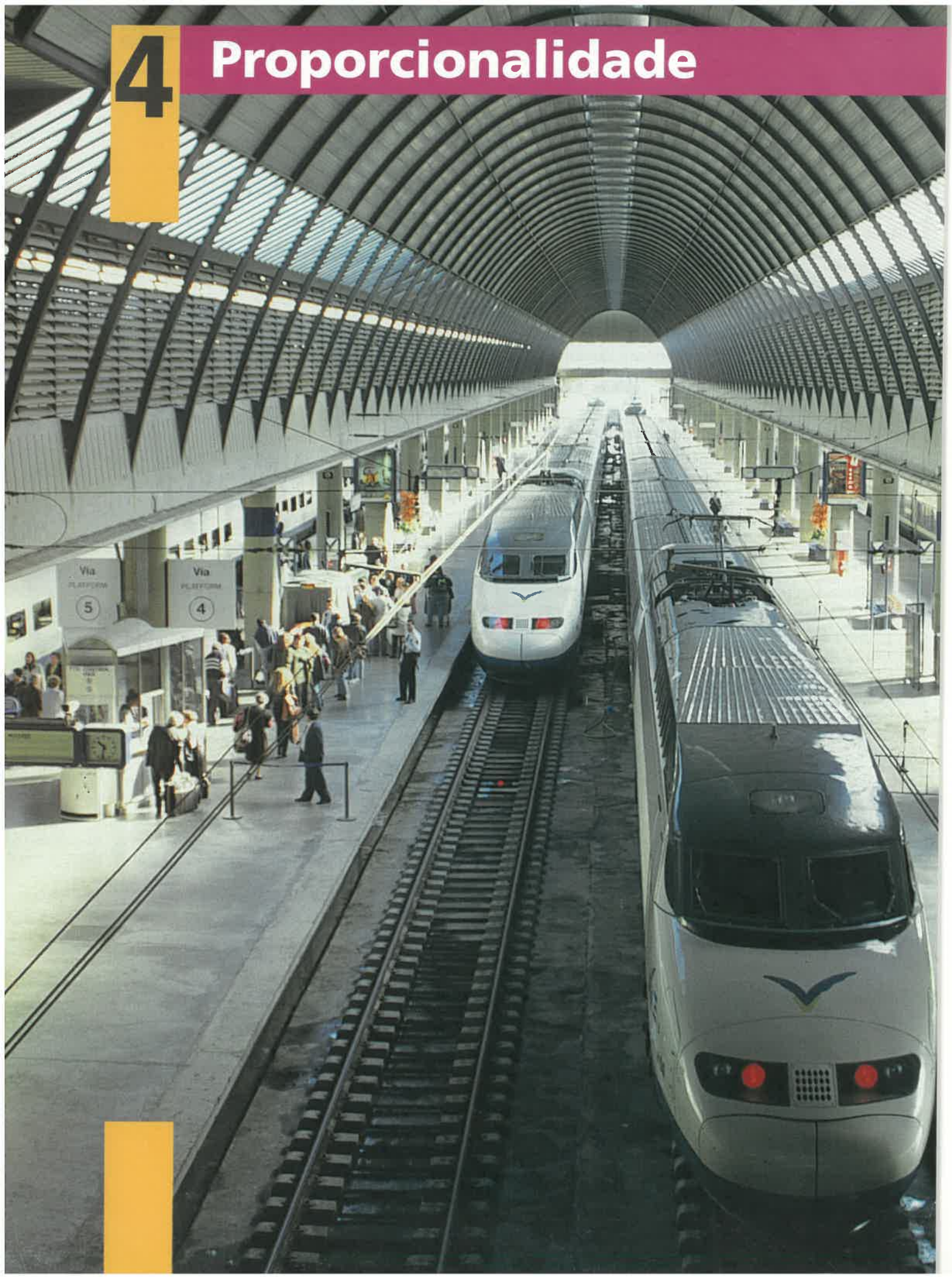


4

Proporcionalidade

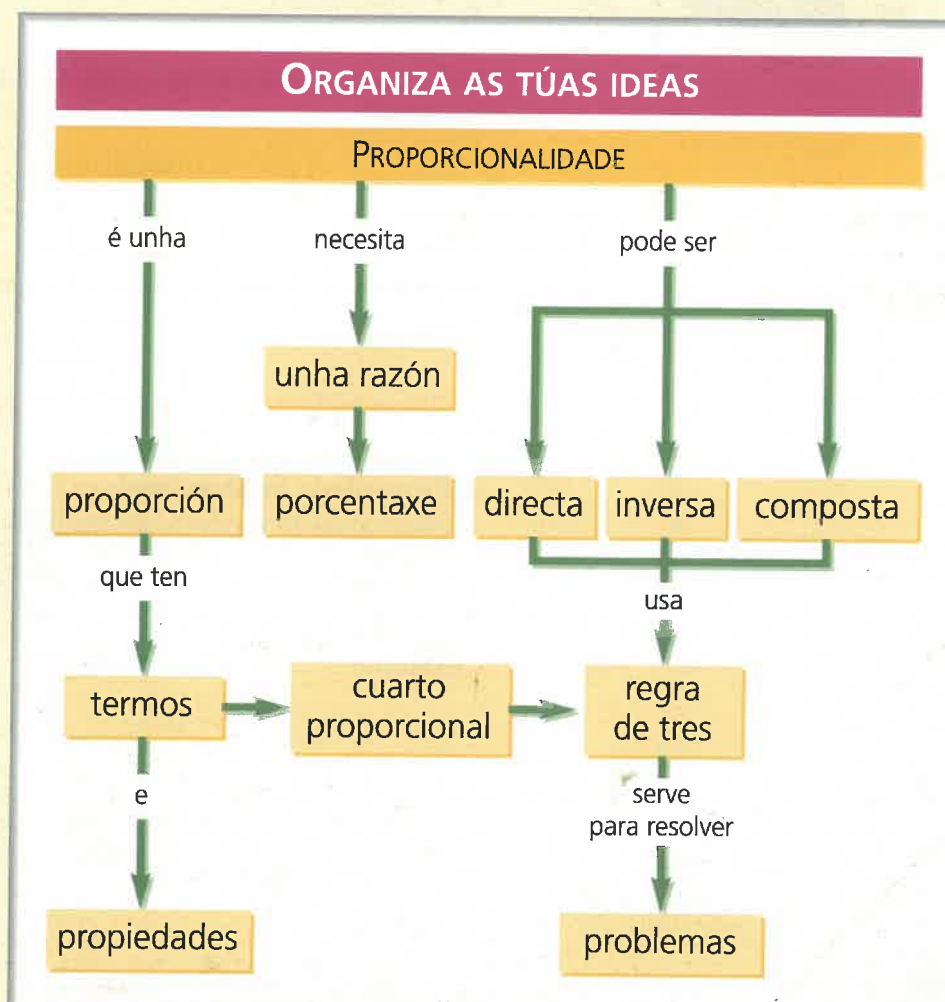


Neste tema dáse inicio ao estudo da proporcionalidade cos conceptos de razón e proporción e coas propiedades das proporcións.

Exponse a continuación a forma de resolver problemas con dúas magnitudes directamente proporcionais e inversamente proporcionais: redución á unidade, regra de tres directa e regra de tres inversa. Péchase esta parte coa resolución de problemas de proporcionalidade composta e unha aplicación, que é o interese simple.

O tema remata resolvendo os repartos directa e inversamente proporcionais e os problemas de porcentaxes.

As magnitudes proporcionais aparecen con moita frecuencia, e as proporcións úsanse para resolver dunha forma sinxela e práctica moitos problemas da nosa vida cotiá. De camiñar a máis velocidade, tárdase menos en percorrer unha distancia; de viaxar a un lugar máis lonxano, o custo da viaxe será maior, etcétera. Os problemas máis frecuentes son aqueles nos que se debe calcular unha porcentaxe ou a cantidade correspondente a unha porcentaxe: rebaixas, impostos (IVE), etcétera.



1. Razóns e proporcións

PENSA E CALCULA



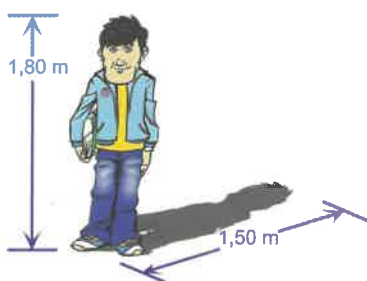
Mercáronse 5 kg de melocotóns por 10,5 €. Calcula mentalmente canto custa cada quilo.

Exemplo

Un coche percorre 270 km en 3 h. Encontra a razón entre o espazo percorrido e o tempo que se empregou. Que indica a razón?

$$\frac{\text{espazo}}{\text{tempo}} = \frac{270 \text{ km}}{3 \text{ h}} = 90 \text{ km/h}$$

A razón indica a velocidade media do coche.



Exemplo

$$\frac{1,2}{1,5} = \frac{6}{7,5}$$

1.1. Razón de dúas cantidades

Unha **razón** é a división entre dúas cantidades comparables. Representase $\frac{a}{b}$ e lese «a é a b». O número **a** chámase **antecedente** e o **b** chámase **consecuente**.

$$\begin{array}{lcl} \text{Antecedente} & \longrightarrow & a \\ \text{Consecuente} & \longrightarrow & b \end{array}$$

Exemplo

Busca a razón entre a estatura de Diego e a lonxitude da súa sombra. Que indica a razón?

$$\frac{\text{Estatura de Diego}}{\text{Lonxitude da súa sombra}} = \frac{1,8}{1,5} = 1,2$$

A estatura de Diego é 1,2 veces a lonxitude da súa sombra.

1.2. Proporción

Unha **proporción** é unha igualdade entre dúas razóns. Representase $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ e lese «a é a b como c é a d».

Chámanse $\begin{cases} a, c \rightarrow \text{antecedentes} \\ b, d \rightarrow \text{consecuentes} \end{cases}$ e tamén $\begin{cases} a, d \rightarrow \text{extremos} \\ b, c \rightarrow \text{medios} \end{cases}$

A **constante de proporcionalidade** é o cociente entre un antecedente e o seu consecuente.

1.3. Propiedades das proporcións

a) **Propiedade fundamental:** en toda proporción o produto dos extremos é igual ao produto dos medios.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

Exemplo

$$\frac{4}{5} = \frac{1,2}{1,5} \Rightarrow \begin{cases} 4 \cdot 1,5 = 6 \\ 5 \cdot 1,2 = 6 \end{cases}$$

b) Nunha proporción, a razón entre a suma dos antecedentes e a suma dos consecuentes é igual a calquera das razóns.

Exemplo

$$\frac{4}{3} = \frac{8}{6} = \frac{12}{9} = \frac{4+8+12}{3+6+9} = \frac{24}{18}$$

1.4. Cuarto proporcional

Chámase **cuarto proporcional** ao termo descoñecido dunha proporción da que se coñecen os outros tres.

Exemplo

Calcula x en:

$$\frac{2}{7} = \frac{12}{x} \Rightarrow x = \frac{7 \cdot 12}{2} = 42$$

1.5. Medio proporcional

Unha **proporción continua** é aquela que ten os seus medios ou os seus extremos iguais.

Exemplo

$$\frac{4}{6} = \frac{6}{9} \Leftrightarrow 4 \cdot 9 = 6^2$$

$$\frac{1,2}{0,6} = \frac{2,4}{1,2} \Leftrightarrow 1,2^2 = 0,6 \cdot 2,4$$

Chámase **medio proporcional** aos termos iguais dunha proporción continua.

Exemplo

Calcula o medio proporcional na seguinte proporción:

$$\frac{9}{x} = \frac{x}{16} \Rightarrow x^2 = 9 \cdot 16 = 144 \Rightarrow x = \sqrt{144} = \pm 12$$

$$\sqrt{\boxed{144}} = \boxed{12}$$

APLICA A TEORÍA

1 Calcula as razóns entre as cantidades seguintes e interpreta o resultado:

- a) 3,5 kg de laranxas custan 6,3 €
- b) Un coche en 5 horas percorre 400 km
- c) 12 m de tea custan 90 €
- d) En 7 días consómense 3,5 kg de froita.

2 Calcula as razóns entre as seguintes cantidades e interpreta o resultado:

- a) Unha leira mide 120 ha, e outra, 180 ha
- b) Xan mide 160 cm, e María, 168 cm
- c) Un tren vai a 120 km/h, e outro, a 180 km/h
- d) Unha botella contén 2 litros, e outra, 1,5 litros.

3 Calcula mentalmente e completa no teu caderno para que formen proporción:

- a) $\frac{5}{9} = \frac{\dots}{36}$
- b) $\frac{\dots}{9} = \frac{12}{54}$
- c) $\frac{2}{\dots} = \frac{3}{4,5}$
- d) $\frac{2}{0,9} = \frac{10}{\dots}$

4 Calcula o cuarto proporcional:

- a) $\frac{x}{8} = \frac{5}{2}$
- b) $\frac{0,5}{2,5} = \frac{6,4}{x}$
- c) $\frac{4,5}{7,8} = \frac{x}{5,2}$
- d) $\frac{2,5}{x} = \frac{1,4}{2,8}$

5 Calcula o medio proporcional:

- a) $\frac{10}{x} = \frac{x}{3,6}$
- b) $\frac{2,5}{x} = \frac{x}{6,4}$

2. Magnitudes proporcionais

PENSA E CALCULA



Catro amigos pagaron unha tarde 18 € polas entradas do cine. Calcula mentalmente canto custa cada entrada.

2.1. Magnitudes directamente proporcionais

Dúas magnitudes son **directamente proporcionais** se o cociente das cantidades correspondentes é constante.

A **constante de proporcionalidade directa** é o valor que se obtén ao dividir calquera valor da 2ª magnitude entre o correspondente da 1ª

Peso (kg)	Diñeiro (€)
1	1,5
2	3
3	4,5
4	6
5	7,5
...	...

Exemplo

O número de quilos de mazás que se mercan e o seu prezo son directamente proporcionais.

A constante de proporcionalidade directa é:

$$\frac{1,5}{1} = \frac{3}{2} = \frac{4,5}{3} = \dots = 1,5 \text{ €/kg}$$

2.2. Resolución de problemas: regra de tres directa

A **regra de tres** é un procedemento para buscar un cuarto proporcional.

a) Identifícanse as magnitudes que interveñen e as súas unidades.

Colócanse os datos poñendo en último lugar a incógnita.

Determinase se a proporcionalidade é directa.

Magnitude A (unidade)	(D)	Magnitude B (unidade)
a	→	c
b	→	x

b) Fórmase a proporción e calcúlase o cuarto proporcional.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x} \Rightarrow x = \frac{b \cdot c}{a}$$

Redución á unidade

Os problemas de regra de tres directa tamén se poden resolver por redución á unidade.

Exemplo

a) Redúcese á unidade:

Se 7 kg custan 14,7 €

1 kg custa:

$$\frac{14,7}{7} = 2,1 \text{ €}$$

b) Calcúlase o valor desexado:

12 kg custan:

$$12 \cdot 2,1 = 25,2 \text{ €}$$

Exemplo

Se 7 kg de mazás custan 14,7 €, canto custarán 12 kg?

Peso (kg)	(D)	Diñeiro (€)
7	→	14,7
12	→	x

$$b) \frac{7}{12} = \frac{14,7}{x} \Rightarrow x = \frac{12 \cdot 14,7}{7} = 25,2 \text{ €}$$

$$14,7 \times 12 \div 7 = 25,2$$

3. Proporcionalidade composta

PENSA E CALCULA



Analiza na seguinte situación se a cantidade de diñeiro é directa ou inversamente proporcional ao número de obreiras e ao número de días:

Se oito obreiras traballan durante 12 días e gañan un total de 3 400 €, canto gañarán seis obreiras traballando 10 días?

3.1 Proporcionalidade composta

Unha proporcionalidade é **composta** se interveñen máis de dúas magnitudes proporcionais.

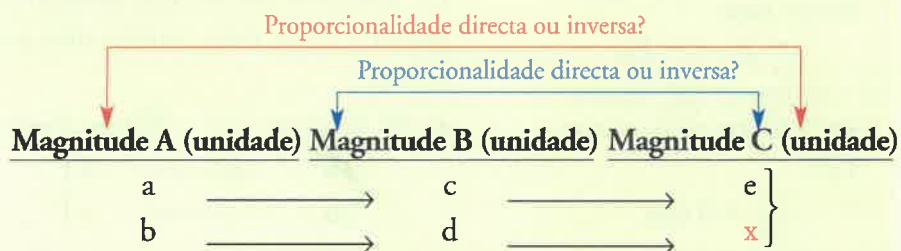
3.2. Resolución de problemas: regra de tres composta

Para resolver problemas pola regra de tres composta séguese o procedemento:

a) Identifícanse as magnitudes que interveñen e as súas unidades.

Colócanse os datos poñendo en último lugar a incógnita.

Determinase a proporcionalidade que hai entre cada magnitude e a magnitude da incógnita.

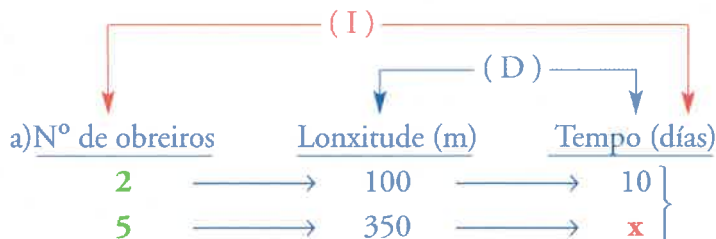


b) Formúlase a proporción, coa razón directa ou inversa, segundo sexan as magnitudes directa ou inversamente proporcionais, e resólvese.

Exemplo

Dous obreiros canalizan 100 m de tubaxe para auga durante 10 días.

Cantos días tardarán en canalizar 350 m de tubaxe 5 obreiros?



Razón invertida para formar proporción

$$b) \frac{5}{2} \cdot \frac{100}{350} = \frac{10}{x} \Rightarrow \frac{500}{700} = \frac{10}{x} \Rightarrow x = \frac{70}{5} = 14 \text{ días}$$

3.3. Interese simple como proporcionalidade composta

O **interese** é o diñeiro que produce unha cantidade depositada nunha entidade financeira.

O **interese simple** é aquel que non se acumula ao capital depositado para xerar novos intereses.

Nomenclatura

C = Capital final

c = capital inicial

I = Interese

t = tempo en anos

R = Rédito ou tanto por cento

$r = R/100 = \text{Tanto por un}$

Se $R = 4,5\% \Rightarrow r = 0,045$

O interese depende do capital inicial, do tempo e do rédito ou tanto por cento. Para automatizar o cálculo do interese, faise unha regra de tres composta e temos:

Diñeiro (€)	Tempo (anos)	Diñeiro (€)
100	1	R
c	t	I

$$\frac{100}{c} \cdot \frac{1}{t} = \frac{R}{I} \Rightarrow \frac{100}{c \cdot t} = \frac{R}{I} \Rightarrow I = \frac{c \cdot R \cdot t}{100} = c \cdot r \cdot t \Rightarrow I = c \cdot r \cdot t$$

O capital final será: $C = c + I$

Exemplo

Deposítanse 5 000 € a un interese simple anual do 4% durante 2 anos. Que capital teremos ao rematar ese tempo?

O interese será:

$$I = c \cdot r \cdot t$$

$$I = 5\,000 \cdot 0,04 \cdot 2 = 400 \text{ €}$$

$$5000 \times 0.04 \times 2 = 400$$

O capital final será:

$$C = c + I$$

$$C = 5\,000 + 400 = 5\,400 \text{ €}$$

Observa

Se o tempo que se deposita o diñeiro non é un ano, cóbrase a parte proporcional do interese anual:

$$\text{En meses: } I = \frac{c \cdot r \cdot t}{12}$$

$$\text{En días: } I = \frac{c \cdot r \cdot t}{360}$$

APLICA A TEORÍA

- 12 Durante 30 días seis obreiros canalizaron 150 m de tubo para subministración de auga. Calcula cantos metros canalizarán catorce obreiros en 24 días.
- 13 Os gastos de alimentación de 135 persoas supoñen 2 250 € diarios. Calcula quantas persoas poderán alimentarse durante 90 días con 12 000 €
- 14 Unha persoa le 2 horas diarias a razón de 5 páxinas por hora, e tarda 15 días en ler un libro. Se lese 3 horas diarias a razón de 8 páxinas por hora, cantos días tardaría en ler o mesmo libro?
- 15 Calcula o interese producido por un capital de 9 000 € ao 5,5% en 3 anos.
- 16 Que capital se debe depositar ao 5% para que despois de 2 anos produza 400 €?
- 17 A que rédito se debe depositar un capital de 6 500 € para que produza un interese de 526,5 € en 18 meses?
- 18 Cantos meses se deben ter depositados 25 000 € ao 4,5% para que produzan uns intereses de 1 687,5 €?

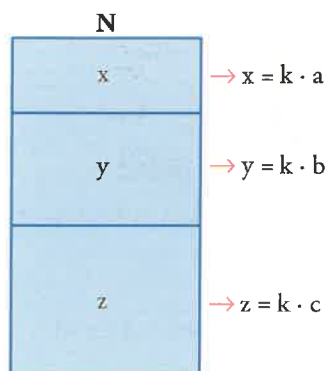
4. Problemas aritméticos

PENSA E CALCULA



Reparte mentalmente 600 € de forma proporcional a 1, 2 e 3

4.1. Repartos directamente proporcionais



Para repartir unha cantidade **N** en partes que sexan directamente proporcionais a outras cantidades coñecidas **a, b, c...**, séguese o procedemento:

a) Cálculase a parte de **N** que lle corresponde a cada unidade do total das cantidades coñecidas **a, b, c...**, é dicir:

$$k = \frac{N}{a + b + c}$$

b) Co valor da unidade, **k**, calcúlanse os valores das partes desexadas.

Exemplo

Reparte 3 000 € en partes proporcionais a 4, 7 e 9

a) Cálculo do diñeiro que corresponde a unha unidade: $\frac{3\,000}{4 + 7 + 9} = 150 \text{ €}$

b) Cálculo das partes:

$$x = 150 \cdot 4 = 600 \text{ €}$$

$$y = 150 \cdot 7 = 1\,050 \text{ €}$$

$$z = 150 \cdot 9 = 1\,350 \text{ €}$$

4.2. Repartos inversamente proporcionais

Para repartir unha cantidade **N** en partes que sexan inversamente proporcionais a outras cantidades coñecidas **a, b, c...**, faise un reparto directamente proporcional ás inversas **1/a, 1/b, 1/c...** Para iso:

a) Cálculase primeiro o inverso de **a, b, c...**, e redúcense a común denominador.

b) Faise o reparto directamente proporcional aos numeradores.

Exemplo

Reparte 4 200 € en partes inversamente proporcionais a 3, 5 e 6

a) Cálculanse os inversos e redúcense a común denominador:

$$\text{m.c.m.}(3, 5, 6) = 30 \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{10}{30}, \frac{1}{5} = \frac{6}{30}, \frac{1}{6} = \frac{5}{30}$$

b) Faise o reparto directamente proporcional a **10, 6 e 5**

$$\text{A cada unidade lle corresponden: } \frac{4\,200}{10 + 6 + 5} = 200 \text{ €}$$

$$x = 200 \cdot 10 = 2\,000 \text{ €}$$

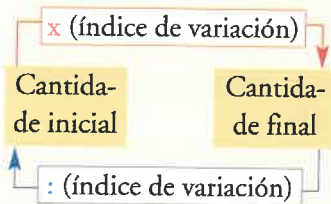
$$y = 200 \cdot 6 = 1\,200 \text{ €}$$

$$z = 200 \cdot 5 = 1\,000 \text{ €}$$

4.3. Problemas de porcentaxes

Esquema

Para calcular unha cantidade final ou unha cantidade inicial nun aumento ou diminución porcentual, séguese este esquema:



Índice de variación

Nunha **diminución porcentual** é 1 menos a diminución porcentual expresado como un decimal.

Exemplo

Diminución do 15%

Índice de variación:

$$1 - 0,15 = 0,85$$

Nun **aumento porcentual** é 1 máis o aumento porcentual expresado como un decimal.

Exemplo

Aumento do 16%

Índice de variación:

$$1 + 0,16 = 1,16$$

A **diminución porcentual** dunha cantidade inicial é o que diminúe a devandita cantidade segundo unha porcentaxe.

O **aumento porcentual** dunha cantidade inicial é o que aumenta a devandita cantidade segundo unha porcentaxe.

Exemplo

a) Unha tenda de fotografía fai unha rebaixa do 15% nunha cámara fotográfica de 700 €. Que prezo se paga por ela?

$$\text{Prezo final: } 700 \cdot 0,85 = 595 \text{ €} \quad \boxed{700} \times \boxed{0,85} = \boxed{595}$$

b) Un televisor custa 522 € co 16% de IVE. Canto vale sen IVE?

$$\text{Prezo inicial: } 522 : 1,16 = 450 \text{ €} \quad \boxed{522} \div \boxed{1,16} = \boxed{450}$$

c) Por uns zapatos de 85 € pagáronse 68 €. Que porcentaxe de desconto se fixo?

$$68 : 85 = 0,8 \Rightarrow \text{pagouse o 80\%, logo descontouse o 20\%}$$

$$\boxed{68} \div \boxed{85} = \boxed{0,8}$$

4.4. Aumentos e diminucións porcentuais encadeados

Para calcular **aumentos e diminucións porcentuais encadeados** calcúlase o índice de variación total multiplicando os índices de variación de cada paso.

Exemplo

Un compoñente informático que custaba 100 € o ano pasado aumentou o seu prezo un 10%. Ao mercalo este ano, rebáixannos un 10%. Que prezo pagamos por el?

Índice de variación do aumento porcentual: 1,1

Índice de variación da diminución porcentual: 0,9

Índice total: $1,1 \cdot 0,9 = 0,99$

Págase un 99% do prezo, que é $100 \cdot 0,99 = 99 \text{ €}$

APLICA A TEORÍA

19 Reparte 15 000 € en partes directamente proporcionais a 2, 3 e 5

20 Reparte 11 050 € en partes inversamente proporcionais a 2, 3 e 4

21 A un traballador descóntanlle mensualmente da súa nómina o 5% para un seguro que ascende a 1 440 €. Que cantidade lle descontan?

22 Na factura dun taller aplican un 16% de IVE sobre un importe de 168 €. Canto se paga en total?

23 Nunha mestura de 500 g de café, 100 g son de torrefacto e o resto é de café natural. Que porcentaxe de café torrefacto leva a mestura?

24 Nunha factura de 350 € aplícanos un 20% de desconto e un 16% de IVE. Calcula o importe total da factura.

25 Nunha tenda mercamos un televisor cunha rebaixa do 20% e cóbrannos o 16% de IVE. Se pagamos 232 € por el, cal era o seu prezo inicial?



1. Razóns e proporcións

26 Determina o valor das razóns formadas polos seguintes pares de cantidades, e interpreta o resultado:

- a) 7 m de cinta custan 14 €
- b) En 3 horas percórrense 120 km
- c) Unha varíña mide 10 dm, e outra, 14 dm
- d) Un recipiente contén 5 l, e outro, 150 l

27 Determina se os seguintes pares de razóns forman proporción e calcula a constante de proporcionalidade:

- a) $\frac{15 \text{ m}}{3 \text{ m}} \dots \frac{10 \text{ días}}{2 \text{ días}}$
- b) $\frac{51}{121} \dots \frac{10}{24}$

28 Escribe as proporcións que poidas obter coas razóns seguintes e calcula a súa constante de proporcionalidade:

- a) $\frac{8}{0,5}$
- b) $\frac{2,5}{6}$
- c) $\frac{24}{1,5}$
- d) $\frac{1,5}{4}$

29 Calcula o cuarto proporcional:

- a) $\frac{x}{14} = \frac{3}{7}$
- b) $\frac{3}{2,4} = \frac{2}{x}$
- c) $\frac{0,3}{0,5} = \frac{x}{3,5}$

30 Calcula o medio proporcional:

- a) $\frac{8}{x} = \frac{x}{18}$
- b) $\frac{0,3}{x} = \frac{x}{2,7}$

2. Magnitudes proporcionais

31 As rodas dianteiras dun tractor teñen un diámetro de 0,9 m e as traseiras teñen un diámetro de 1,2 m. Se nun traxecto as rodas dianteiras deron 250 voltas, cantas voltas darían as traseiras?

32 Con 100 kg de fariña fanse 120 kg de pan. Calcula a fariña necesaria para elaborar un pan de 120 g

33 Unha billa verte 25 litros por minuto e tarda 2 horas en encher un depósito. Canto tempo tardará en encher o mesmo depósito outra billa que verte 40 litros por minuto?

3. Proporcionalidade composta

34 O prezo por transportar 1 500 kg de mercancía a unha distancia de 100 km é de 80 €. Que prezo se pagará por transportar 4 500 kg a 250 km?

35 Oito billas abertas 12 horas diarias verteron auga por valor de 24 €. Que custo de auga teremos con 12 billas abertas 15 horas diarias durante o mesmo período de tempo?

36 Unha familia de 5 membros pode manterse durante 8 meses con 5 000 €. Cantas persoas poderían manterse durante 15 meses con 30 000 €?

37 Que interese produce un capital de 27 000 € ao 3,5% durante 2 anos?

38 Calcula o capital que hai que depositar ao 3% durante 20 meses para que xere un interese de 350 €

39 Cantos días debe estar un capital de 18 000 € ao 4% de interese para obter 500 €?

4. Problemas aritméticos

40 Reparte 13 500 € en partes directamente proporcionais a 4, 6 e 8

41 Reparte 11 750 € en partes inversamente proporcionais a 3, 4 e 5

42 A un condutor puxéronlle unha multa de tráfico de 150 €. Se a paga antes dun mes, aplícaselle un 20% de desconto. Canto pagará pola multa?

43 Nunha tenda venden un determinado artigo gañando o 30% sobre o prezo de custo. Se o devandito prezo era de 145 €, cal é o prezo de venda?

44 Un libreiro vende 144 libros dos 480 que tiña. Que porcentaxe supoñen do total de libros os que vendeu?

45 A unha traballadora que cobra 1 100 € mensualmente, sóbenlle o seu salario a primeiros de ano un 2%. Ao ano seguinte, sóbenlle novamente un 2,5%. Calcula o salario mensual despois das dúas subidas.

46 Nunha tenda teñen unha oferta dun 15% de desconto se se mercan os xamóns enteiros. Se o prezo do xamón está en 12 €/kg e aumentan a factura nun 7% de IVE, calcula o prezo dun xamón de 10 kg



Para ampliar

- 47 Forma unha proporción na que figuren os seguintes datos: 5 g, 15 g e 3 horas.
- 48 Pintar unha casa de 60 m² custa 720 € e pintar unha casa de 120 m² custa 1 440 €. Expresa esta situación en forma de proporción.
- 49 Calcula o cuarto proporcional:
- a) $\frac{x}{9} = \frac{21}{7}$
- b) $\frac{1,5}{1,2} = \frac{6}{x}$
- c) $\frac{3,6}{x} = \frac{7,2}{6}$
- 50 Calcula o medio proporcional:
- a) $\frac{36}{x} = \frac{x}{81}$
- b) $\frac{7}{x} = \frac{x}{28}$
- 51 Un granxeiro ten alimento para 1 200 coellos durante 180 días. Se vende 300 coellos, durante cantos días terá alimento para os coellos que quedan se non varía a ración?
- 52 Para facer 120 kg de masa de pastelería precísanse 600 g de lévedo. Que cantidade de lévedo será necesario para facer 250 kg de masa?
- 53 Unha roda de 15 dentes está engrenada a outra roda de 52 dentes. Se a primeira dá 156 revolucións por minuto, cantas revolucións por minuto dará a segunda roda?
- 54 Vinte obreiros e obreiras asfaltan un tramo de estrada en 60 días. Cantos obreiros e obreiras farán falta para asfaltar o mesmo tramo de estrada en 40 días?
- 55 Para facer unha obra en 360 días cómpren 30 obreiros e obreiras traballando 8 horas diarias. Cantos días duraría esta obra se houbese 40 obreiros e obreiras traballando 6 horas diarias?
- 56 Transportar 200 caixas a 450 km custa 300 €. Cantas caixas poden transportarse a 280 km por 350 €?
- 57 Cinco billas enchen un depósito de 20 000 litros en 16 horas. Canto tempo tardarán oito billas iguais ás anteriores en encher un depósito de 30 000 litros?
- 58 Que interese xerará un capital de 2 500 € durante 9 meses ao 3% anual?
- 59 Durante cantos meses se deben depositar 2 000 € ao 4,5% de rédito para obter 105 € de interese?
- 60 A que rédito se deben depositar 5 400 € durante 180 días para obter 81 €?
- 61 Un pai reparte 13 440 € entre os seus tres fillos en partes inversamente proporcionais ás súas idades, que son 5, 12 e 15 anos. Calcula a parte que lle corresponde a cada un.
- 62 Tres amigos organízanse para xogar ás quinielas e cada un proporciona 23, 34 e 41 €. Se acertan unha quiniela pola que cobran 120 540 €, que cantidade lle corresponde a cada un se a repartición se fai de forma directamente proporcional ao diñeiro contribuído?
- 63 Se o 80% dunha masa de pastelería é fariña, calcula canta fariña contén un bolo de 300 gramos.
- 64 Na mestura dun desinfectante hai un 90% de alcohol. Calcula canto alcohol hai en 200 ml da dita mestura.
- 65 Na factura de 105 € da librería cárganos un 4% de IVE. A canto ascende o total da factura que nos pasan?
- 66 Nuns pantalóns de 72 € aplícanos un desconto do 20%. Calcula canto se paga polo pantalón.
- 67 A un traballador que gaña 1 502,5 € aplícanlle un 18% de retención para pagar impostos. A canto ascende a dita retención?



Problemas

- 68** A razón de dous números é $3/2$. Se o maior deles é 36, calcula o outro.
- 69** A razón de alturas de dous postes é igual á das súas sombras. A altura do primeiro poste é de 12 m e a súa sombra de 20 m. Se a sombra do segundo poste é de 24 m, cal será a súa altura?
- 70** A suma de dous números é 21. Se un deles é proporcional a 3 e o outro a 4, calcula os devanditos números.
- 71** Unha granxeira ten penso para 1 200 galiñas durante 120 días. Se ao cabo de 50 días vende 500 galiñas, durante cantos días terá alimento para as galiñas que quedan se non varía a ración?
- 72** Un mecanógrafo que escribe 140 palabras por minuto tarda 12 horas en facer un traballo. A que velocidade debe escribir se quere tardar 10 horas?
- 73** Seis persoas consumiron 16 m^3 de auga. Cantos metros cúbicos de auga consumirán 15 persoas mantendo o mesmo gasto por persoa?
- 74** Un transportista cobra 900 € por trasladar unha carga a 35 km de distancia. Canto cobrará por trasladar a mesma carga a 105 km?
- 75** Un obreiro realizou $1/3$ dunha obra en 6 días traballando 8 horas diarias. Se traballase 2 horas máis cada día, en cantos días tería rematado a obra?
- 76** Para facer 100 kg de masa de pan precísanse $1/2$ kg de lévedo, 59,5 kg de fariña e 40 kg de auga. Cantos quilos de fariña cómpren para facer 350 kg de pan?
- 77** Nun barco unha tripulación de 400 persoas ten provisións para 63 días tomando unha ración de 1 960 g. Se a tripulación descendese a 140 persoas, que ración correspondería a cada persoa para que as provisións durasen 80 días?
- 78** Oito obreiros traballan 12 días para facer unha obra e cobran 3 600 €. Canto ganarán seis obreiros se fan en 10 días o mesmo traballo?
- 79** Calcula o interese que producen 7 000 € en 4 anos ao 5% de rédito anual.
- 80** Calcula o rédito ao que depositar 35 500 € durante 3 anos para conseguir un interese de 5 857,5 €
- 81** Calcula cantos meses hai que depositar 25 000 € ao 4% para conseguir 2 000 € de interese.

Para profundar

- 82** Repártese unha cantidade entre tres persoas en partes directamente proporcionais a 3, 5 e 7. Se á segunda persoa lle corresponden 2 200 €, calcula canto lle corresponde a cada unha e a cantidade total repartida.
- 83** Un vendedor de motos gaña un 30% sobre o prezo de custo dunha moto. Se a moto ten un prezo de custo de 15 600 € e o vendedor fai un 10% de desconto e aumenta un 16% de IVE, cal é o prezo final da moto?
- 84** Que porcentaxe de desconto se aplicou a un produto que custaba 500 € e polo que se pagaron 325 €?
- 85** Dúas rodas están engrenadas e teñen 12 e 45 dentes. Se a primeira dá 15 voltas en $1/5$ de minuto, cantas voltas dará a segunda nunha hora?
- 86** Calcula a amplitude dos ángulos dun triángulo sabendo que os ditos ángulos son directamente proporcionais a 2, 3 e 5
- 87** Ao ir pagar unha factura na que fan un 15% de desconto e aplican un 16% de IVE, analiza se é mellor que fagan primeiro o desconto e logo apliquen o IVE, ao revés, ou tanto ten.
- 88** Un determinado produto aumenta o seu prezo un 15% no curso dun ano. Ao ano seguinte aumenta un 16%. Cal foi a porcentaxe de aumento en total?



Números índice

Os **índices simples** dan a variación relativa dunha magnitude entre dous períodos distintos nos que un deles se toma como referencia.

O IPC

O **índice de prezos ao consumo, IPC**, é o número índice que estuda a variación do custo da vida no transcurso dun tempo.

Para calcular o IPC selecciónanse unhas mostras de artigos de consumo habitual e calcúlase a variación no prezo.

Exemplo

Se un quilo de carne de vacún custaba en novembro 11,50 € e subiu a 12,19 € en decembro, o incremento é:

$$\frac{12,19}{11,50} = 1,06 \quad \boxed{12,19} \div \boxed{11,5} = \boxed{1,06}$$

O índice de variación é 1,06, logo a porcentaxe de subida é o 6%

- 89** Se o incremento do IPC do último ano foi dun 3% e as pensións dos xubilados deben subir de acordo co dito índice, calcula canto cobrará coa subida un xubilado cuxa pensión é de 480,81 €

Comproba o que sabes



- 1** Define que son magnitudes inversamente proporcionais e pon un exemplo.
- 2** Calcula o cuarto proporcional nas seguintes proporcións:
 - a) $\frac{x}{21} = \frac{30}{35}$
 - b) $\frac{4,2}{2,8} = \frac{4,5}{x}$
- 3** Mercáronse 250 g de queixo por 3,2 €. Canto pagaremos por 450 gramos?
- 4** Catro amigos repártense o alugueiro dun apartamento de verán. Cada un paga 375 €. De unírense dous amigos máis, canto pagaría cada un?
- 5** Nunha tenda mercamos un televisor cunha rebaixa do 20% e cóbrannos o 16% de IVE. Se pagamos 232 € por el, cal era o seu prezo inicial?
- 6** Dez obreiros asfaltan 80 km en 24 días. Cantos obreiros farán falta para asfaltar 220 km en 30 días?
- 7** A que rédito se depositaron 4 200 € durante 14 meses se se obtivo un interese de 196 €?
- 8** Os tres primeiros clasificados dunha competición deben repartirse 17 930 € en partes inversamente proporcionais ao posto no que quedaron. Canto percibe cada un?



4. PROPORCIONALIDADE

Paso a paso

Axusta a configuración: na barra de menú elixe **Opcións/Axustes de Modo.../Simplificación/Restablecer**

90 Calcula o cuarto proporcional:

$$\frac{6,25}{23,4} = \frac{7,5}{x}$$

Solución:

a) Na **Entrada de Expresións** escribe:

$$6.25/23.4 = 7.5/x$$

b) Preme ☒ **Introducir Expresión**

c) Na barra de ferramentas elixe ☐ **Resolver ou despexar** e fai clic en **Resolver**

d) Na barra de ferramentas elixe ☐ **Aproximar**

$$x = 28.08$$

Enuncia os seguintes problemas e resólveos coa axuda de DERIVE:

91 Se 7 kg de mazás custan 14,7 €, canto custarán 12 kg?

Solución:

Formulación:

Peso (kg) (D) Diñeiro (€)

$$\left. \begin{array}{l} 7 \longrightarrow 14,7 \\ 12 \longrightarrow x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{7}{12} = \frac{14,7}{x}$$

a) Na **Entrada de Expresións** escribe:

$$7/12 = 14.7/x$$

b) Resolve a ecuación como antes:

$$x = 25,2 \text{ €}$$

92 Un gandeiro ten forraxe para alimentar a 15 vacas durante 8 días. Se merca 5 vacas máis, cantos días poderá alimentar o gando coa mesma forraxe?

Solución:

Formulación

Nº de vacas (I) Tempo (días)

$$\left. \begin{array}{l} 15 \longrightarrow 8 \\ 20 \longrightarrow x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{20}{15} = \frac{8}{x}$$

a) Na **Entrada de Expresións** escribe:

$$20/15 = 8/x$$

b) Resolve a ecuación como antes:

$$x = 6 \text{ días}$$

93 Fomos de compras e pagamos por un abrigo 473,28 € aplicando un 15% de desconto e un 16% de IVE. Canto custaba o abrigo inicialmente?

Solución:

Formulación: $473,28 : (0,85 \cdot 1,16)$

a) Na **Entrada de Expresións** escribe:

$$473.28/(0.85*1.16)$$

b) Preme ☒ **Introducir e Aproximar**

$$480$$

O prezo era 480 €

94 Dous obreiros canalizan 100 m de tubo para auga durante 10 días. Cantos días tardarán en canalizar 350 m de tubo 5 obreiros?

Solución:

Formulación:

$$\left. \begin{array}{l} \text{(I)} \\ \text{(D)} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{5}{2} \cdot \frac{100}{350} = \frac{10}{x}$$

Nº de obreiros	Lonxitude (m)	Tempo (días)
2	100	10
5	350	x

a) Na **Entrada de Expresións** escribe:

$$(5/2)(100/350) = 10/x$$

b) Resolve a ecuación e aproxima o resultado

$$x = 14$$

Tardarán 14 días.

95 Internet. Abre a páxina web: www.xerais.es e elixe **Matemáticas, curso e tema.**

Así funciona

Calcular o cuarto proporcional é resolver unha ecuación:

- Introdúcese na barra de **Entrada de Expresións** a proporción.
- Prémese  **Introducir Expresión** e a ecuación pasa á **Ventá Álgebra**
- Na barra de ferramentas elíxese  **Resolver ou despexar**
- Na ventá **Resolver ecuación** faise *clic* no botón **Resolver**
- Se se quere a solución en forma de número decimal, elíxese na barra de menús  **Aproximar**

Practica

96 Calcula o cuarto proporcional nas seguintes proporcións:

a) $\frac{x}{32} = \frac{45}{72}$

b) $\frac{4}{5} = \frac{1,2}{x}$

97 Calcula o medio proporcional nas seguintes proporcións continuas:

a) $\frac{9}{x} = \frac{x}{16}$

b) $\frac{x}{0,6} = \frac{2,4}{x}$

Enuncia os seguintes problemas e resólveos coa axuda de DERIVE:

98 Un tubo de 15 m de lonxitude pesa 210 kg. Cal será a lonxitude dun tubo que pesa 308 kg se é do mesmo material e da mesma sección?

99 Catro amigos reparten o alugueiro dun apartamento de verán. Cada un paga 375 €. De unírense dous amigos máis, canto pagaría cada un?

100 Unha familia de 5 membros pódese manter durante 8 meses con 5 000 €. Cantas persoas se poderían manter durante 15 meses con 30 000 €?

101 Calcula o interese producido por un capital de 9 000 € ao 5,5% en 3 anos.

102 Que capital se debe depositar ao 5% para que despois de 2 anos produza 400 €?

103 Na factura dun taller aplican un 16% de IVE sobre un importe de 168 €. Canto se paga en total?

104 Nunha factura de 350 € aplícanos un 20% de desconto e un 16% de IVE. Calcula o importe total da factura.

105 Nunha tenda mercamos un televisor cunha rebaixa do 20% e cóbrannos o 16% de IVE. Se pagamos 232 € por el, cal era o seu prezo inicial?

106 Nunha disolución de 120 ml hai 14,4 ml de auga e o resto de alcohol. Que porcentaxe de alcohol hai na disolución?

107 Nunha compra a prazos de 4 570,5 € que realizamos soben o prezo un 15,25%. Canto se pagará en total?

108 Pasáronnos unha factura cun 16% de IVE, sendo a cantidade inicial de 850 €. Se fixeron un desconto e a cantidade final a aboar é 788,8 €, que porcentaxe de desconto fixeron?



4. PROPORCIONALIDADE

Paso a paso

- 90 Calcula o cuarto proporcional:

$$\frac{6,25}{23,4} = \frac{7,5}{x}$$

Solución:

- a) Para escribir a ecuación elixe en **Operacións** a opción **resolver ecuación**. En cada un dos membros elixe **Fración** e escribe a ecuación.

4. Proporcionalidade
Xiana Outeiro Vilar
Brais Méndez Eiras
Paso a paso

Exercicio 90

$$\text{resolver}\left(\frac{6.25}{23.4} = \frac{7.5}{x}\right) \rightarrow \{x=28.08\}$$

- b) Preme **Calcular**

Enuncia os seguintes problemas e resólveos coa axuda de Wiris:

- 91 Se 7 kg de mazás custan 14,7 €, canto custarán 12 kg?

Solución:

Formulación:

Peso (kg) (D) Diñeiro (€)

$$\left. \begin{array}{l} 7 \longrightarrow 14,7 \\ 12 \longrightarrow x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{7}{12} = \frac{14,7}{x}$$

- a) Introduce a ecuación.

- b) Preme **Calcular**

$$x = 25,2 \text{ €}$$

Custarán 25,2 €

- 92 Un gandeiro ten forraxe para alimentar a 15 vacas durante 8 días. Se merca 5 vacas máis, cantos días poderá alimentar o gando coa mesma forraxe?

Solución:

Formulación

Nº de vacas (I) Tempo (días)

$$\left. \begin{array}{l} 15 \longrightarrow 8 \\ 20 \longrightarrow x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{20}{15} = \frac{8}{x}$$

- a) Introduce a ecuación.

- b) Preme **Calcular**

$$x = 6$$

Poderá alimentar o gando durante 6 días.

- 93 Fomos mercar un abrigo e pagamos por el 473,28 € aplicándonos un 15% de desconto e un 16% de IVE. Canto custaba o abrigo inicialmente?

Solución:

Formulación: $473,28 : (0,85 \cdot 1,16)$

- a) Escribe:

$$473.28 / (0.85 \cdot 1.16)$$

- b) Preme **Calcular**

$$480$$

O prezo era 480 €

- 94 Dúas obreiras canalizan 100 m de tubo para auga durante 10 días. Cantos días tardarán en canalizar 350 m de tubo 5 obreiras?

Solución:

Formulación:

	(I)		
		(D)	
Nº de obreiros	Lonxitude (m)	Tempo (días)	
2	100	10	}
5	350	x	
	$\frac{5}{2} \cdot \frac{100}{350} = \frac{10}{x}$		

- a) Introduce a ecuación.

- b) Preme **Calcular**

Problema 94

$$\text{resolver}\left(\frac{5}{2} \cdot \frac{100}{350} = \frac{10}{x}\right) \rightarrow \{x=14\}$$

Tardarán 14 días

- 95 **Internet.** Abre a páxina web: www.xerais.es e elixe **Matemáticas, curso e tema.**

Así funciona

Calcular o cuarto proporcional

Consiste en resolver unha ecuación. Para escribir a ecuación, elíxese en **Operacións** a opción **resolver ecuación**. En cada un dos membros elíxese **Fracción** e escríbese a ecuación.

No caso de que os datos sexan todos números enteiros e se desexe a solución en forma de número decimal, ao introducir os datos hai que rematar algunha das cantidades en punto.

Proporcional directa ou inversa

Nos problemas de proporcionalidade é fundamental observar se é de proporcionalidade directa ou inversa. Na formulación da proporción colócase:

- Se é de proporcionalidade **directa**, nos numeradores colócanse respectivamente as cantidades coñecidas que se correspondan das dúas magnitudes. Nos denominadores colócanse, respectivamente, as cantidades coñecida e descoñecida que se correspondan das dúas magnitudes.
- Se é de proporcionalidade **inversa**, faise como nos de proporcionalidade directa, pero invertindo a primeira fracción.

Practica

- 96** Calcula o cuarto proporcional nas seguintes proporcións:

$$a) \frac{x}{32} = \frac{45}{72}$$

$$b) \frac{4}{5} = \frac{1,2}{x}$$

- 97** Calcula o medio proporcional nas seguintes proporcións continuas:

$$a) \frac{9}{x} = \frac{x}{16}$$

$$b) \frac{x}{0,6} = \frac{2,4}{x}$$

Enuncia os seguintes problemas e resólveos coa axuda de Wiris:

- 98** Un tubo de 15 m de lonxitude pesa 210 kg. Cal será a lonxitude dun tubo que pesa 308 kg se é do mesmo material e da mesma sección?
- 99** Catro amigos repártense o alugueiro dun apartamento de verán. Cada un paga 375 €. De unírense dous amigos máis, canto pagaría cada un?
- 100** Unha familia de 5 membros pódese manter durante 8 meses con 5 000 €. Cantas persoas poderían manterse durante 15 meses con 30 000 €?
- 101** Calcula o interese producido por un capital de 9 000 € ao 5,5% en 3 anos.

- 102** Que capital se debe depositar ao 5% para que despois de 2 anos produza 400 €?

- 103** Na factura dun taller aplican un 16% de IVE sobre un importe de 168 €. Canto se paga en total?

- 104** Nunha factura de 350 € aplícanos un 20% de desconto e un 16% de IVE. Calcula o importe total da factura.

- 105** Nunha tenda mercamos un televisor cunha rebaixa do 20% e cóbrannos o 16% de IVE. Se pagamos 232 € por el, cal era o seu prezo inicial?

- 106** Nunha disolución de 120 ml hai 14,4 ml de auga e o resto de alcohol. Que porcentaxe de alcohol hai na disolución?

- 107** Nunha compra a prazos de 4 570,5 € que fixemos, soben o prezo un 15,25%. Canto se pagará en total?

- 108** Pasáronnos unha factura cun 16% de IVE, sendo a cantidade inicial de 850 €. Se fixeron un desconto e a cantidade final a aboar é 788,8 €, que porcentaxe de desconto fixeron?