HIPATIA

As Matemáticas forman parte da cultura

Boletín de divulgación matemática do IES "Fernando Wirtz" de A Coruña

Ano I. Curso 2005 -2006. Número 2 Maio 2006

María Wonenburger

ou a paixón polas matemáticas

O oito de marzo o Departamento de Matemáticas do Instituto celebrou o *Día da Muller* organizando unha exposición no vestíbulo do centro dedicada ás *Mulleres Matemáticas*. Nela había un cartel dedicado a María Wonenburger. Imos aproveitar que aquí temos máis espazo para falar máis amplamente dela.

María naceu en Montrove–Oleiros en 1927. En 1945 desprazouse a Madrid para facer a carreira de Matemáticas, que rematou en 1950. En 1953 conseguiu unha beca para profundar en EE.UU. os seus estudos (foi a primeira matemática española que conseguiu unha beca Fullbright). En 1957 regresou a España, pero os investigadores non tiñan moito futuro neste país, e

Continua na páxina 4

NESTE NÚMERO

O sorprendente crecemento exponencial

Seguramente que coñeces a lenda da invención do xadrez. Segundo ela, o creador do xogo pediu, como recompensa pola súa brillante idea, que lle deran 1 grao de trigo polo primeiro cadro do taboleiro, 2 polo segundo, 4 polo terceiro, 8 polo cuarto, … e así, multiplicando por 2 o número de graos de trigo do cadro anterior, ata o cadro 64. A este tipo de sucesións de números chámaselle *progresión xeométrica*, e dise que vai crecendo dun xeito *exponencial*.

Os crecementos exponenciais aparecen en moitos fenómenos reais (inflación, reprodución biolóxica, fisión nuclear, etc.), pero a continuación imos falar de dous, que xeran feitos curiosos.

¡Quixera ser tan alta coma a Lúa ... !

Supoñamos que temos un papel do grosor habitual que podemos dobrar cantas veces queiramos (na práctica isto non é posíbel). Só con iso poderíamos ir á Lúa, a Xúpiter ou onde nos propuxésemos. ¿Como? Dobrándoo e poñéndonos sobre el.

Un papel normal ten 0,14 mm de grosor [Por certo, ¿como medirías o grosor dun papel tan fino? [1]]. Se ese papel o dobramos unha vez, terá unha anchura de 0,28 mm; se facemos unha segunda dobra, o grosor será de 0,56 mm; coa terceira terá 1,12 mm; coa cuarta 2,24 mm; ... Ao principio estes números son moi pequenos, pero o crecemento exponencial fai que ao

Continua na páxina 4

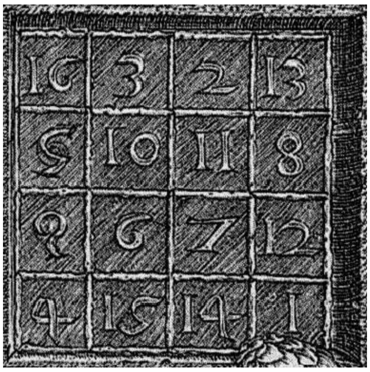
OS CADRADOS MÁXICOS

Un cadrado máxico é un conxunto de números colocados formando unha táboa cadrada e dispostos de tal forma que a suma dos números de cada fila, columna e diagonal é a mesma. Por exemplo, a táboa seguinte é un cadrado máxico de tres liñas cuxa suma é 24

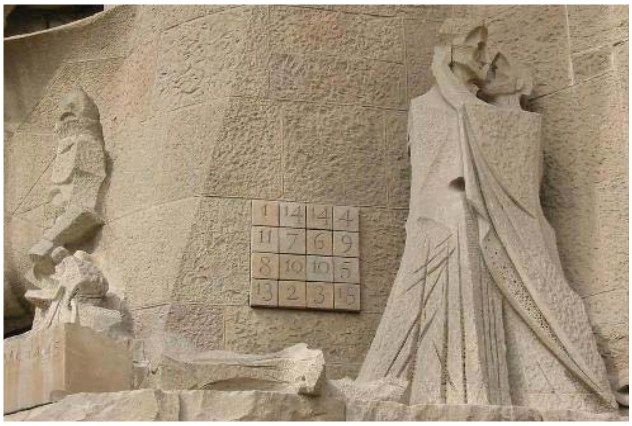
6	13	5
7	8	9
11	3	10

Os cadrados máxicos foron estudados por matemáticos de todas as épocas. Crese que a súa orixe está en China. Di a lenda que hai 4200 anos o emperador chinés Yu veu un cadrado máxico de 3 filas e 3 columnas na cuncha dunha tartaruga.

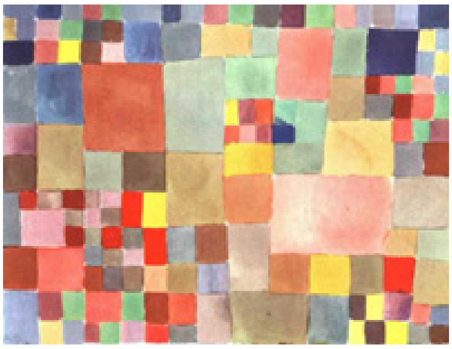
Pero os matemáticos non son os únicos artistas atraídos polos cadrados máxicos. Así, o pintor alemán do século XVI, Alberte Durero, representou un cadrado máxico de 4 filas e 4 columnas no seu gravado "Melancolía". As filas centrais da fila inferior (15 14) forman a data da obra.



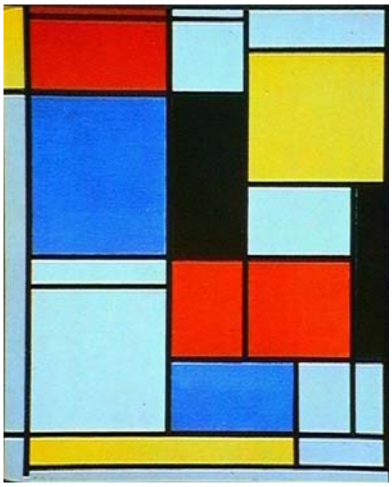
No templo barcelonés da Sagrada Familia, Josep Subirachs, continuador da obra inacabada de Gaudí, incorporou tamén un cadrado máxico. A diferenza do habitual, ese cadrado máxico ten unha certa "anormalidade" porque nel aparecen dúas cifras repetidas (o 14 e o 10).



Algúns pintores modernos como Kandinsky, Mondrian, Paul Klee e outros fixeron cadros baseados en estruturas matemáticas semellantes aos cadrados máxicos:



Paul Klee



Mondrian

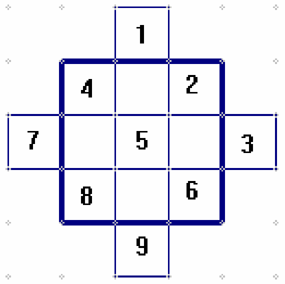
Construción.

Imos ver a continuación cómo se constrúen cadrados máxicos de 3, 4 e 5 liñas. E imos facelo usando unha única vez os números enteiros positivos 1, 2, 3, … ata N^2, sendo N o número de liñas. Se aprendemos a construír un cadrado máxico con estes números poderemos obter máis, por exemplo, aumentando todos os números unha mesma cantidade. Así, recomendámoste que comprobes que se a todos os números do primeiro cadrado máxico que reproducimos lle sumas, por exemplo, 5, obterás outro cadrado máxico. ¿Canto suman agora as liñas? ¿Por qué?

Cadrados máxicos cun número de liñas impares.

Cunha única liña só hai un cadrado máxico, formado polo número 1. Con dúas liñas non existen cadrados máxicos. Con tres liñas só existe un cadrado máxico (non contabilizando os cadrados resultado de simetrías ou xiros dos números).

Hai unha técnica moi sinxela para construír cadrados máxicos cun número de liñas impares, chamada da *escalinata*: debemos ampliar o cadrado (supoñamos neste primeiro caso que consta de *tres* liñas) con chanzos polos catro lados, e colocamos os números tal como se ve na figura seguinte.

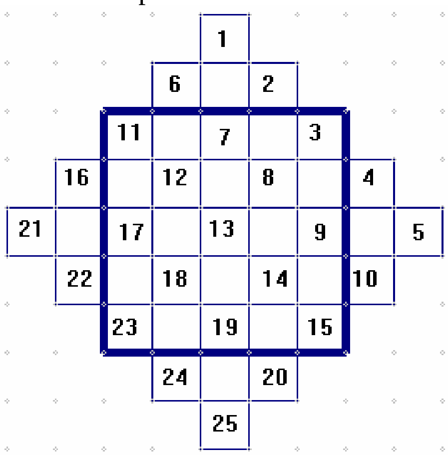


A continuación deslizamos o chanzo superior ata abaixo do cadrado, o da dereita cara á esquerda, …. Deste xeito obteremos o cadrado máxico seguinte:

4	9	2
3	5	7
8	1	6

O número de cadrados máxicos de *cinco* liñas formados polos números 1, 2, 3, …, 25 son máis de 275 millóns, pero se descontamos os que se distinguen en xiros, simetrías e outras transformacións, este número queda reducido a *só* ¡uns 35 millóns!.

Para construír un cadrado máxico de cinco liñas formado polos 25 primeiros números axudarémonos tamén dos chanzos polos lados:



A continuación deslizaremos cara abaixo, como se fose un bloque, a pirámide formada polas tres casas do lado superior; cara á esquerda a pirámide da dereita, etc., obtendo deste xeito o cadrado máxico seguinte:

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

Este mesmo proceso é o que debemos aplicar para construír cadrados máxicos de 7, 9, … liñas. ¿Atréveste a facer o de 7?

Antes de pasar aos cadrados de 4 liñas, observa o seguinte: No de <u>tres</u> liñas o número central é 5 e a suma das liñas é 15. Dáse a relación

$$\text{nº liñas} \times \text{número central} = \text{suma de calquera liña} .$$

¿Tamén no de <u>cinco</u> liñas? ¿E no de <u>sete</u>? Esta relación permitirá achar o número central se sabemos a suma dunha liña, e viceversa. Por exemplo, se sabemos que no cadrado máxico de 9 liñas o número central é 41, ¿canto sumarán os números dunha liña calquera?

Esta propiedade rexe non só para os cadrados máxicos formados polos números consecutivos desde o 1 ata N^2. Aplícaa para resolver os seguintes cadrados máxicos:

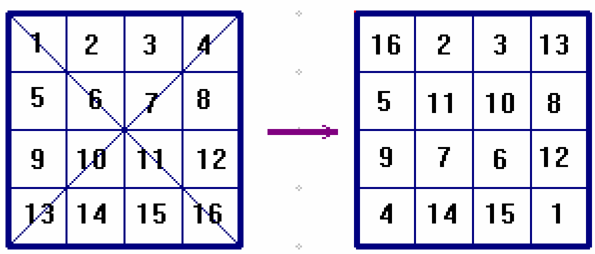
9		10
	7	
		5

20	13	18

Cadrados máxicos con catro liñas

Cos números 1, 2, 3, …, 16 pódense formar 880 cadrados máxicos de 4 liñas (descontadas as variantes por xiros e simetrías).

A súa construción é moi sinxela. Basta colocar os números ordenadamente comezando polo 1 na casa superior esquerda e rematando no 16 na inferior dereita. Debuxaremos a continuación as diagonais. Os números non "tocados" por elas quedarán onde están, mentres que os "tocados" polas diagonais colocaranse en orde inverso (o 1 pasa de ser o primeiro dunha diagonal a ser o último).



Vén da páxina 1

menos sendo muller. Pero un importante matemático canadense se puxo en contacto con ela e animouna a ir traballar á Universidade de Kingston, Ontario (Canadá) para axudarlle nas súas investigacións sobre Álxebra. Despois de Ontario desprazouse á Universidade de Toronto, Canadá, onde era a única muller profesora. Alí tivo como alumno ao importante alxebrista Robert Moody, a quen lle dirixiu a tese doutoral.

Tras o paso por estas universidades canadenses trasladouse a EE.UU., onde impartiu clases nas universidades de Buffalo e de Indiana, na que estivo desde 1967 ata 1983, ano no que regresa a España por motivos familiares.

Sempre lle gustaron as Matemáticas. Con moi poucos anos, xogaba cos números e facía moitas contas. Para ela, resolver cuestións matemáticas era un reto, supoñía un desafío, era algo motivador; e a súa solución era unha fonte de satisfacción e de grande pracer intelectual. Por iso María, que ao longo da súa vida realizou investigacións matemáticas importantes, é alegre e confesa que ten "tendencia a ser feliz". Gozou e goza (segue escribindo artigos de Matemáticas) con elas e por iso, cando se lle pregunta polo mellor que fixo na súa vida, contesta sen dubidar "estudar Matemáticas".

Vén da páxina 1

cabo de 19 dobras, o grosor do papel sexa de $0{,}14 \cdot 2^{19}$ mm, é dicir 73,4 m (superior á Torre de Hércules); que despois de 26 dobras a altura do papel sexa de 9395 m (superior ao Everest); con só 42 dobras o grosor, 615 726 km, superaría a distancia á Lúa (384 403 km); e se dobramos o papel 50 veces o seu grosor, 157,6 millóns de quilómetros, sería superior á distancia da Terra ao Sol, 150 millóns de quilómetros.

¡Que tal, primo!

Todo o mundo ten 2 pais, 4 avós, 8 bisavós, 16 tataravós,... Por cada xeración que retrocedamos duplicaranse o número de antepasados. Se, por exemplo, cada 25 anos xurde unha nova xeración, retrocedendo 20 xeracións (uns 500 anos) cada un de nós terá máis de 1 millón de antepasados; e se consideramos 40 xeracións (1000 anos), o número de familiares directos será de 1 billón de individuos.

Agora ben, esa cifra supera amplamente a poboación da Terra agora mesmo, e incluso supera ao número total de seres humanos que existiron ao longo da historia do planeta. Daquela, ... algo falla nos nosos cálculos. ¿Que é? Que todos temos parentes comúns. As polas da árbore xenealóxica de cada un mestúranse entre si e coas das outras persoas, formando unha tupida rede. Se retrocedemos o suficiente, dúas persoas calesquera da Terra atoparán un antepasado común: todos os habitantes da Terra somos primos.

¿E hai que retroceder moito? Non. Moi pouco. Recentemente uns investigadores chegaron á conclusión de que o parente máis próximo común a todos os humanos actuais viviu arredor do 1500 a.C. Pero non pensedes que deste xeito demos con Adán e Eva. Non. Ese parente tamén tiñan 2 pais, 4 avós, 8 bisavós,... que, con máis razón, tamén son parentes comúns de todos nós.

[1] Medindo o grosor dun paquete de 500 folios e dividindo o resultado por 500.