dous cuadriláteros semellantes son:

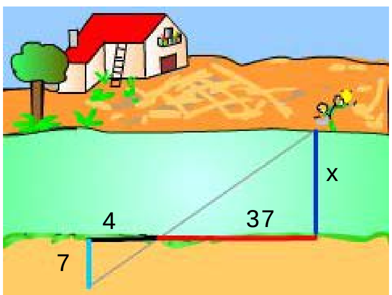
4 cm	x cm	7 cm
20 cm	10 cm	y cm

Acha x e y

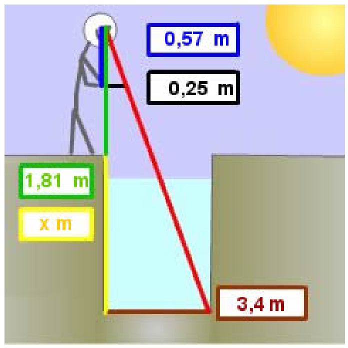
3. A base dun monte obsérvase a unha distancia de 5,6 km. Móvese unha regra de 29 cm ata cubrir con ela visualmente a base e nese momento a distancia da regra ao ollo do observador é de 1 m.
Calcula a anchura da base do monte.



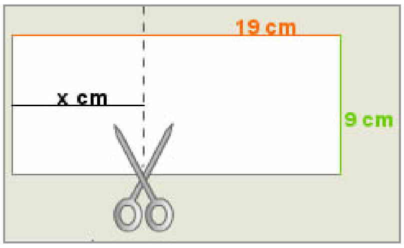
4. Calcula a anchura do río.



5. Calcula a profundidad ee do pozo.



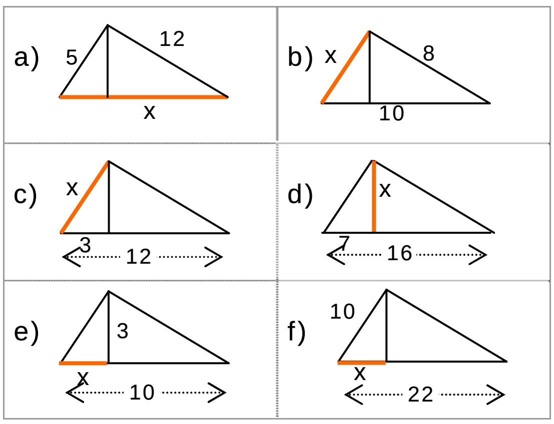
6. Por onde tes que cortar a folla para que o anaco da esquerda sexa semellante á folla enteira?.



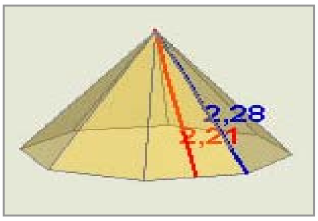
7. Debuxa no teu caderno un triángulo cun ángulo de 69º e un dos lados que o forman de 9 cm. Son semellantes todos os triángulos que cumpren estas condicións?

8. Debuxa no teu caderno un triángulo cun ángulo de 56º e o cociente dos lados que o forman igual a 3. Son semellantes todos os triángulos que cumpren estas condicións?

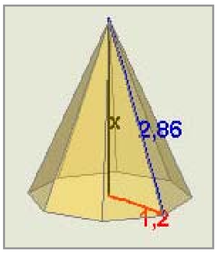
9. Calcula o valor de x en cada triángulo:

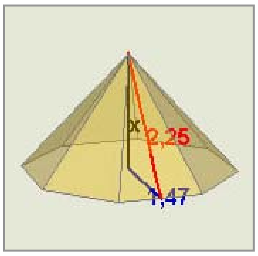


10. Calcula o lado da base da pirámide

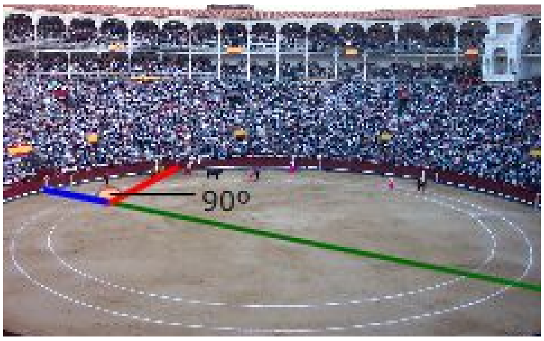


11. Calcula a altura da pirámide en cada caso.

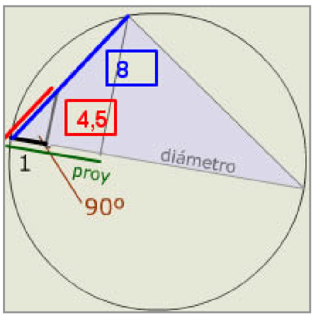




12. Nunha praza de touros pódese calcular o seu diámetro medindo tan só uns metros. En dirección dun diámetro (defíneo a visual cos espectadores de en fronte) mídense 9m e xirando 90º avánzase nesa dirección ata a calella, resultando a medida deste percorrido igual a 28,3 m. Calcula o diámetro da area da praza de touros

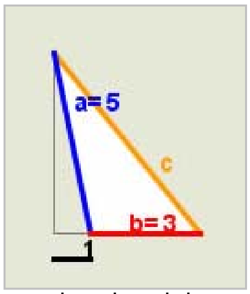


13. Calcula o diámetro da circunferencia da figura

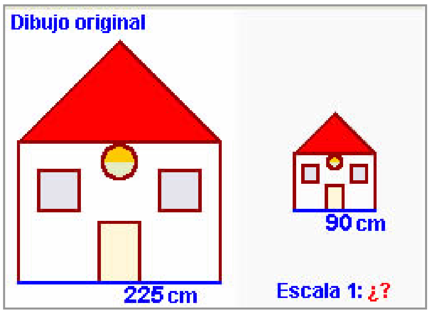


14. Acha a distancia entre os puntos de coordenadas (-1,-1) e (-4,3).

15. Aplica o teorema xeneralizado de Pitágoras para achar a medida do lado c no triángulo da figura.



16. Na figura vese unha copia do debuxo orixinal. Cal é a escala da copia?



17. Ao medir sobre o mapa co curvímetro a distancia por estrada entre dúas poboacións obtemos 9,5 cm, a escala do mapa é 1:470000. Cantos km. terá a estrada que une eses dous lugares?

18. Ao observar un mapa de escala 1:210000 descubrimos que falta unha poboación, B, nunha estrada. Se sabemos que B dista 73,3 km doutra poboación A que vemos no mapa, a cantos cm de A pola estrada do mapa colocaremos o punto que represente a B?

19. O volume dunha torre é de 2925 m^3 Calcula o volumen da súa representación nunha maqueta de escala 1:500.

20. A área da base dunha torre é de 275 m^2 Calcula a área da mesma nunha maqueta de escala 1:350.

21. A área dunha torre é de 125 m^2 e nunha maqueta ocupa unha superficie de 55 cm^2 . Acha a escala da maqueta.

22. A área da base dunha torre é de 25 cm^2 nunha maqueta de escala 1:350. Calcula a área real da base.

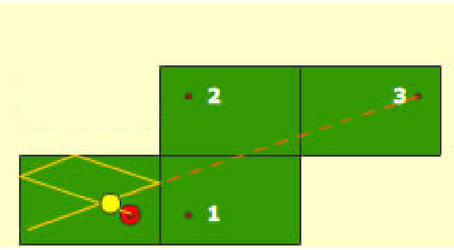
23. O volume dunha torre é de 3300 m^3 e nunha maqueta ocupa un volume de 412 cm^3. Acha a escala da maqueta.

24. O volume dunha torre é de 27 cm^3 nunha maqueta de escala 1:450. Calcula o volume real da torre.

Para saber máis

Billar a tres bandas

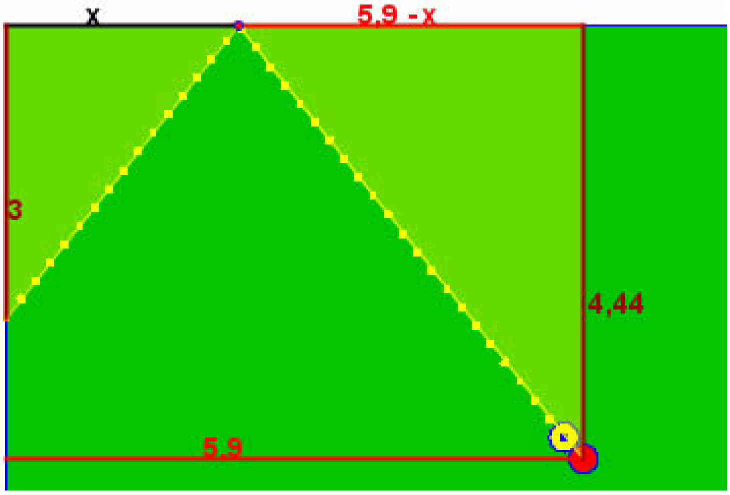
Construímos os rectángulos iguais ao billar, despois os puntos simétricos á bóla vermella, o camiño máis corto entre dous puntos é a liña recta que ao pregala no billar danos o percorrido desexado



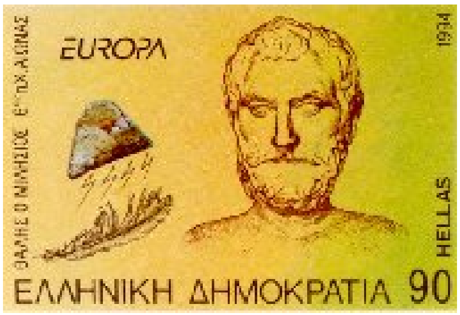
Como asegurar a carambola a unha banda?

Como a bóla incide na banda co mesmo ángulo que rebota, haberá que conseguir que os triángulos sexan semellantes, e isto pódese lograr a ollo! ou con precisión resolvendo a ecuación de proporcionalidade asociada á semellanza.

$$\frac{x}{3}=\frac{5,9-x}{4,44}\Rightarrow 4,44\cdot x=3\cdot(5,9-x); \qquad x=\frac{3\cdot 5,9}{3+4,44}=2,37$$



Geometría griega



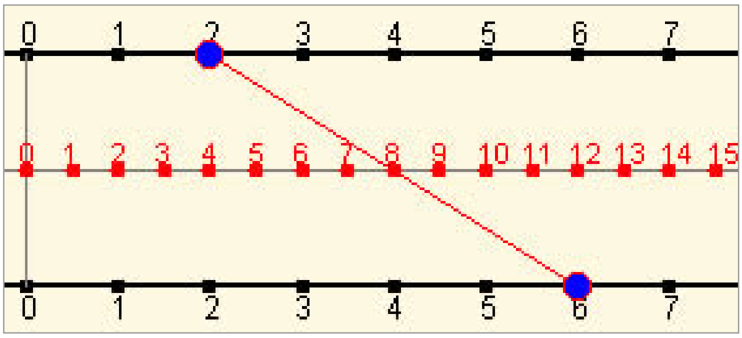
A tradición atribúe a Thales (600 anos antes da nosa era) a introducción en Grecia da xeometría exipcia. **T**hales foi un precursor sobre todo preocupado de problemas prácticos (cálculo de alturas de monumentos con axuda dun bastón e da proporcionalidade das sombras).

A xeometría grega que foi un éxito asombroso da ciencia humana dando probas dun enxeño excepcional, estivo marcada por dúas Escolas: a de Pitágoras e a de Euclides.

Ver máis en:
http://perso.orange.fr/therese.eveilleau/pages/hist_mat/textes/h_geom.htm

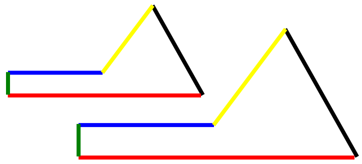
Co Teorema de Tales pódense realizar "xeométricamente" as operacións básicas, na imaxen vemos una calculadora xeométrica para sumar.

Baséase en que a abscisa do punto medio dun segmento é a semisuma das abscisas dos extremos.



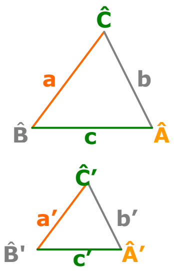
Lembra o máis importante

Figuras semellantes
Se se pode pasar dunha a outra mediante unha homotecia e movementos.

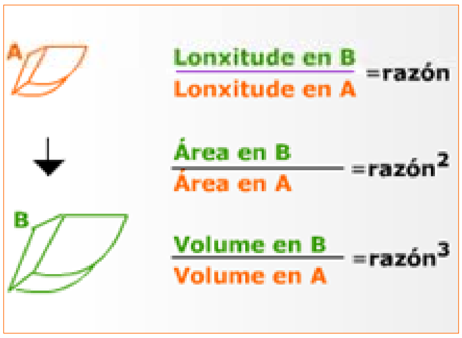


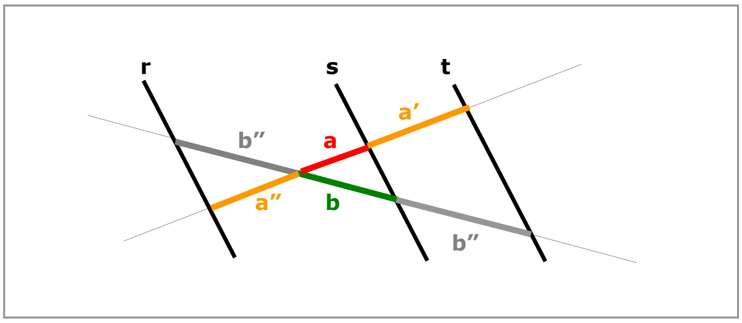
Polígonos semellantes
Se teñen os lados proporcionais e os ángulos iguais.

Triángulos semellantes
No caso dos triángulos abonda que se cumpra un dos tres criterios:



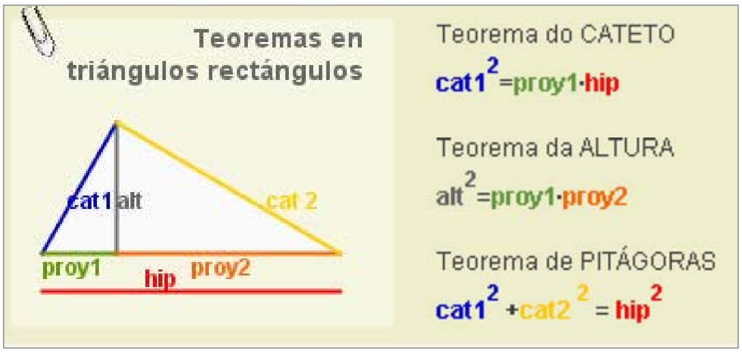
1. Ángulos iguais (con dous abonda)
   $\hat{A} = \hat{A}'$ e $\hat{B} = \hat{B}'$
2. Un ángulo igual e os lados que o forman proporcionais
   $\hat{A} = \hat{A}'$ e $\frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$
3. Lados proporcionais
   $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$





Teorema de Tales
Os segmentos que determinan rectas paralelas en dúas secantes son proporcionais.

$$\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} = \frac{a''}{b''}$$

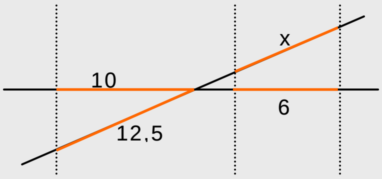


Teorema de Pitágoras xeneralizado

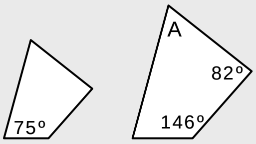
Se C>90º $c^2 = a^2 + b^2 + 2a \cdot p_a(b)$

Se C<90º $c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot p_a(b)$

Auto-avaliación

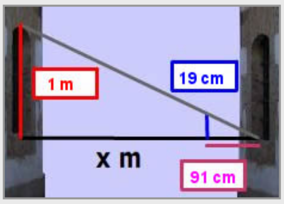


1. Aplica a semellanza para calcular o valor de x.



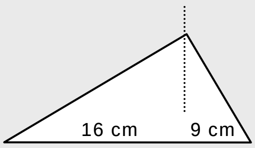
2. Sabendo que os ángulos dun cuadrilátero suman 360º, calcula o ángulo A.

3. Os polígonos da figura, son semellantes?.

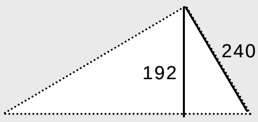


4. Como a ventana da casa de en fronte é igual que a miña podo saber a súa altura, e coa visual dunha vara calcular a anchura da rúa. Calcúlaa.

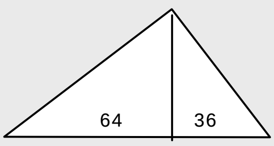
5. Se os lados dun triángulo miden 6, 8 e 11 cm, que tipo de triángulo é?



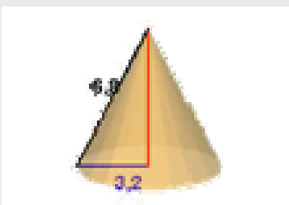
6. Calcula o perímetro dun triángulo rectángulo no que as proxeccións dos catetos sobre a hipotenusa miden 16 e 9 cm.



7. Nun triángulo rectángulo un cateto mide 240 cm e a altura sobre a hipotenusa 192 cm, canto mide a hipotenusa?.



8. Calcula a área dun triángulo rectángulo no que as proxeccións dos catetos sobre a hipotenusa miden 64 e 36 cm.



9. A xeratriz dun cono recto mide 6,8 cm e o radio da base 3,2 cm. Acha a altura dun cono semellante a este realizado a escala 1:2.

10. Calcula a superficie en m^2 dun piso do que temos un plano a escala 1:300, se o piso no plano ocupa 17 cm^2.

Solucións dos exercicios para practicar

1. a) 23,83 b) 30,76
c) 25,82 d) 21,25

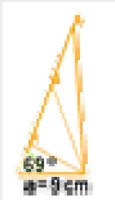
2. x=2 y=35

3. 1624 m

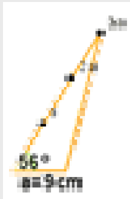
4. 64,75

5. 5,94 m

6. 4,26 cm



Prob. 7



Prob.8

7. Non teñen por que ser semellantes

8. Son semellantes

9. a) 13 b) 6 c) 6
d) $\sqrt{63} \approx 7,9$ e) 1 f) 4,54

10. 1,12

11. 2,59 1,70

12. 97,98 m

13. 36

14. 5

15. $c^2 = a^2 + b^2 + 2b \cdot p_b(a) = 40$;
$c = \sqrt{40} \approx 6,32$

16. 1:2,5

17. 44,65 km

18. 34,90 cm

19. 23,4 cm^3

20. 22,44 cm^2

21. 150,75 cm^2

22. 306,25 cm^2

23. 1:200

24. 2460,37 m^3

Solucións AUTO-AVALIACIÓN

1. 7,5

2. 57º

3. Non son semellantes

4. 91/19 m = 4,78 m

5. Obtusángulo $11^2 > 6^2 + 8^2$

6. 60 cm

7. 400 cm

8. 4800 cm^2

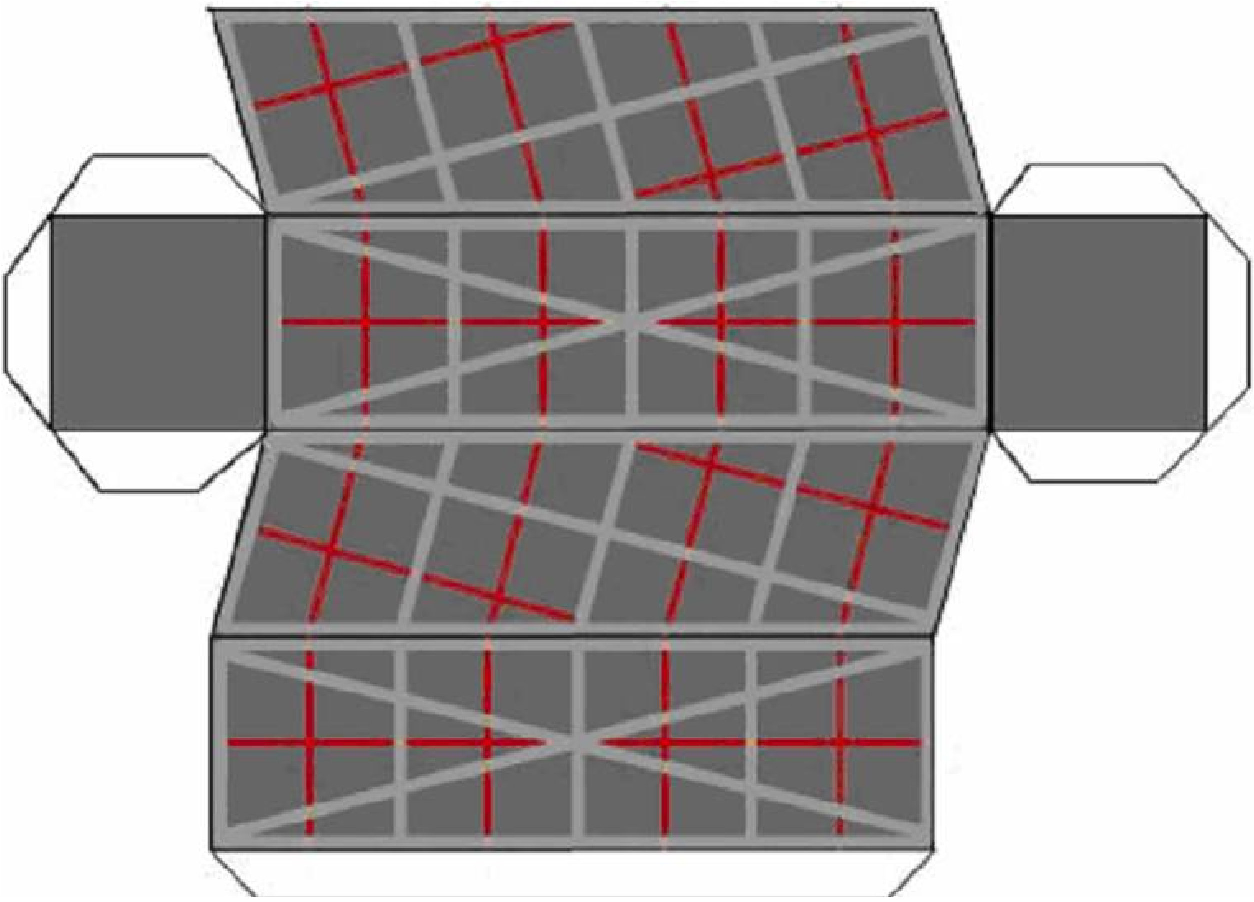
9. 3 cm

10. 153 m^2

Non esquezas enviarlle as actividades ao titor ▶

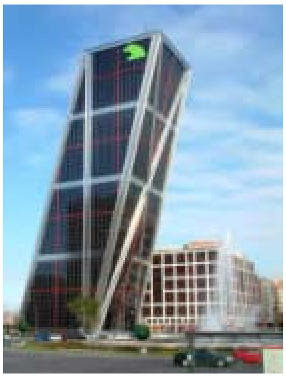
Para finalizar proponse un problema para repasar a semellanza sobre unha maqueta das TORRES KIO (Plaza Castilla, Madrid).

✓ Podes comezar por recortar e construír a maqueta dunha das torres.



1. Cal é a altura da torre na maqueta? Indícao sobre a imaxe.

A altura real da torre é de 114 m. Cal é a escala da maqueta?



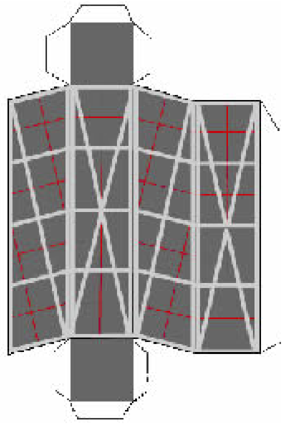
2. Mide co transportador a inclinación da torre-maqueta.

Cal é a inclinación da torre real?

3. Calcula a área do cadrado da base do desenvolvemento.

Cal é a área da base na torre real?

4. Calcula a área total da torre na maqueta. Indica a área de cada cara no desenvolvemento.



Cal é a área total da torre real?

5. Calcula o volume da torre-maqueta. Explica os cálculos realizados

Cal é o volume total da torre Kio na Plaza Castilla?

6. Comproba que se verifica o teorema de Pitágoras nas medidas das arestas e da altura da maqueta. Escribe aquí as medidas e os cálculos

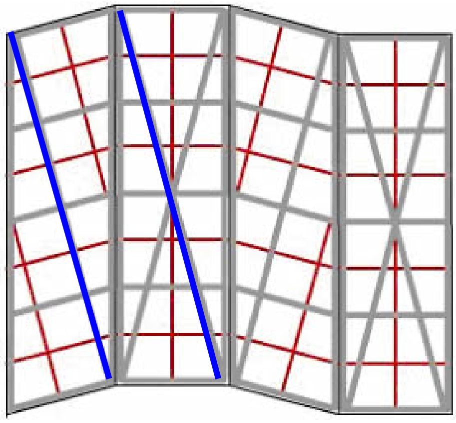
Aresta maior = o seu cadrado =

Aresta menor = o seu cadrado =

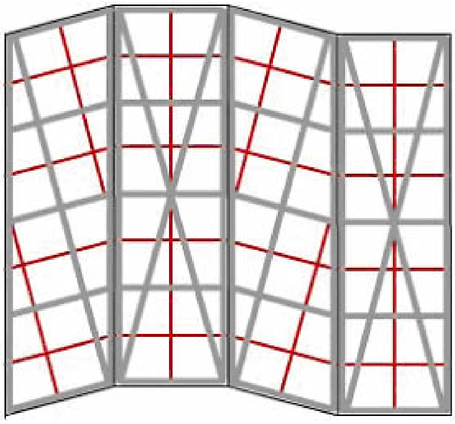
Altura = o seu cadrado =

Teorema de Pitágoras→

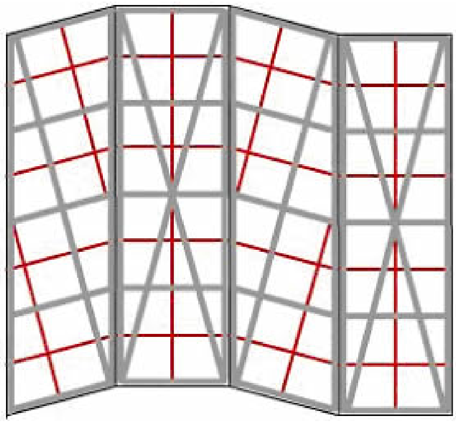
7. Son paralelas as diagonais das caras laterais sinaladas en azul?



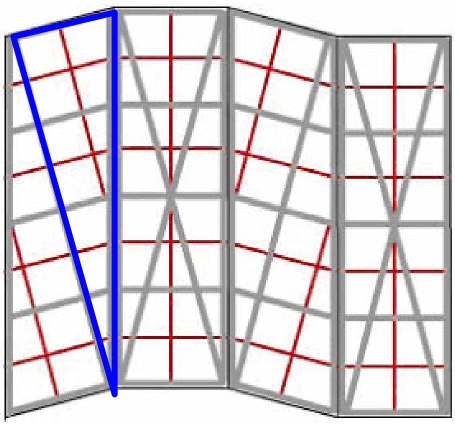
8. Enuncia o Teorema de Tales sobre algúns triángulos e segmentos do desenvolvemento da fachada



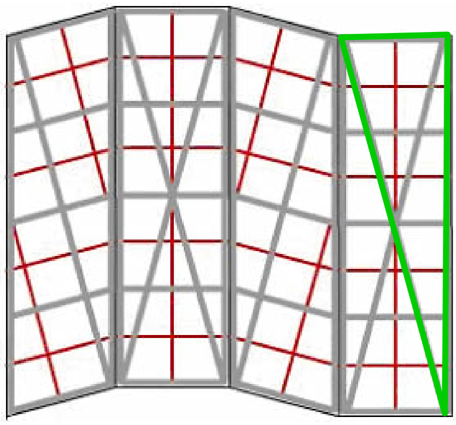
9. Busca triángulos semellantes na fachada



10. Explica o teorema do cateto sobre o triángulo rectángulo azul.



11. Aplica o teorema da altura ao triángulo verde, marcado á dereita.



SOLUCIÓNS

1. As medidas que realizamos sobre a maqueta dan os seguintes datos cos que realizamos os exercicios. Os erros inevitables de medida darán outras solucións.

Aresta da base cadrada 2,8 cm Altura da torre 9,12 cm

A altura sinalada na maqueta é 9,12cm

11400cm/9,12cm=1250. Escala=1:1250

2. 15º. A inclinación na torre real é a mesma, as semellanzas conservan os ángulos.

3. Área base maqueta =7.84 cm^2 que ao multiplicala por 1250^2 dá o

Área da base na realidade = 1225 m^2

4. A área das bases é de $2 \cdot 2{,}8^2$ cm^2 = 15,68 cm^2

Área paralelogramo = aresta da base · altura = 2,8·9,12 = 25,536 cm2

Área rectángulo = aresta da base · aresta lateral = 2,8·9,54 = 26,712 cm2

Área total = 15,68+ 2 · (25,536 + 26,712) = 120,176 cm^2

Área real: 120,176 cm^2 · 1250^2 = 18777,5 m^2

5. Área base · altura = 7,84 cm^2 · 9,12 cm = 71,5008 cm^3 ~ 71,5 cm^3

Volume total da torre Kio ~ 71,5 cm^3 · 1250^3 ~ 139648,5 m^3

6. Aresta maior = 9,54 o seu cadrado = 91,01

Aresta menor = 2,8 o seu cadrado = 7,84

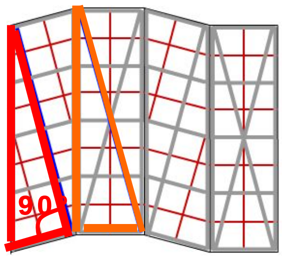
Altura = 9,12 o seu cadrado = 83,17

Teorema de Pitágoras→ 91,01 - 7,84 = 83,17

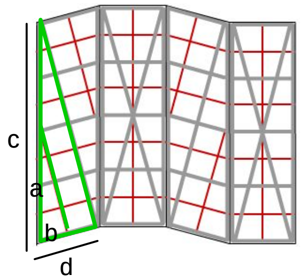
7. Non son paralelas pois nese caso os triángulos serían semellantes e os lados proporcionais e non o son xa que:

$$\frac{\text{cateto pequeno esq}}{\text{cateto pequeno dta}} = \frac{2{,}8}{2{,}8} = 1$$

$$\frac{\text{cateto grande esq}}{\text{cateto grande dta}} = \frac{9{,}54}{9{,}12} \neq 1$$

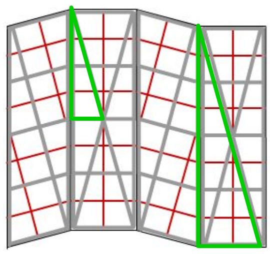


8. Hai moitos exemplos, sinalamos un.

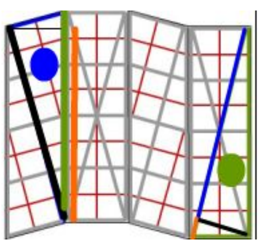


$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

9. Tamén hai moitos exemplos.



10. 11.



T. del cateto c^2 = hip · proy.

T. de la altura alt^2 = proy. 1 · proy.2