

matemáticas B





Os números reais

Contidos

1. Números racionais e irracionais
 - Decimais periódicos
 - Fracción xeratriz
 - Números racionais
 - Números irracionais
 - Números reais

2. Calculando con números reais
 - Aproximacións
 - Medida de erros
 - Notación científica

3. A recta real
 - Ordenación dos números reais
 - Valor absoluto
 - Intervalos

Obxectivos

- Clasificar os números reais en racionais e irracionais.
- Aproximar números con decimais ata unha orde dada.
- Calcular a cota de erro dunha aproximación.
- Representar na recta números reais.
- Expresar e representar intervalos de números reais.
- Utilizar a calculadora para facilitar os cálculos.



Antes de empezar

Observa a animación que hai nesta páxina e responde as seguintes preguntas:

a) Que é o que se está a representar na animación?

b) Están representadas na imaxe da esquerda todas as cifras decimais que ten o número pi?

c) Cal é ou cal podería ser a última cifra do número pi? _____

d) Cantas cifras ten o número pi? _____

Se tes dificultades coas operacións con fraccións, podes repasar pulsando o botón.



Pulsa para ir á páxina seguinte.

1. Números racionais e irracionais

1.a. Decimais periódicos

- Le o texto de pantalla.

a) Cando achamos a expresión decimal dunha fracción, cantos tipos obtemos? _____

b) Cales son eses tipos de decimais? _____, _____ e _____

c) Por que ao dividir dous números sempre chega o momento en que se repiten as cifras do cociente? _____

- Con axuda da escena, obtén a expresión decimal das seguintes fraccións:

a) $\frac{12}{7} =$

b) $\frac{31}{15} =$

c) $\frac{17}{8} =$

b) Escribe diferentes exemplos de fraccións a expresión decimal das cales sexa:

Exacta					
Periódica pura					
Periódica mixta					

- Pulsa no botón para facer uns exercicios.

Pulsa para ir á páxina seguinte.


1.b. Fracción xeratriz


- Vexamos agora como obter, a partir dunha expresión decimal exacta ou periódica, a súa fracción xeratriz. Mira a escena da esquerda e apoiándote nela, determina a fracción xeratriz de tres expresións decimais de cada tipo:

Exacta			
Periódica pura			
Periódica mixta			

- Pódense obter tres regras para construír mecanicamente unha fracción xeratriz para cada tipo de expresión decimal. Esas regras son as seguintes:

Exacta		Exemplo:
Periódica pura		Exemplo:
Periódica mixta		Exemplo:

- Pulsa no botón  para facer uns exercicios. Insiste ata que non cometas ningún erro.


Pulsa  para ir á páxina seguinte.

1.c. Números racionais e a súa representación gráfica

- Toma regra e compás que imos representar fraccións (números racionais) nunha recta. A cada fracción vallee corresponder un punto da recta. Fai polo menos os exemplos que se indican a continuación:

Representación dun decimal periódico o valor da cal está entre 0 e 1.	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{5}$
---	---------------	---------------

Representación dun decimal periódico o valor da cal é maior que 1.	$\frac{19}{4}$	$\frac{22}{3}$
Representación dun decimal periódico negativo.	$-\frac{23}{5}$	$-\frac{7}{3}$


Pulsa  para ir á páxina seguinte.

1.d. Números irracionais. Representación gráfica dalgúns deles

- Toma regra e compás e, seguindo o exemplo da escena, representa:

Representación gráfica de $\sqrt{2}$.

- Por que $\sqrt{2}$ non é un número racional? _____
- Aos números que non son racionais denomínaselles: _____
- Le e comprende a demostración de por que $\sqrt{2}$ non é un número racional.

Pulsa  para ir á páxina seguinte.

1.e. Números reais.

- Toma regra e compás e, seguindo o exemplo da escena, representa:

Representación gráfica de $\sqrt{3}$.

Representación gráfica de $\sqrt{7}$.

Representación gráfica de $\sqrt{17}$.

EXERCICIOS

1. Calcula a fracción xeratriz:

a) 2,3751000

b) 43,666...

c) 4,3666...

2. Representa na recta:

a) $\frac{2}{3}$

b) $19/4 = 4 + 3/4$

c) $-23/5 = -5 + 2/5$

3. Determina qué tipo de decimais son os seguintes:

a) $\frac{92}{73}$

b) $\frac{57}{22}$

c) $\frac{27}{36}$

4. Representa $\sqrt{17}$:

5. Decide se os seguintes números son racionais ou irracionais:

-5,

0,

$\pi/2$,

$\sqrt{16}$,

$7/3$,


2,313131....,

$\sqrt{15}$,

1,01001000100001... ,


-4/5,

4,65


Pulsa  para ir á páxina seguinte.

2. Calculando con números reais

2.a. Aproximacións

- Le o texto da páxina e despois fíxate na descrición que se fai na escena do que é unha aproximación por defecto e por exceso, e despois a diferenza entre truncar e redondear.
 - a) Na aproximación por defecto dun número, a aproximación é sempre _____ que o devandito número. Por exemplo:
 - a. Ao aproximar por defecto 1,66666666... ata as dezmilésimas, temos o número: _____
 - b. Ao aproximar por defecto 3,1415926535... ata as milésimas, temos o número: _____
 - b) Na aproximación por exceso dun número a aproximación é sempre _____ que o devandito número. Por exemplo:
 - a. Ao aproximar por exceso 1,66666666... ata as dezmilésimas, temos o número: _____
 - b. Ao aproximar por exceso 3,1415926535... ata as milésimas, temos o número: _____
 - c) Ao truncar un número, sempre temos unha aproximación por _____.
 - d) Ao redondear un número, obtemos unha aproximación por defecto se a cifra seguinte á que se aproxima é _____ e unha aproximación por exceso se a cifra seguinte á que se aproxima é _____.
- Pulsa no botón  para facer os exercicios que aí se propoñen.

O radio dunha circunferencia é de 3,96 metros. Utilizando o valor de n que che dá a calculadora, descubre:
1. A lonxitude da circunferencia, truncando o resultado aos centímetros.
2. A lonxitude da circunferencia, redondeando o resultado aos centímetros.
3. A área do círculo, truncando o resultado aos centímetros cadrados.
4. A área do círculo, redondeando o resultado aos centímetros cadrados.

Pulsa  para ir á páxina seguinte.

2.b. Medida de erros

- Le o texto que se inclúe na parte dereita da páxina e
 - a) Define que é o erro absoluto que se comete nunha aproximación:

 - b) Define o erro relativo que se comete nunha aproximación:


 - c) Que é a porcentaxe de erro?

- Fixándote na escena completa a seguinte táboa para o número $\frac{266}{974}$

	Aproximación por defecto	Erro absoluto	Erro relativo	Aproximación por exceso	Erro absoluto	Erro relativo
1 cifra decimal						
2 cifras decimais						
3 cifras decimais						
4 cifras decimais						

Fai o mesmo para o número $\frac{5}{270}$


	Aproximación por defecto	Erro absoluto	Erro relativo	Aproximación por exceso	Erro absoluto	Erro relativo
1 cifra decimal						
2 cifras decimais						
3 cifras decimais						
4 cifras decimais						

- Pulsa no botón  para facer os exercicios que aí se propoñen.

Copia o enunciado e os datos para cada exercicio:

Exercicio 1:

Exercicio 2


Pulsa  para ir á páxina seguinte.

2.c. Notación científica

- Le detidamente a explicación da escena interactiva e vai enchendo o seguinte cadro:

	Notación usual	Notación científica
Diámetro da galaxia de Andrómeda en anos-luz		
Distancia á Terra de Andrómeda en anos-luz		
Velocidade da luz en km/s		
Diámetro de Andrómeda en km		
Distancia á Terra de Andrómeda en km		
Tamaño dunha pulga en mm		
Tamaño da aresta dun cristal de silicio en mm		
Tamaño da escama da á dunha bolboreta en mm		
Tamaño dunha bacteria do cólera en mm		
Tamaño dun virus en mm		
Tamaño dun átomo de osíxeno en mm		

- Por que é conveniente utilizar a notación científica cando traballamos con números moi pequenos ou moi grandes?

- Pulsa no botón  para facer os exercicios que aí se propoñen.

Copia o enunciado e os datos para cada exercicio:

Exercicio 1:

Exercicio 2. Pasar de forma científica a decimal. Realiza cinco exercicios deste tipo:

Científica	Decimal

Exercicio 3. Pasar de forma decimal a científica. Realiza cinco exercicios deste tipo:

Decimal	Científica


Exercicio 4.

Exercicio 5.

EXERCICIOS

6. radio dunha circunferencia é 3,96 m. Utilizando a calculadora e o valor de π que da, calcula:
- a) A lonxitude da circunferencia truncando o resultado a cm.
 - b) A lonxitude da circunferencia redondeando o resultado a cm.
 - c) A área do círculo truncando a cm^2
 - d) A área do círculo redondeando a cm^2

7. Os radares de tráfico miden a velocidade dos coches en rúas e estradas. A lexislación vixente ten en conta que en toda medición se cometen erros, por iso concede unha marxe de erro do 10% (ou un erro relativo de 0,10). Tendo isto en conta, calcula a velocidade máxima á que pode ir un coche sen infrinxir a lei nos casos:
- Autoestrada con límite de velocidade de 120 km/h
 - Estrada con límite de velocidade de 90 km/h
 - Vía urbana con límite de velocidade de 50 km/h
8. Escribe en notación científica ou en notación decimal respectivamente:
- | | |
|---------------------|----------------------------|
| a) 0,000000002145 = | b) $3,589 \cdot 10^9 =$ |
| b) 1523000000000 = | d) $5,267 \cdot 10^{-5} =$ |


Pulsa  para ir á páxina seguinte.

3. A recta real

3.a. Ordenación de números reais

Le o texto da páxina e da escena e dende ela accede ao vídeo que nos relata a carreira na determinación das cifras do número pi.

- . Que sentido ten esa carreira?
- . Ten algunha aplicación práctica coñecer cen millóns de cifras de pi?
- . E un googol de cifras de pi?
- . Cada punto na recta real correspóndese cun _____
- . Cada número real é representable como un punto na _____
- Dados dous números reais, **a** e **b**, diremos que **a é menor** que **b**, **a** < **b**, se ao representalos **a** está á _____ de **b**.
- **a é menor que b** se a diferenza _____ é _____.
- Os números á dereita do cero son os _____ e os da esquerda son os _____.

Preme no botón  para facer os exercicios que aí se propoñen.

Le en primeiro lugar as indicacións, que che facilitarán a resolución dos exercicios


Exercicio 1: Comparar números racionais. Fai cinco exercicios deste tipo.

Exercicio 2: Comparar radicais. Fai cinco exercicios deste tipo.
Exercicio 3: Comparar números en notación científica. Fai cinco exercicios deste tipo.
Exercicio 4: Ordenar de menor a maior. Fai cinco exercicios deste tipo.

Preme  para ir á páxina seguinte.

3.b. Distancias entre números. Valor absoluto.

- Le o texto desta páxina e as diferentes pantallas na escena. Responde as seguintes preguntas:
 - a) A que denominamos valor absoluto dun número?
 - b) Como se representa o valor absoluto do número a?
 - c) A distancia do punto na recta real que representa ao número a é:
 - d) Dados dous números a e b, a distancia entre os puntos que os representan é:
 - e) Cal é a desigualdade triangular no valor absoluto?
 - f) Cando $|a + b| = |a| + |b|$?
 - g) A que é igual o valor absoluto do produto de dous números? E o valor absoluto do cociente?


- Preme no botón  para facer os exercicios que aí se propoñen.

Exercicio 1. Para tres exemplos que che propoña a escena, escribe e calcula:

a	b	a	b	d(a, b)

Exercicio 2. Para tres exemplos que che propoña a escena, escribe e calcula:

a	b	a+b	a-b	a · b	$\frac{a}{b}$

Pulsa  para ir á páxina seguinte.

3.c. Intervalos

- Le o texto desta páxina e as diferentes pantallas na escena. Responde as seguintes preguntas:

a) A que denominamos intervalo de extremos a e b? _____

b) Escribe matematicamente a definición dos diferentes tipos de intervalos:

Intervalo	Exemplo	Representación gráfica
$[a, b] =$		
$(a, b) =$		
$[a, b) =$		
$(a, b] =$		
$(-\infty, b] =$		
$[a, +\infty) =$		

c) Que é un contorno simétrico de centro c e radio r. Escríbeo matematicamente, pon un exemplo e represéntao.

d) Que é a lonxitude dun intervalo? Pon varios exemplos.

- Pulsa no botón  para facer os exercicios que aí se propoñen.

Repíteos tantas veces como sexa necesario ata que non te equivoques.

EXERCICIOS

9. Ordenar de menor a maior:

a) $5,97509 \cdot 10^8$ b) $6,10314 \cdot 10^{-6}$ c) $\frac{-8243924}{5560}$ d) $\frac{5952091}{4605}$ e) $\sqrt{30694}$ f) $-\sqrt{6320}$

10. O radio dunha circunferencia é de 4 m. Calcula a súa lonxitude

a) Truncando o resultado primeiro a cm. e logo a m.

b) Redondeando o resultado primeiro a cm. e logo a m.


11. Calcula o valor absoluto dos números $a=-3$ e $b=5$, e a distancia entre eles.

12. Calcula $|a+b|$ $|a-b|$ $|a \cdot b|$ e $|a/b|$

13. Indica qué puntos pertencen ao intervalo en cada caso:

a) Intervalo $(-74, -52]$. Puntos: a) -53 b) -74 c) 11

b) Intervalo $(-\infty, 75]$. Puntos: a) 32 b) 75 c) 76

Pulsa  para ir á páxina seguinte.



Lembra o máis importante - RESUMO

Os números reais están compostos polos _____ e polos _____.

Os números racionais poden escribirse sempre como unha _____ e a súa expresión decimal é _____.

A expresión decimal dun número irracional é _____. Un número irracional non pode escribirse como unha _____.

Que diferenza hai nunha aproximación por defecto e unha por exceso?

Que é redondear? _____.

Que é truncar? _____.

O erro absoluto cometido nunha aproximación é: _____.

O erro relativo é: _____.

A notación científica utilízase para representar números _____ e _____.
Con esta notación obsérvase rapidamente a orde de _____ do número representado.
Para que un número estea en notación científica ha _____.


O valor absoluto dun número dános a distancia do punto que representa ese número na recta real ao _____.

A distancia entre dous números a e b vén dada polo valor absoluto de _____.

Un intervalo aberto de extremos a e b é _____.
Denótase como _____ e graficamente represéntase:

Un intervalo pechado de extremos a e b é _____.
Denótase como _____ e graficamente represéntase:

Un intervalo semiaberto á esquerda de extremos a e b é _____.
Denótase como _____ e graficamente represéntase:

Pulsa  para ir á páxina seguinte.



Para practicar


Agora vas practicar resolvendo distintos EXERCICIOS. Nas seguintes páxinas atoparás EXERCICIOS de

- Operacións con números racionais**
- Tipos de aproximacións**
- Cálculos aproximados**
- Intervalos**

Procura facer polo menos un de cada clase e, unha vez resolto, comproba a solución.


Completa o enunciado cos datos cos que che aparece cada EXERCICIO na pantalla e despois resólveo.

É importante que primeiro o resolvas ti e despois comprobases no ordenador se o fixeches ben.

Pulsa  para ir á páxina seguinte.

Operacións con números racionais

<p>1. Calcula os valores exactos de $A+B$ e de $B+C$.</p> <p>$A=$ _____</p> <p>$B=$ _____</p> <p>$C=$ _____</p>	
<p>2. Calcula os valores exactos de $A-B$, $C-A$ e $B-C$.</p> <p>$A=$ _____</p> <p>$B=$ _____</p> <p>$C=$ _____</p>	
<p>3. Calcula os valores exactos de $A \cdot B$, $A \cdot C$ e $B \cdot C$.</p> <p>$A=$ _____</p> <p>$B=$ _____</p> <p>$C=$ _____</p>	
<p>4. Calcula os valores exactos de A/B, de C/A e de B/C.</p> <p>$A=$ _____</p> <p>$B=$ _____</p> <p>$C=$ _____</p>	

Pulsa  para ir á páxina seguinte.

Tipos de aproximacións

<p>5. Aproximar radicais. Considerando como exacto o valor de $\sqrt{\quad} = \quad$. Escribir as aproximacións por defecto, por exceso e redondeos de orde primeira, segunda, terceira, cuarta e quinta.</p>	
<p>6. Medidas aproximadas. A fita métrica que aparece ten divisións ata o medio centímetro. Utilizámola para medir unha vara e obtemos o valor: \quad. Entre qué valores exactos se atopa a lonxitude real, supoñendo que ese valor é: a) por defecto, b) por exceso, c) redondeo a cm?</p>	
<p>7. Poboacións aproximadas. Dinnos que a poboación desta cidade é \quad habitantes e que as 4 primeiras cifras desta cantidade son significativas. Entre qué valores se acha realmente a poboación da cidade?</p>	

Cálculos aproximados

<p>8. Suma e produto. Os valores $X = \quad$ e $Y = \quad$ son senllas aproximacións por defecto de dous números reais descoñecidos A e B. Descubre entre qué valores exactos se achán $A+B$ e $A \cdot B$ e con qué precisión poden darse os resultados.</p>	
<p>9. Calcular lonxitude. Debido a unhas obras quérese rodear a fonte da imaxe cunha tea metálica protectora. Utilizando un flexómetro graduado en milímetros, obtense a lonxitude do diámetro da fonte que é: \quad. Calcula a lonxitude da tea metálica usando o número pi coa cantidade de cifras decimais axeitada.</p>	
<p>10. Calcular superficie. Copia o enunciado e resolve.</p>	

Intervalos

Copia os intervalos e realiza cinco exercicios de cada tipo

11. Do tipo: Intersección

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

12. Do tipo: unión


- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

13. Do tipo: diferenza

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

14. Do tipo: -A

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

Pulsa  para ir á páxina seguinte.

Autoavaliación



Completa aquí cada un dos enunciados que van aparecendo no ordenador e resólveo; despois introduce o resultado para comprobar se a solución é correcta.

1 Escribe a fracción xeratriz do número _____.

2 A milla inglesa mide 1609,34 m, redondea a km _____ millas

3 _____

4 Calcula o erro absoluto e o relativo (en %) que comentemos cando aproximamos _____ por _____.

5 Coa calculadora escribe un redondeo e un truncamento ás milésimas de _____.

6 O número _____ é unha aproximación de x cunha cota de erro absoluto de _____ entre qué valores está o número exacto x ?

7 Calcula con tres cifras significativas o número de moléculas dun gas que, en condicións normais, cabe nunha pelota de _____ de radio.

8 Escribe o intervalo da figura debuxándoo previamente.

9 Escribe o intervalo formado polos números x que cumpren _____

10 _____



Para practicar máis

1. Dados os números:

$$A=2,7 \quad B=3,292929... \quad C=0,01030303...$$

Calcula os valores exactos de $A+B$, $C-A$ e $A \cdot C$. (Debes calcular as fraccións xeratrices de A , B e C e restar).

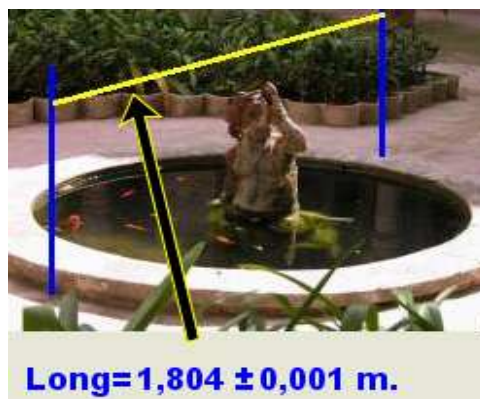
2. Considerando $7,4833147735....$ como o valor exacto de $\sqrt{56}$, escribe as aproximacións por defecto, por exceso e redondeos de orde primeira e segunda (décimas e centésimas, respectivamente).

3. A fita métrica que aparece abaixo ten unhas divisións ata o medio cm. Utilizámola para medir unha vara e obtemos o valor que se mostra nela. Entre qué valores exactos se atopa a lonxitude real, supoñendo que ese valor é: a) por defecto; b) por exceso; c) redondeo a cm.?



5. Os valores $X=6,235$ e $Y=92,88$ son as aproximacións por defecto de dous números reais descoñecidos A e B . Descubre entre qué valores exactos se achan $A+B$ e $A \cdot B$ e con qué precisión poden darse os resultados.

6. Debido a unhas obras quérese rodear a fonte da imaxe cunha tea metálica protectora. Utilizando un flexómetro graduado en mm, obtense a lonxitude do diámetro que se indica. Calcula a lonxitude da tea metálica usando o número pi coa cantidade de decimais axeitada.



As aproximacións poden utilizarse tamén con números enteiros. Para xeneralizar esta idea, usaremos o concepto de cifras significativas: "Se un número N é un valor aproximado doutro número P , diremos que N ten n cifras significativas se as primeiras n cifras de N coinciden coas n primeiras cifras de P . (Non se consideran cifras significativas os ceros, a súa única finalidade é situar a coma decimal)". A definición anterior é bastante intuitiva pero non sempre é totalmente correcta; por iso precisamos un pouco máis: "Diremos que N ten n cifras significativas se o número formado coas n primeiras cifras de N difire do número formado coas n primeiras cifras de P (eliminando as comas decimais se as houber) en menos de $0,5$ ".

7. A distancia media de Xúpiter ao Sol é de $7,7833 \cdot 10^8$ km. Todas as cifras son significativas e supoñemos que a órbita do planeta arredor do Sol é circular. Calcula: a) A cota de erro en km; b) A área do círculo que describe o planeta.

Dados dous subconxuntos, A e B , de certo conxunto de referencia, E , a súa intersección, $A \cap B$, é o conxunto de elementos comúns a ambos os dous; a súa unión, $A \cup B$, é o conxunto formado por todos os elementos de A e todos os de B ; a súa diferenza, $A - B$, é o conxunto formado por todos os elementos de A que non pertencen a B . O complementario de A , $-A$, é o conxunto formado por todos os elementos do conxunto de referencia que non pertencen a A .

4. Dinnos que a poboación dunha cidade é de 1579000 habitantes e que as 4 primeiras cifras desta cantidade son significativas. Entre qué valores se acha realmente a súa poboación?

8. Determina os conxuntos $A \cap B$, $A \cup B$, $A - B$ e $-A$ nos casos seguintes:

1. $A = [-11, -9]$ $B = (-1, 6)$
2. $A = [-5, 5]$ $B = (3, 4)$
3. $A = [-2, 7]$ $B = (-2, 6)$