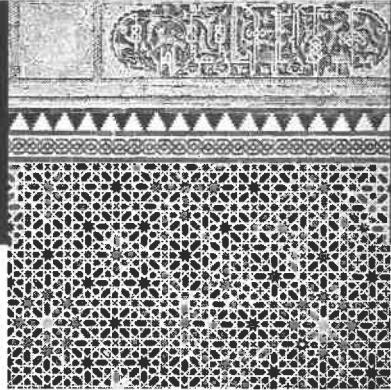


11 Movements



1. Transformacións xeométricas

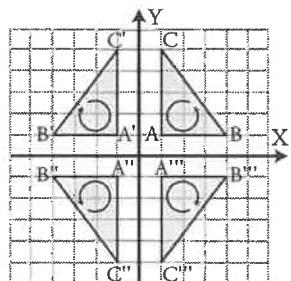
PENSA E CALCULA

Considerando positivo o sentido contrario ás agullas do reloxo, e percorrendo os vértices do triángulo rectángulo en orde alfabetica, di en que cuadrantes é positivo o sentido do percorrido e en cales é negativo.

Solución:

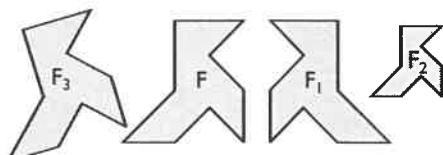
É positivo nos cuadrantes 1º e 3º

É negativo nos cuadrantes 2º e 4º



APLICA A TEORÍA

- 1 Da figura F obtéñense as figuras F_1 , F_2 e F_3 mediante unha transformación. Di cales son movementos ou isometrías e clasifícalos.



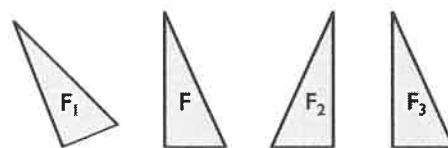
Solución:

Son movementos: F_1 e F_3

F_1 é unha simetría axial.

F_3 é un xiro.

- 2 Da figura F obtéñense as figuras F_1 , F_2 e F_3 mediante un movemento. Di que tipo de movementos son e indica cales son directos e cales inversos.



Solución:

F_1 é un xiro, que é un movemento directo.

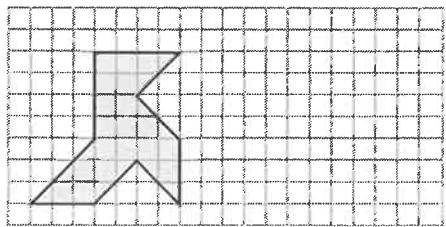
F_2 é unha simetría axial, que é un movemento inverso.

F_3 é unha translación, que é un movemento directo.

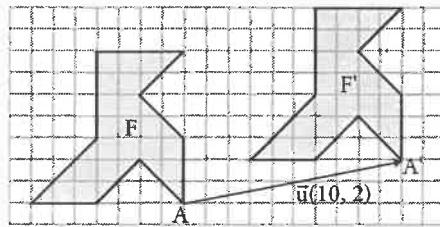
2. Vectores e translacións

PENSA E CALCULA

Debuxa a paxarela no teu caderno 10 unidades á dereita e 2 cara a arriba.



Solución:

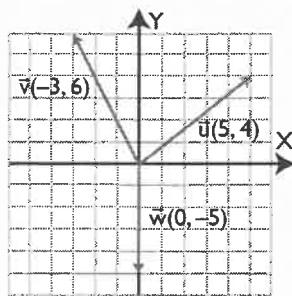


APLICA A TEORÍA

- 3** Debuxa uns eixes coordenados e representa neles os seguintes vectores de forma que a orixe de cada vector sexa a orixe de coordenadas:

- $\vec{u}(5, 4)$
- $\vec{v}(-3, 6)$
- $\vec{w}(0, -5)$

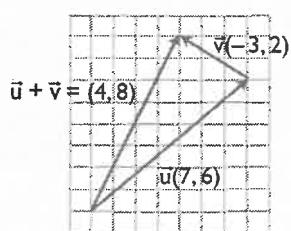
Solución:



- 4** Suma de forma analítica e xeométrica os vectores $\vec{u}(7, 6)$ e $\vec{v}(-3, 2)$

Solución:

$$\vec{u} + \vec{v} = (4, 8)$$

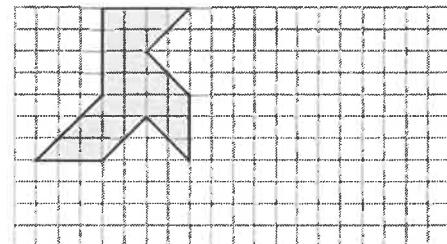


- 5** Pon tres exemplos da vida real nos que se utilice unha translación.

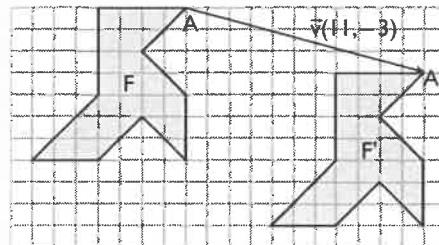
Solución:

- Unha ventá dun coche cando sobe e baixa.
- Unha porta corredeira cando abre e pecha.
- Un ascensor cando sobe e baixa.

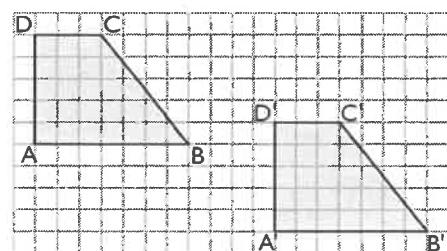
- 6** Dada a paxarela do debuxo, trasládaa segundo o vector $\vec{v}(11, -3)$



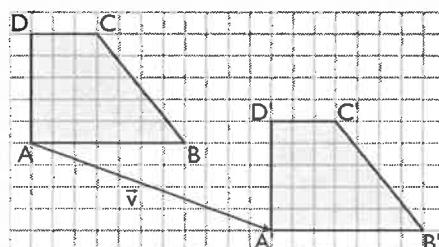
Solución:



- 7** Calcula o vector que transforma o trapecio ABCD no trapecio A'B'C'D'

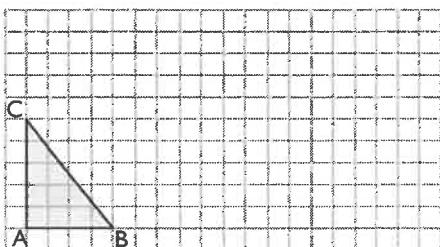


Solución:



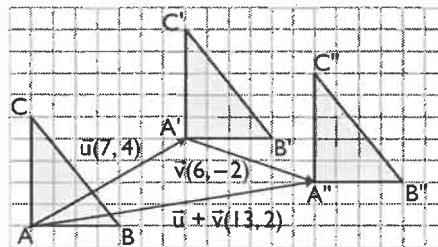
$$\vec{v}(11, -4)$$

- 8** Busca a composición das translacións de vectores $\vec{u}(7, 4)$ e $\vec{v}(6, -2)$ e escribe o vector correspondente. Despois aplica a translación resultante ao triángulo do debuxo.



Solución:

$$\vec{u} + \vec{v} = (13, 2)$$

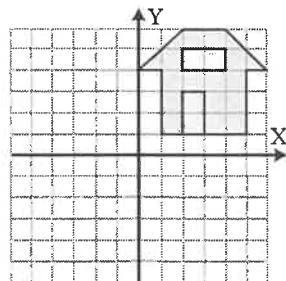
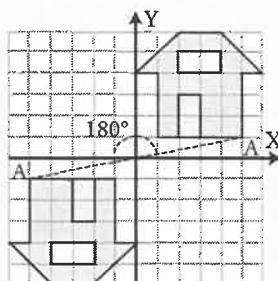


3. Xiros e simetría central

PENSA E CALCULA

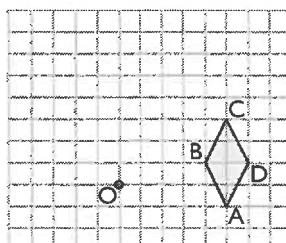
Debuxa no teu caderno a casa simétrica do debuxo respecto á orixe de coordenadas. Marca o homólogo dun punto calquera e calcula o ángulo que xirou respecto á orixe de coordenadas.

Solución:

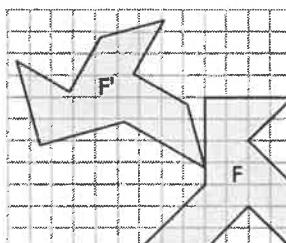


APLICA A TEORÍA

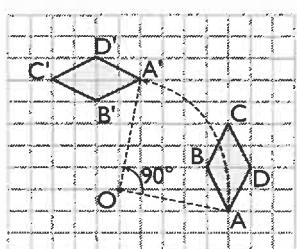
- 9** Aplica ao rombo da figura un xiro de 90° respecto ao centro O



- 10** Calcula o centro de xiro que transforma a paxarela F na paxarela F'

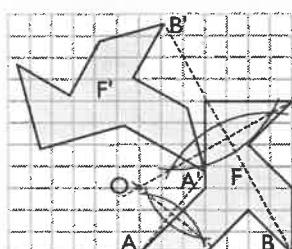


Solución:

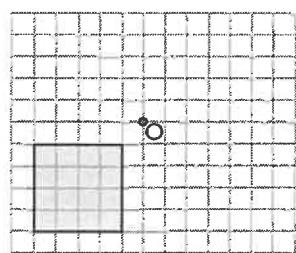


Solución:

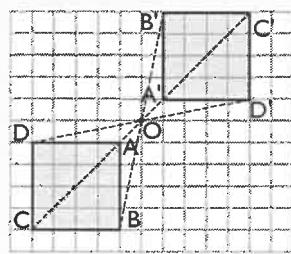
O centro de xiro é o punto de corte das mediatrices dos segmentos AA' e BB'



- 11** Aplica ao cadrado da figura unha simetría central de centro o punto O



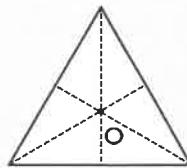
Solución:



- 12** Debuxa un triángulo equilátero e busca o seu centro de xiro. Canto ten que xirar para que coincida consigo mesmo?

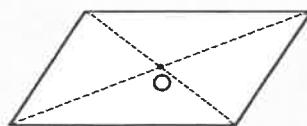
Solución:

120° , ou ben 240°



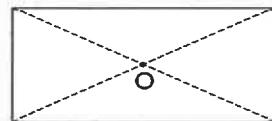
- 13** Debuxa un romboide e o seu centro de simetría.

Solución:



- 14** Debuxa un rectángulo. Busca un centro e un argumento de xiro para que sexa dobre ou invariante.

Solución:



O argumento deber ser 180°

- 15** Pon tres exemplos da vida real nos que se utilice un xiro.

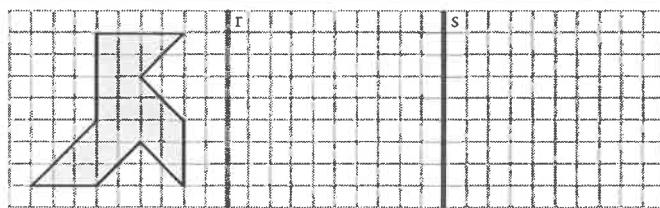
Solución:

- Ao abrir unha porta de bisagras.
- Ao pasar as follas dun libro.
- As aspas dun muíño de enerxía eólica.

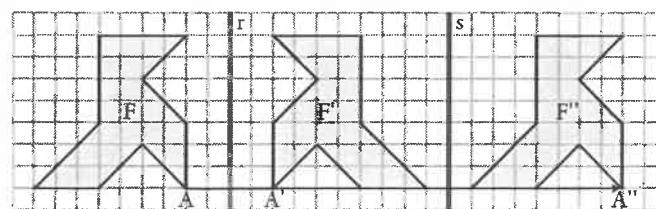
4. Simetría axial. Frisos e mosaicos

PENSA E CALCULA

Debuxa a simétrica da paxarela respecto á recta r, e logo da obtida respecto da recta s. Define o movemento que trasforma a paxarela da esquerda na da dereita.



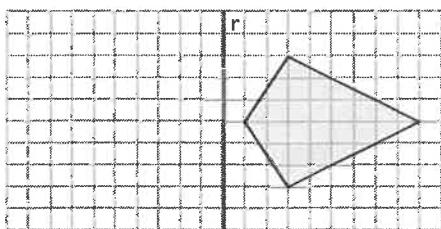
Solución:



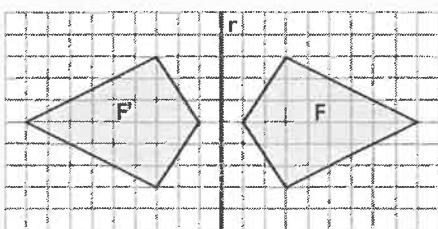
A composición corresponde a unha translación cuxo vector ten por módulo o dobre da distancia que hai entre os dous eixes, a dirección é perpendicular aos eixes e o sentido vai dende o primeiro eixe ao segundo.

APLICA A TEORÍA

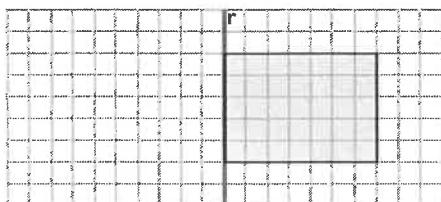
- 16** Debuxa no teu caderno o papaventos simétrico do do debuxo respecto ao eixe r



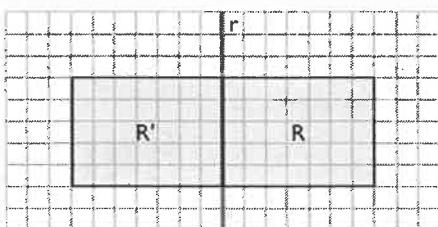
Solución:



- 17** Debuxa no teu caderno o simétrico do rectángulo seguinte respecto ao eixe r

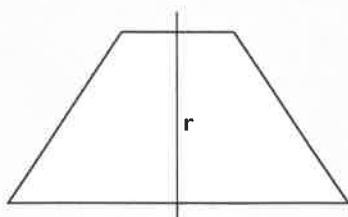


Solución:

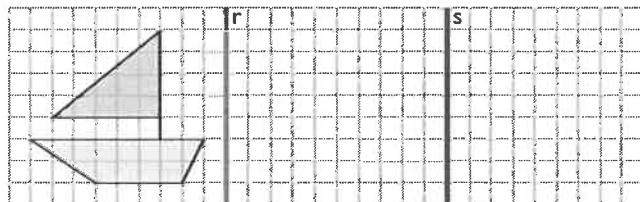


- 18** Debuxa un trapecio isósceles e o seu eixe de simetría.

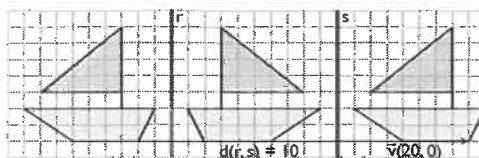
Solución:



- 19** Debuxa no teu caderno o simétrico do barco respecto á recta r , e despois o simétrico do obtido respecto á recta s . A que movemento corresponde a composición das dúas simetrias?



Solución:



A composición corresponde a unha translación cuxo vector ten por módulo o dobre da distancia que hai entre os dous eixes, a dirección é perpendicular aos eixes e o sentido vai dende o primeiro eixe ao segundo.

- 20** Debuxa un friso.

Solución:

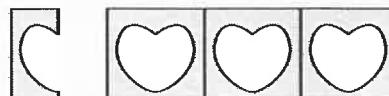
Solución aberta, por exemplo:



- 21** Fai un friso recortando unha tira de papel dobrada varias veces.

Solución:

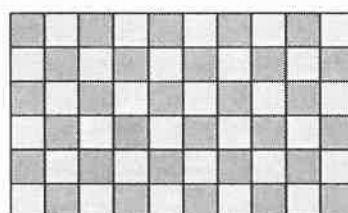
Solución aberta, por exemplo:



- 22** Debuxa un mosaico regular.

Solución:

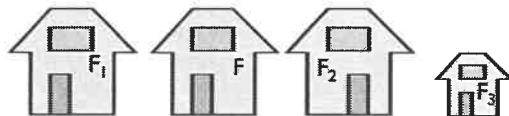
Solución aberta, por exemplo:



Exercicios e problemas

1. Transformacións xeométricas

- 23** Da figura F obtéñense as figuras F_1, F_2 e F_3 mediante unha transformación. Di cales son movementos ou isometrías e clasifícalos.



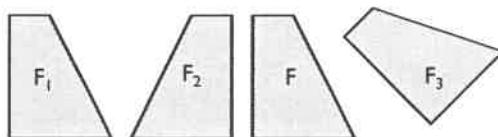
Solución:

Son movementos: F_1 e F_2

F_1 é unha translación.

F_2 é unha simetría axial.

- 24** Da figura F obtéñense as figuras F_1, F_2 e F_3 mediante un movemento. Di que tipo de movementos son e indica cales son directos e inversos.



Solución:

F_1 é unha translación, que é un movemento directo.

F_3 é unha simetría axial, que é inverso.

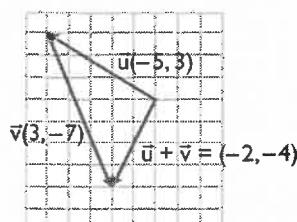
F_3 é un xiro, que é un movemento directo.

2. Vectores e translacións

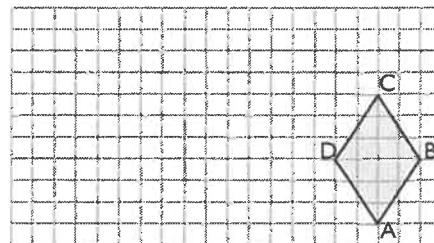
- 25** Suma de forma analítica e xeométrica os vectores $\vec{u}(-5, 3)$ e $\vec{v}(3, -7)$

Solución:

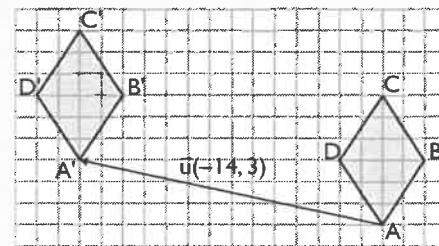
$$\vec{u} + \vec{v} = (-2, -4)$$



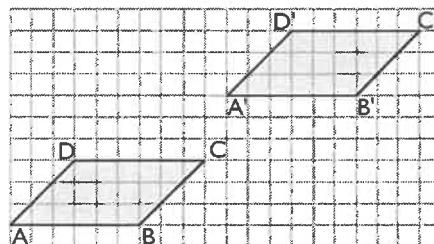
- 26** Dado o rombo da figura, trasláalo segundo o vector $\vec{v}(-14, 3)$



Solución:

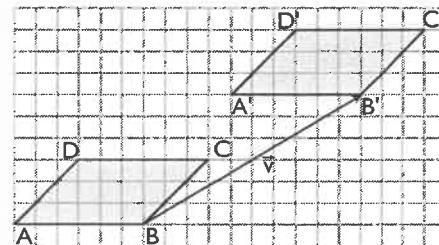


- 27** Calcula o vector que transforma o romboide ABCD no romboide A'B'C'D'



Solución:

$$\vec{v}(10, 6)$$

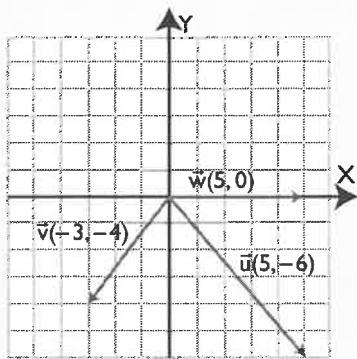


- 28** Debuxa uns eixes coordenados e representa neles os seguintes vectores de forma que a súa orixe sexa a orixe de coordenadas:

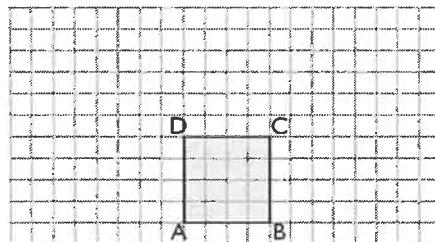
a) $\vec{u}(5, -6)$ b) $\vec{v}(-3, -4)$ c) $\vec{w}(5, 0)$

Exercicios e problemas

Solución:

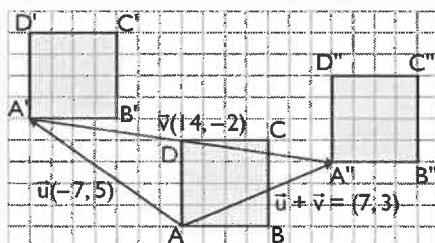


- 29 Busca a composición das translacións de vectores $\vec{u}(-7, 5)$ e $\vec{v}(14, -2)$ e escribe o vector correspondente. Aplica a translación resultante ao cadrado do debuxo.



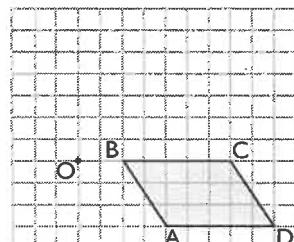
Solución:

$$\vec{u} + \vec{v} = (7, 3)$$

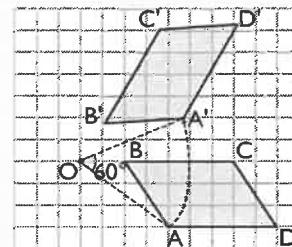


3. Xiros e simetría central

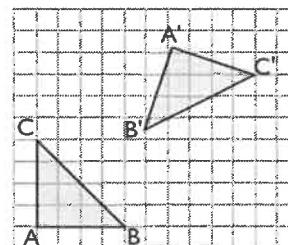
- 30 Aplica un xiro de 60° ao romboide da figura respecto ao centro O



Solución:

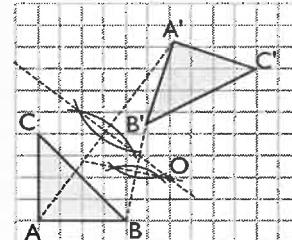


- 31 Calcula o centro de xiro que transforma o triángulo rectángulo ABC no A'B'C'

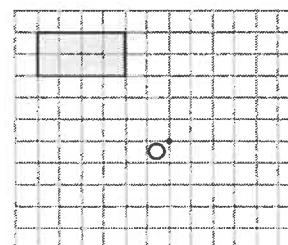


Solución:

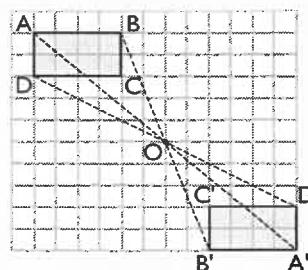
O centro de xiro é o punto de corte das mediatrixes AA' e BB'



- 32 Aplica ao rectángulo da figura seguinte unha simetría central de centro o punto O:



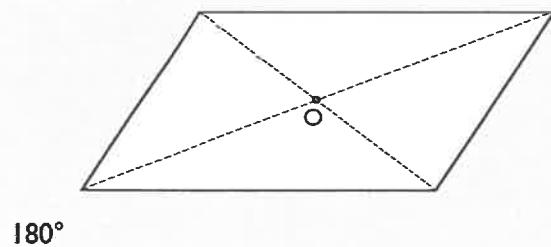
Solución:



Exercicios e problemas

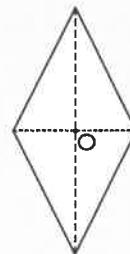
33 Debuxa un romboide e busca o seu centro de xiro. Canto ten que xirar para que coincida consigo mesmo?

Solución:



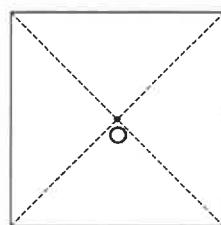
34 Debuxa un rombo e o seu centro de simetría.

Solución:



35 Debuxa un cadrado. Busca un centro e un argumento de xiro para que sexa dobre ou invariante.

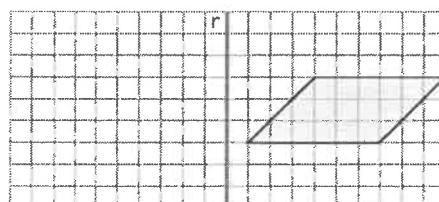
Solución:



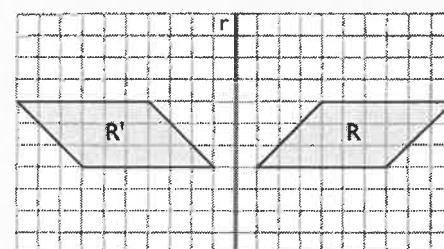
Os argumentos poden ser: 90° , 180° e 270°

4. Simetría axial. Frisos e mosaicos

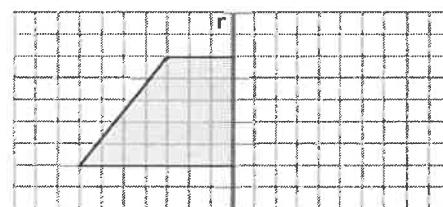
36 Debuxa o simétrico do romboide do debuxo seguinte respecto ao eixe r



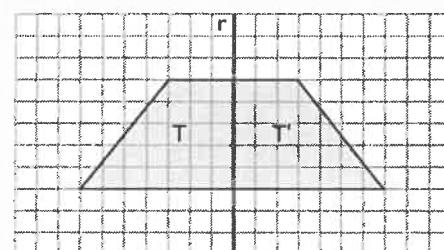
Solución:



37 Debuxa o simétrico do trapecio rectángulo do debuxo respecto ao eixe r

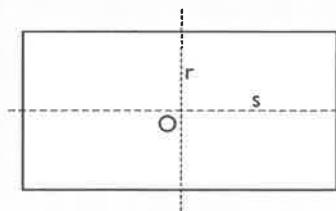


Solución:



38 Debuxa un rectángulo e os seus eixes de simetría.

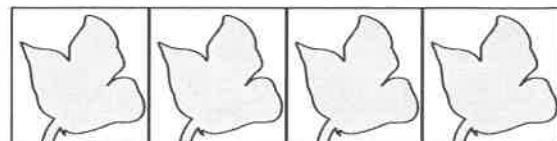
Solución:



39 Debuxa un friso.

Solución:

Solución aberta, por exemplo:

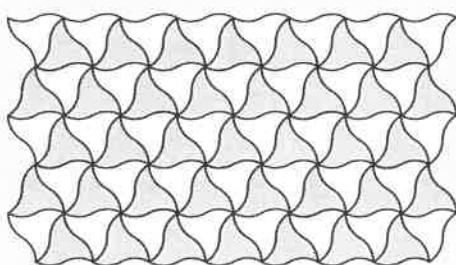


Exercicios e problemas

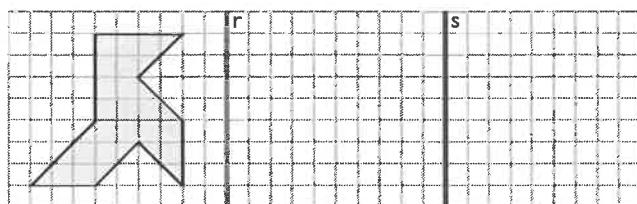
40 Debuxa un mosaico que non sexa regular nin semirregular.

Solución:

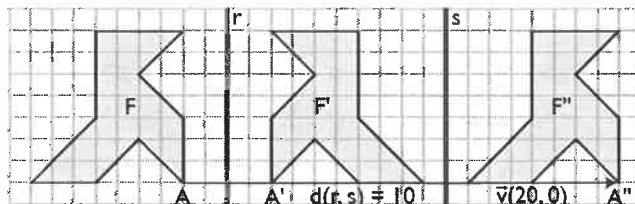
Solución aberta, por exemplo:



41 Debuxa a paxarela simétrica do debuxo respecto á recta r e despois a simétrica da obtida respecto á recta s . A que movemento corresponde a composición das dúas simetrías?



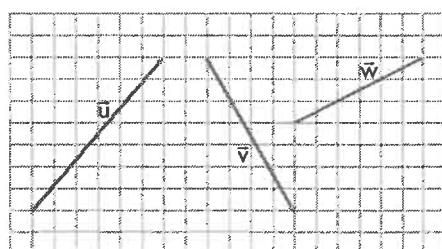
Solución:



A composición corresponde a unha translación cuxo vector ten por módulo o dobre da distancia que hai entre os dous eixes, a dirección é perpendicular aos eixes e o sentido vai dende o primeiro eixe ao segundo.

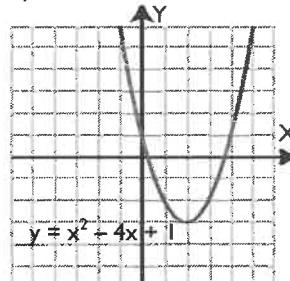
Para ampliar

43 Escribe as coordenadas dos vectores do seguinte debuxo e calcula os seus módulos:

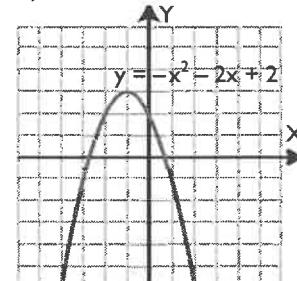


42 Debuxa o eixe de simetría das seguintes paráboas e busca a súa fórmula ou ecuación.

a)

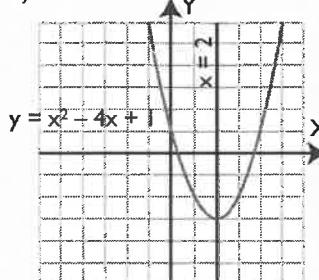


b)



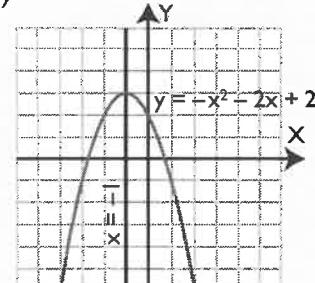
Solución:

a)



O eixe de simetría é $x = 2$

b)



O eixe de simetría é $x = -1$

Solución:

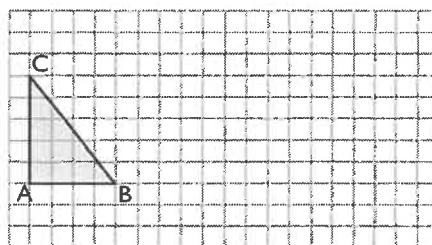
$$\vec{u}(6, 7) \Rightarrow |\vec{u}| = \sqrt{6^2 + 7^2} = \sqrt{85} = 9,22$$

$$\vec{v}(4, -7) \Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{4^2 + (-7)^2} = \sqrt{65} = 8,06$$

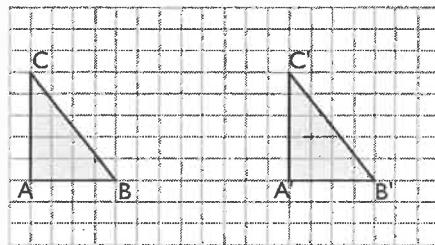
$$\vec{w}(-6, -3) \Rightarrow |\vec{w}| = \sqrt{(-6)^2 + (-3)^2} = \sqrt{45} = 6,71$$

Exercicios e problemas

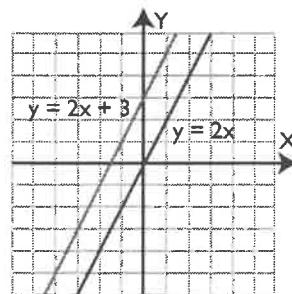
- 44** Dado o triángulo rectángulo da figura, trasládao segundo o vector $\vec{v}(12, 0)$



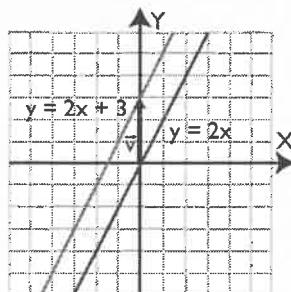
Solución:



- 45** Busca un vector que transforme a recta azul do seguinte debuxo na recta vermella:



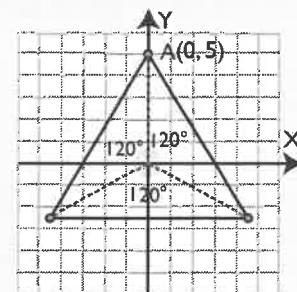
Solución:



$$\vec{v}(0, 3)$$

- 46** Debuxa uns eixes coordenados e aplica reiteradamente ao punto A(0, 5) un xiro de centro a orixe de coordenadas O(0, 0) e argumento 120° . Une mediante segmentos os puntos que vas obtendo. Que figura xeraches?

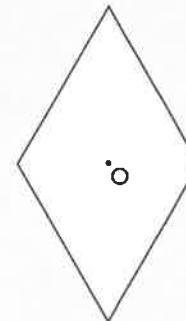
Solución:



Xerouse un triángulo equilátero.

- 47** Debuxa un rombo. Busca un centro e un argumento de xiro para que sexa dobre ou invariante.

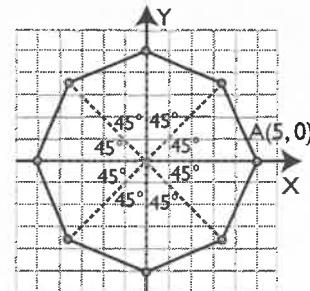
Solución:



O argumento é 180°

- 48** Debuxa uns eixes coordenados e aplica reiteradamente ao punto A(5, 0) un xiro de centro a orixe de coordenadas O(0, 0) e argumento 45° . Une mediante segmentos os puntos que vas obtendo. Que figura xeraches?

Solución:

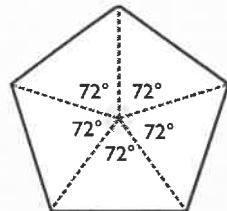


Xerouse un octágono regular.

Exercicios e problemas

- 49 Debuxa un pentágono regular e busca o seu centro de xiro. Canto ten que xirar para que coincida consigo mesmo?

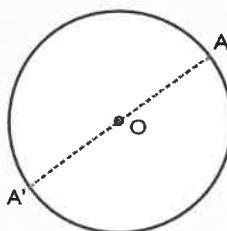
Solución:



Un dos seguintes argumentos: $72^\circ, 144^\circ, 216^\circ$ e 288°

- 50 Debuxa unha circunferencia e o seu centro de simetría.

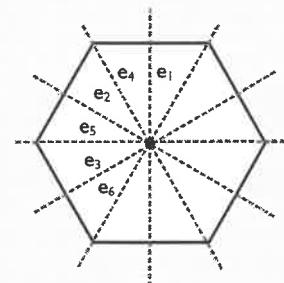
Solución:



O centro de simetría é o centro da circunferencia.

- 51 Debuxa un hexágono regular e os seus eixes de simetría. Cantos ten?

Solución:

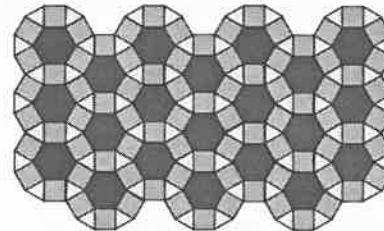


Ten 6 eixes de simetría.

- 52 Debuxa un mosaico semirregular.

Solución:

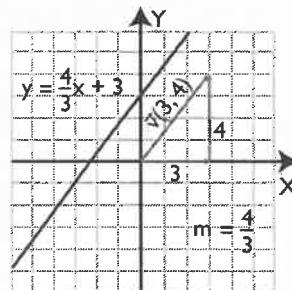
Solución aberta, por exemplo:



Problemas

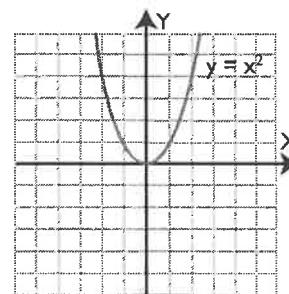
- 53 Debuxa nuns eixes coordenados unha recta que sexa dobre ou invariante pola translación do vector $\vec{v}(3, 4)$. Que pendente ten?

Solución:



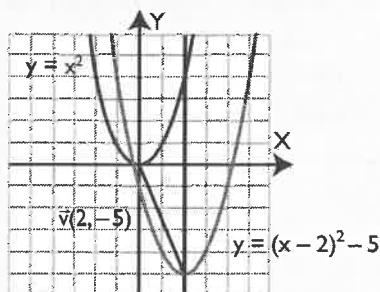
A pendente é $m = 4/3$

- 54 Traslada a parábola do debuxo segundo o vector $\vec{v}(2, -5)$ e formula a ecuación da nova parábola.



Exercicios e problemas

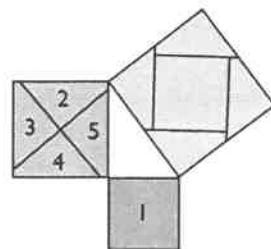
Solución:



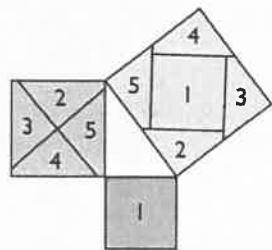
A nova ecuación é:

$$y = x^2 - 4x - 1$$

- 55** Demostra o teorema de Pitágoras aplicando translacións ás superficies numeradas como 1, 2, 3, 4 e 5

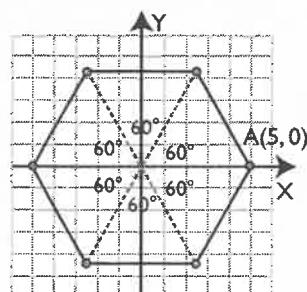


Solución:



- 56** Debuxa uns eixes coordenados e aplica reiteradamente ao punto A(5, 0) un xiro de centro a orixe de coordenadas O(0, 0) e argumento 60° . Une mediante segmentos os puntos que vas obtendo. Que figura xeraches?

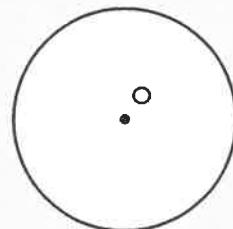
Solución:



Un hexágono regular.

- 57** Debuxa unha circunferencia. Busca un centro e un argumento de xiro para que sexa dobre ou invariante.

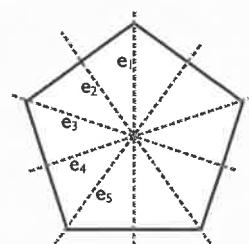
Solución:



O centro de xiro é o centro da circunferencia e como argumento serve calquera.

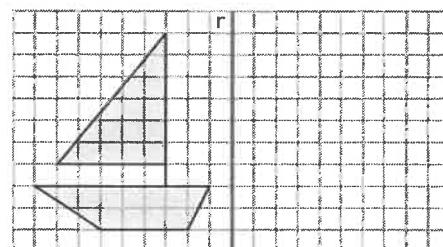
- 58** Debuxa un pentágono regular e os seus eixes de simetría. Cuntos ten?

Solución:

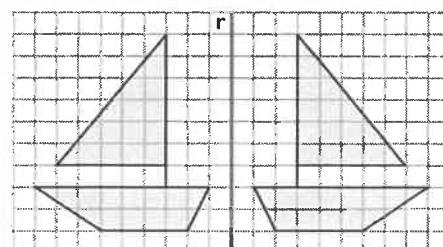


Ten cinco eixes de simetría.

- 59** Busca o simétrico do barco respecto ao eixe r



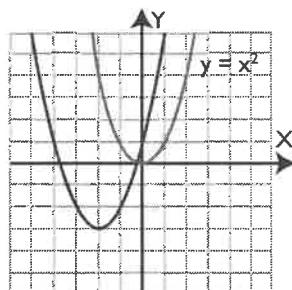
Solución:



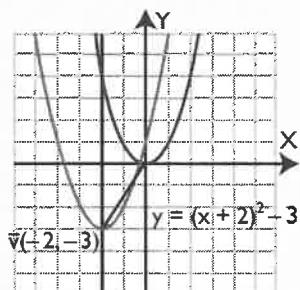
Exercicios e problemas

Para profundar

- 60** Calcula o vector que transforma a parábola vermella na parábola azul do seguinte debuxo e formula a ecuación da nova parábola.



Solución:

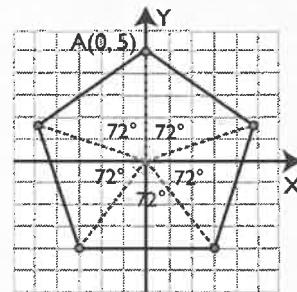


$$\vec{v}(-2, -3)$$

$$y = x^2 + 4x + 1$$

- 61** Debuxa uns eixes coordinados e aplica reiteradamente ao punto $A(0, 5)$ un xiro de centro a orixe de coordenadas $O(0, 0)$ e argumento 72° . Une mediante segmentos os puntos que vas obtendo. Que figura xeraches?

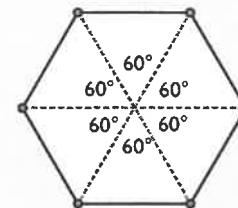
Solución:



Un pentágono regular.

- 62** Debuxa un hexágono. Busca un centro e un argumento de xiro para que sexa dobre ou invariante.

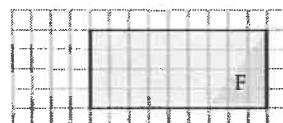
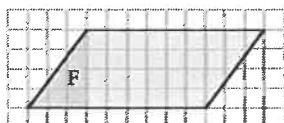
Solución:



O centro de xiro é o centro do hexágono e o argumento pode ser: $60^\circ, 120^\circ, 180^\circ, 240^\circ$ e 300°

Aplica as túas competencias

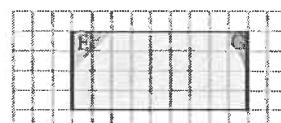
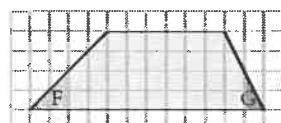
- 63** Que movementos hai que aplicar á figura F para transformar un romboide nun rectángulo que ten a mesma base e a mesma altura?



Solución:

Unha translación de vector: $\vec{v}(9, 0)$

- 64** Que movementos hai que aplicar ás figuras F e G para transformar un trapezio nun rectángulo que ten por base a media das dúas bases do trapezio e por altura a mesma do trapezio?



Solución:

Unha simetría central, de centro o vértice superior ou un xiro de 180°

Comproba o que sabes

- 1** Define que é un vector e di cales son as súas características. Pon un exemplo.

Solución:

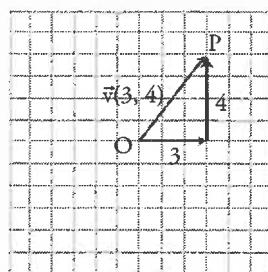
Un **vector** é un segmento orientado.

Características dun vector

As características dun vector son:

- Módulo:** é a lonxitude do vector. Representase por $|\vec{v}|$
- Dirección:** é a definida pola recta que o contén.
- Sentido:** é o indicado pola punta da frecha.

Exemplo

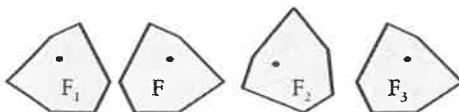


$\vec{v}(3, 4)$ é un vector que ten unha compoñente horizontal de 3 unidades e unha compoñente vertical de 4 unidades.

O é a orixe e P o extremo.

- Módulo: calcúllase aplicando o teorema de Pitágoras.
 $|\vec{v}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$ unidades.
- Dirección: é a da recta que pasa por O e P
- Sentido: é o que vai de O cara a P

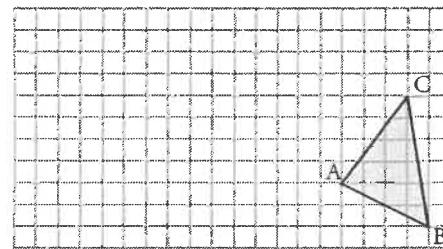
- 2** Da figura F obtéñense as figuras F_1 , F_2 e F_3 mediante un movemento. Di que tipos de movemento son e indica cales son directos e cales inversos.



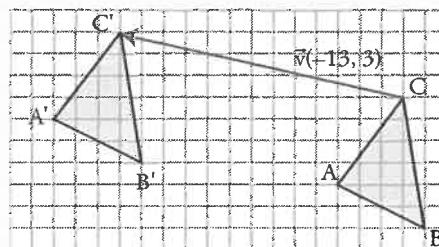
Solución:

- F_1 é unha simetría axial, que é inverso.
- F_2 é un xiro, que é un movemento directo.
- F_3 é unha translación, que é un movemento directo.

- 3** Dado o triángulo da figura da dereita, trasláalo segundo o vector $\vec{v}(-13, 3)$

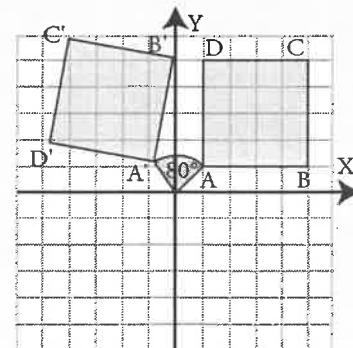


Solución:



- 4** Debuxa nuns eixes coordenados o cadrado que ten os vértices nos puntos $A(1, 1)$, $B(5, 1)$, $C(5, 5)$ e $D(1, 5)$, e aplícalle un xiro de centro a orixe $O(0, 0)$ e amplitude 80°

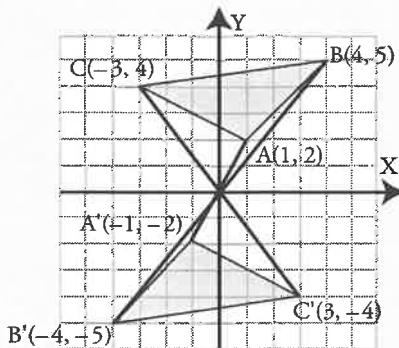
Solución:



Comproba o que sabes

- 5** Debuxa nuns eixes coordenados o triángulo que ten os vértices nos puntos $A(1, 2)$, $B(4, 5)$ e $C(-3, 4)$, e aplícalle unha simetría central de centro a orixe $O(0, 0)$

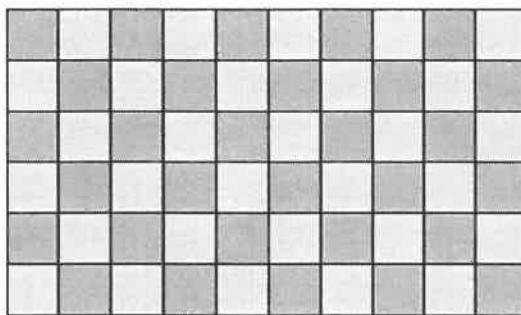
Solución:



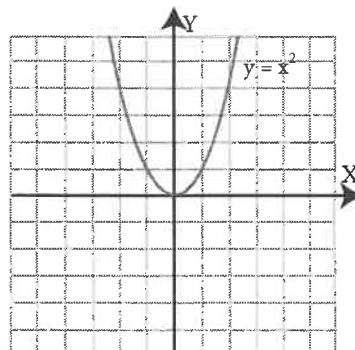
- 6** Debuxa un mosaico regular.

Solución:

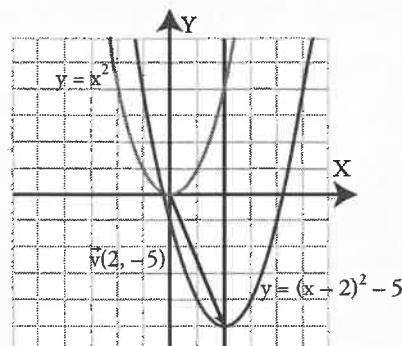
Solución aberta, por exemplo:



- 7** Dada a parábola do debuxo da dereita, trasládaa segundo o vector $\vec{v}(2, -5)$. Escribe a nova ecuación da parábola.

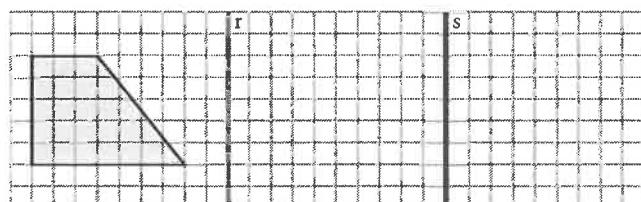


Solución:

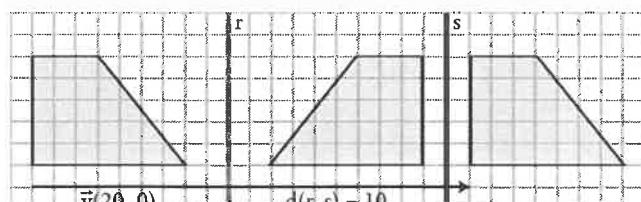


$$y = x^2 - 4x + 1$$

- 8** Debuxa o simétrico do trapecio respecto á recta r e despois o simétrico do obtido respecto á recta s . A que movemento corresponde a composición das dúas simetrias?



Solución:



A composición das dúas translacións corresponde a unha translación, o vector ten de módulo o dobre da distancia que hai entre os dous eixes, a dirección é perpendicular aos eixes e o sentido vai do primeiro eixe ao segundo.



Paso a paso

- 65** Debuxa un vector e un trapecio. Traslada o trapecio segundo o dito vector.

Solución:

Resolto no libro do alumnado.

- 66** Debuxa un centro de xiro, O, escribe o número 60 e debuxa un triángulo. Xira o triángulo 60° respecto ao centro O

Solución:

Resolto no libro do alumnado.

Practica

- 67** Debuxa un centro de simetría central, O, e un pentágono regular. Fai o simétrico do pentágono respecto ao centro O

Solución:

Resolto no libro do alumnado.

- 68** Debuxa un eixe de simetría axial, r, e un romboide. Fai o simétrico do romboide respecto á recta r

Solución:

Resolto no libro do alumnado.

- 69** Internet. Abre a web: www.xerais.es e elixe Matemáticas, curso e tema.