



HIPATIA

As Matemáticas forman parte da cultura

Boletín de divulgación matemática do IES "Fernando Wirtz" de A Coruña
Ano II. Curso 2006 -2007. Número 3 Novembro 2006

Rosalía de Castro está no ceo!

Durante séculos os teólogos levan discutindo sobre o ceo, o inferno, o limbo, o purgatorio, o sexo dos anxos, etc., sen chegar a ningunha conclusión e, o que é peor, sen presentar ningunha proba. E teñen que vir os matemáticos a dicirlles que Rosalía de Castro está no ceo, sendo capaces de indicarlles o lugar exacto no que está, e mesmo dicíndolles que antes de chegar ao ceo pasou varios anos en espera (no purgatorio?). E todo isto con probas documentais.



Sorprendidos por estas afirmacións? Non creo. Os matemáticos somos capaces de demostrar isto e moito máis. Pero pasemos aos feitos.

Onde está Rosalía de Castro? No planeta Venus. Pódese localizar nas seguintes coordenadas: lonxitude 233,9°E e latitude 3,4°N.



O cráter Rosalía de Castro, en Venus

A observación visual de Rosalía de Castro resulta imposíbel desde a Terra. O planeta Venus está rodeado dunha *espa atmosfera de nubes compostas de ácido sulfúrico*, que impide a contemplación da súa superficie desde o exterior. Pero actualmente coñecemos a casa na súa totalidade grazas ás sondas espaciais enviadas ao planeta (quedan por coñecer algunhas zonas como por exemplo esa franxa escura ao carón de Rosalía. Aparece escura porque é unha zona sen fotografar). Antes da chegada a Venus deses

Continúa na páxina 4

O maior número que podemos obter con tres cifras iguais e sen signos

Elixida unha cifra, propoñámonos saber cuál é o maior número que podemos obter utilizando esa cifra tres veces sen usar ningún signo. Para iso pensemos, por exemplo, no 9. Con tres noves podemos escribir catro números: 999, 99⁹, 9⁹⁹ e 9^{9⁹}. Para saber cuál deles é o maior podemos usar a calculadora. Ao introducir nela o número 99⁹ aparecerá na pantalla un número escrito de forma un pouco "rara" (chámase *notación científica*). Comproba que as últimas cifras son 17, o que quere dicir que 99⁹ dá un número de 17+1=18 cifras. Se facemos o mesmo con 9⁹⁹ veremos que ten noventa e cinco cifras, polo que é maior que o anterior. Pero se escribimos 9^{9⁹}, a calculadora dará unha mensaxe de erro. Iso é porque o número é tan grande que reborda a súa capacidade. [Se non obtés unha mensaxe de erro e, por exemplo, sáche un número con 78 cifras, é porque o fixeches mal: non respectaches a prioridade das operacións. Se introduces os datos seguidos, a calculadora fará primeiro 9⁹ e o resultado elevarao a 9, cando nós queremos achar 9 elevado a 9⁹, é dicir 9^(9⁹)]. A conclusión que obtemos é que das catro opcións que temos con tres noves, o maior é 9^{9⁹}.

E que pasa co 8? Pois tamén, das catro posibilidades que temos, resulta que o maior número é 8^{8⁸}. Compróbao.

E co 7? E co 6? Tamén, as solucións son 7^{7⁷} e 6^{6⁶}. Compróbao.

Continúa na páxina 4

NESTE NÚMERO

- 1e 4 Rosalía de Castro está no ceo
- 1e 4 O maior número que podemos obter con tres cifras iguais sen que interveñan signos
- 2-3 Kakuro, un problema de lóxica.

KAKURO, UN PROBLEMA DE LÓXICA

Instrucións

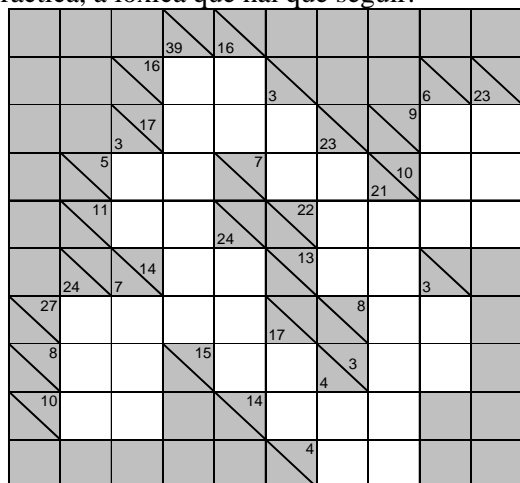
Imaxinádevos que estades realizando unha longa viaxe en avión e, aburridos, pretendedes facer un encrucillado. Colledes os xornais que hai, ... pero están escritos nun idioma que non dominades. Imposíbel resolvelos!. Iso foi o que lle pasou en 1986 ao xaponés McKee Kaji cando viaxaba desde EE.UU. a Xapón. Que fixo? Idear un xogo no que en vez de palabras se cruzasen sumas de números, entendíbel por calquera persoa independentemente do seu idioma, e coñecido hoxe co nome de **kakuro**. Desde entón son millóns os libros con kakuros que se teñen vendido no mundo, chegando a ser un xogo igual de aditivo que os sudokus.

As regras para encher as celas valeiras son as seguintes:

1. En cada casa debe haber un número comprendido entre o 1 e o 9.
2. En cada serie (non fila nin columna) non se debe repetir ningún deles.
3. A suma de cada columna ou fila debe igualar ao número que aparece nas celas grises nas que está trazada unha diagonal. Os números da parte superior son o resultado das sumas horizontais; os números da parte inferior son o resultado das sumas verticais.

Resolución paso a paso

Os kakuros, como os sudokus, son problemas de lóxica. Imos resolver paso a paso un kakuro para ver, na práctica, a lóxica que hai que seguir.

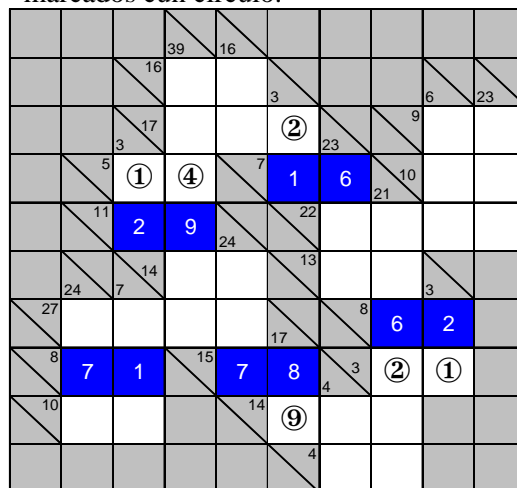


EXEMPLO

- A. Normalmente temos, para empezar, varias posibilidades. Neste exemplo poderíamos comezar cubrindo os números sombreados. Fixémonos no 7 horizontal e o 23 vertical. Como $23=9+8+6$, o 7 só se pode poñer como $7=1+6$. Se nos fixamos no 3 vertical e o 11 horizontal, como o 3 só se pode expresar como a suma de 1 e 2, temos dúas opcións para escribir o 11, $11=1+10$ ou $11=2+9$, pero a primeira alternativa vai contra a regra 1ª, polo que resulta

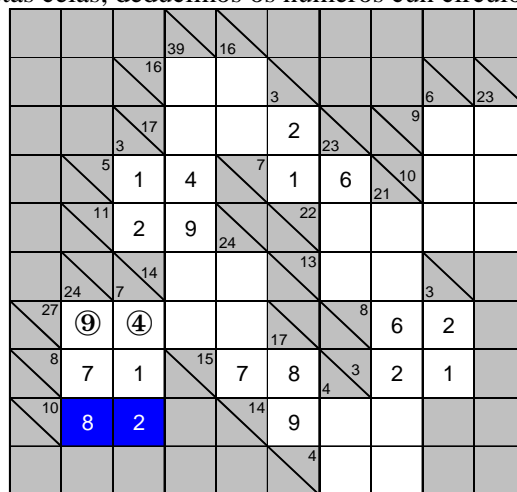
que $11=2+9$. Tamén podemos poñer $8=6+2$ porque o 3 vertical está formado polo 1 e o 2, o cal indica que neste caso $8=7+1$ ou $8=6+2$, pero a primeira opción non pode ser porque aparece un 7, pero o 21 vertical só se pode expresar como suma de 6 sumandos diferentes usando os seis primeiros números ($21=1+2+3+4+5+6$). Outras casas que podemos deducir é $8=7+1$, porque o 24 vertical só se pode expresar como suma de 9, 8 e 7 ($24=9+8+7$). Por último, podemos poñer $15=7+8$ porque ao ter en vertical o 24, ($24=9+8+7$), e cruzarse co 17 vertical, ($17=9+8$), o primeiro sumando debe ser un 9, un 8 ou un 7, pero o segundo sumando un 9 ou un 8, polo que a única opción é a indicada $15=7+8$.

Cubertas estas celas, deducimos os números marcados cun círculo.



A

- B. Fixémonos no $8=7+1$ da parte inferior esquerda. Debaixo del aparece un 10. Como $24=9+8+7$ e xa está colocado o 7, queda o 9 e o 8. Pero non podemos poñer $10=9+1$ porque se repetiría o 1, polo que $10=8+2$. Cubertas estas celas, deducimos os números cun círculo.



B

- C. O último sumando do 27 debe ser un 8 porque $24 = 9 + 8 + 7$ e na serie horizontal xa está o 9 e na vertical está o 7. Colocado o 8, podemos cubrir as celas cos números con círculos.

			39	16					
		16			3			6	23
		3	17			2		9	
		5	1	4		7	1	6	
		11	2	9		24		22	
		24	7	14	⑤	⑨		13	
		27	9	4	⑥	8		8	6
		8	7	1		15	7	8	3
		10	8	2		14	9		
								4	

C

- D. Cubramos agora as catro celas da parte superior esquerda. Do 39 xa levamos escritos catro sumandos. Faltan dous, que deben sumar 15. Para que non se repitan números na serie temos dúas opcións, $15 = 8 + 7$ ou $15 = 7 + 8$. Como o 16 horizontal só se pode expresar como suma de dous sumandos usando o 9 e o 7, deducimos que os números buscados son $39 = 7 + 8 + \dots$. A partir deles, podemos cubrir os números rodeados con círculos.

			39	16					
			7	⑨	3			6	23
			8	⑦	2			9	
		3	1	4		7	1	6	
		5	1	4		7	1	6	
		11	2	9		24		22	
		24	7	14	5	9		13	
		27	9	4	6	8		8	6
		8	7	1		15	7	8	3
		10	8	2		14	9		
								4	

D

- E. Fixémonos na parte inferior dereita. No 14 horizontal faltan dous sumandos que sumen 5. O primeiro sumando debe ser un 1 ou un 3 porque $4 = 1 + 3 = 3 + 1$, pero non pode ser o 3 porque senón a seguinte sería un 2, que xa está na serie. Daquela $14 = 9 + 1 + 4$ e podemos cubrir tamén os números rodeados con círculos.
- F. Cubramos agora o 13 horizontal. O primeiro sumando forma parte do 23, polo que debe ser un 9 ou un 8 porque $23 = 9 + 8 + 6$. Pero se colocamos o 9 o outro sumando sería un 4, que xa está na serie. Daquela $13 = 8 + 5$ e podemos cubrir as celas cos números con círculos.

			39	16					
			16	7	9	3			6
			17	8	7	2		9	
		3	1	4		7	1	6	
		5	1	4		7	1	6	
		11	2	9		24		22	
		24	7	14	5	9		13	
		27	9	4	6	8		8	6
		8	7	1		15	7	8	3
		10	8	2		14	9	1	4
								4	
								3	1

E

			39	16					
			16	7	9	3			6
			17	8	7	2		9	
		3	1	4		7	1	6	
		5	1	4		7	1	6	
		11	2	9		24		22	
		24	7	14	5	9		13	
		27	9	4	6	8		8	6
		8	7	1		15	7	8	3
		10	8	2		14	9	1	4
								4	
								3	1

F

- G. Por último, fixémonos nos dous sumandos que faltan do 22. Deben sumar 10, e o primeiro debe ser un 1, un 2 ou un 3 (porque $6 = 1 + 2 + 3$). O 3 non pode ser porque se repetiría na serie, e o 1 tampouco porque, de ser así, iría acompañado dun 9, que xa está na serie. Daquela, os sumandos buscados son o 2 e o 8. Ademais, o primeiro sumando do 23 ten que ser o 6, porque o 9 non pode ser. Rematamos o kakuro cos números rodeados con círculos.

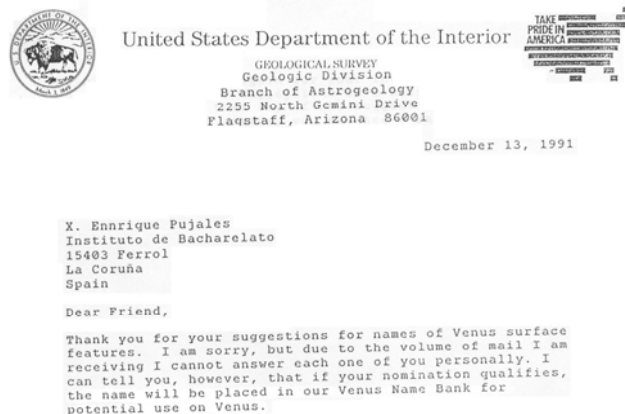
			39	16					
			16	7	9	3			6
			17	8	7	2		9	
		3	1	4		7	1	6	
		5	1	4		7	1	6	
		11	2	9		24		22	
		24	7	14	5	9		13	
		27	9	4	6	8		8	6
		8	7	1		15	7	8	3
		10	8	2		14	9	1	4
								4	
								3	1

G

vehículos, o coñecemento de Venus non era moi preciso porque era obtido grazas a medicións de radar desde radiotelescopios terrestres, que non teñen tan boa resolución como os telescopios ópticos.

Rosalía de Castro non puido atopar un destino máis apropiado que o planeta Venus. Téñase en conta que Venus é a deusa do amor e da beleza, e ... que mellor sitio para a nosa poetisa! Mais non está soa. Está acompañada de moitas mulleres que fixeron contribucións excepcionais en diferentes campos (literatura, ciencia, arte, ...). En Venus só hai un home, o físico británico James Clark *Maxwell* (1831-1879), en honor a que todo o que se coñecía ao principio acerca de Venus (o seu tamaño, o período de rotación, os principais accidentes xeolóxicos, etc.) foron obtidos por observacións co radar baseándose nas matemáticas formalizadas por el.

Rosalía de Castro morreu en 1885, pero está no ceo, en Venus, desde o ano 1994. Onde estivo antes? Os teólogos *non saben/non contestan*, pero nós sabemos que durante o período 1991-1994 estivo esperando, tal como temos constancia documental. Nunha carta, datada en 1991, comunicóusenos que Rosalía de Castro entraba no Banco de Candidatas a incorporarse ao ceo (purgatorio?):



E desde 1885 ata 1991? Deixamos esta cuestión para outros, a ver se son capaces de aportar algo algunha vez.

Os cráteres de Venus son enormes, escaseando os pequenos. A razón é obvia: os cráteres fórmanse polo impacto na superficie dun planeta de obxectos procedentes do espazo. Na Terra, debido á atmosfera, se os obxectos (*meteoroides*) son pequenos convértense en vapor incandescente antes de chegar ao chan (son as chamadas *estrelas fugaces*). Só os de maior tamaño e de material resistente chegan á superficie (*meteorito*), formando un cráter. Pero, como en Venus a atmosfera é máis densa, para chegar ao chan os obxectos teñen que ser aínda maiores e máis resistentes, o que implica que os cráteres producidos co impacto sexan maiores que os da Terra. Rosalía de Castro é un cráter de 22,9 km de diámetro, considerablemente maior que os espectaculares cráteres da Terra. Por exemplo, o cráter Barringer, en Arizona, , “só” ten 1,2 quilómetros de diámetro.



Iso quere dicir que o *diámetro* do cráter Rosalía de Castro é 19 veces o do cráter Barringer, o que significa que a *extensión* ocupada polo cráter Rosalía de Castro é nada máis e nada menos que $19^2 = 361$ veces a do cráter Barringer.

Ante isto podémonos sentir tentados a *xeneralizar* e afirmar que *sempre* o maior número formado por tres cifras iguais prescindindo de todo signo é a potencia da potencia a^{a^a} . Pero en matemáticas hai que ter moito coidado coas xeneralizacións a partir de casos concretos. E, senón, comproba que pasa co 1, co 2 e co 3. Verás que con tres 1 o maior é 111, con tres 2 o maior é 2^{2^2} e con tres 3 o maior é 3^{3^3} .

Na vida real tamén hai que ter coidado coas xeneralizacións

Ás veces pensamos que dous feitos que coinciden no tempo son resultado da actuación de un fenómeno sobre o outro. Por exemplo:

- Levamos unha prenda ou un obxecto a un exame que temos mal preparado (como é habitual!) e aprobamos. Ao seguinte exame levámolo de novo porque é un amuleto.
- Estamos vendo un programa de televisión e vaise a imaxe. Co mando a distancia cambiamos de canal un instante e volvemos ao anterior, resultando que xa se ve. A partir dese momento, cando ocorra o mesmo actuaremos igual.
- No horóscopo do día prognostícanos un suceso formulado en forma xeral. Consideramos que acerta (algún día tiña que ser!). A partir dese momento lemos e cremos nos horóscopos.
- Temos unha doenza. Imos a un curandeiro que nos receita unhas herbas. Pasa unha semana e non morremos. Pensamos que foi grazas ás herbas.

- ...