Aritmética de la economía

2

ACTIVIDADES

1. **En la última campaña de solidaridad con el comedor social de una ciudad se recogieron 3 680 kg de comida. Este año se ha producido un aumento del 3,5 % en la recepción de alimentos. ¿Qué cantidad de comida se ha entregado este año? Se espera que el año que viene aumente otro 1 %, ¿cuántos kilos de alimentos se espera recoger?**

Este año se han entregado 3 680 · 1,035 = 3 808,8 kg de comida.

El año que viene se esperan entregar 3 808,8 · 1,01 = 3 846,888 kg de comida.

2. **Una empresa de reformas tiene el encargo de pintar dos edificios. Al final, en uno de ellos el presupuesto se ha elevado un 4 %, mientras que en el otro, sobre un presupuesto distinto, el aumento ha sido del 8 %. ¿Puede afirmar la empresa que el aumento de presupuesto total ha sido del 6 %?**

No, para poder afirmar eso los presupuestos que sufren el aumento deberían ser iguales y el problema especifica que no lo son.

3. **Por un error en una promoción, alguien que compró un mueble por 360 €, el cual estaba rebajado un 20 %, debe devolver a la tienda lo que le descontaron. ¿Cuál es la cantidad que tiene que devolver?**

360 = 0,8 · Precio ⟶ Precio = 360 : 0,8 = 450 €

450 − 360 = 90 ⟶ Debe devolver a la tienda 90 €.

4. **En una empresa ponen en marcha unas medidas de promoción, por las que a un producto se le aplica un descuento del 15 %, después un aumento del 5 % y, por último, otro descuento del 20 %. ¿Se obtiene el precio inicial?**

Si el precio inicial es x, el precio final es $x \cdot (1 - 0{,}15) \cdot (1 + 0{,}05) \cdot (1 - 0{,}2) = 0{,}714x$.

La cantidad que se obtiene equivale a un descuento de 28,6 % de la cantidad original.

5. **Hemos recibido 200 € de intereses tras 2 años manteniendo un depósito al 2 % anual. ¿Qué capital invertimos en este depósito?**

$$I = \frac{C_0 \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{I=200,\ r=2\%,\ t=2} 200 = \frac{C_0 \cdot 2 \cdot 2}{100} \rightarrow C_0 = \frac{200 \cdot 100}{2 \cdot 2} = 5000\ €$$

6. **Un amigo nos cuenta que ha invertido 8 000 € en un depósito durante 3 años y que acaban de devolverle 840 € de intereses. Sin embargo, no recuerda el interés del depósito. ¿Podrías ayudarle con ese dato?**

$$I = \frac{C_0 \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{I=840,\ C_0=8000,\ t=3} 840 = \frac{8000 \cdot r \cdot 3}{100} \rightarrow r = \frac{840 \cdot 100}{3 \cdot 8000} = 3{,}5\%$$

7. **Un banco ofrece un depósito al 4 % durante 4 años. La oferta de otro banco es del 2 % durante 8 años. Sin hacer cuentas, ¿sabrías decir con cuál de los dos depósitos se obtiene más dinero?**

Tras estudiar estas ofertas, te enteras de que otro banco ha lanzado su Depósito Especial: un 8 % durante 2 años. ¿Mejora esta última oferta a alguna de las dos anteriores?

El interés obtenido en ambos depósitos es el mismo, aunque el primero lo da en 4 años y en el segundo caso hay que esperar 8 años para obtenerlo.

Como en los casos anteriores el interés que devuelve el Depósito Especial es el mismo, la ventaja de este es que lo devuelve en 2 años frente a los 4 años o los 8 años de los depósitos anteriores.

8. **Una empresa recibe un crédito al 8 % anual, con la condición de devolver en un solo pago la cantidad prestada más los intereses. ¿Cuánto tiempo tardará en duplicarse la deuda?**

$$C_f = C_0\left(1+\frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C_f=2C_0,\ r=8\%} 2C_0 = C_0\left(1+\frac{8}{100}\right)^t \to \frac{2C_0}{C_0} = \left(1+\frac{8}{100}\right)^t \to 2 = 1{,}08^t \to \log 2 = \log 1{,}08^t \to$$

$$\to \log 2 = t \cdot \log 1{,}08 \to t = \frac{\log 2}{\log 1{,}08} = 9{,}006$$

Es decir, tardará en duplicar la cantidad que tiene que devolver 9 años.

9. **Un producto bancario ofrece un 2 % de interés compuesto anual, con dos modalidades: pago de intereses anual o pago mensual. ¿Cuál de los dos nos conviene elegir para obtener la mayor cantidad de dinero posible?**

Nos interesa cobrar los intereses de forma mensual, de esta forma el capital invertido aumenta cada mes y, con ello, también aumentará el beneficio.

10. **Unos padres abren a su hijo una cuenta joven, que les da un 2,5 % anual. Pretenden ingresarle 450 € cada año, durante los próximos 8 años. ¿Cuánto dinero habrá en la cuenta al final?**

$$C_f = C_0(1+i)\frac{(1+i)^t-1}{i}q \xrightarrow{C_0=450\,€,\ t=8,\ i=2{,}5\%} C_f = 450(1+0{,}025)\frac{(1+0{,}025)^8-1}{0{,}025} = 4\,029{,}53\ €$$

11. **Un plan de jubilación al 3 % anual implica aportaciones de 960 € al año. Si tengo 48 años, ¿qué capital obtendré cuando me jubile:**

a) a los 60 años? b) a los 65 años?

a) $t = 60 - 48 = 12$ años

$$C_f = C_0(1+i)\frac{(1+i)^t-1}{i} \xrightarrow{C_0=960\,€,\ t=12,\ i=3\%} C_f = 960(1+0{,}03)\frac{(1+0{,}03)^{12}-1}{0{,}03} = 14\,033{,}08\ €$$

b) $t = 65 - 48 = 17$ años

$$C_f = C_0(1+i)\frac{(1+i)^t-1}{i} \xrightarrow{C_0=960\,€,\ t=17,\ i=3\%} C_f = 960(1+0{,}03)\frac{(1+0{,}03)^{17}-1}{0{,}03} = 21\,517{,}86\ €$$

12. **Una empresa consigue un crédito de 3,5 millones al 5 % de euros. Debe devolver el préstamo en 8 años. ¿Cuánto tendrá que pagar cada año para cumplir las condiciones con las que se le ha concedido el crédito?**

$$C_f = C_0\frac{(1+i)^t-1}{i(1+i)^t} \xrightarrow{C_f=3\,500\,000\,€,\ i=5\%,\ t=8} 3\,500\,000 = C_0\frac{1{,}05^8-1}{0{,}05\cdot 1{,}05^8} \to C_0 = \frac{3\,500\,000\cdot 0{,}05\cdot 1{,}05^8}{1{,}05^8-1} = 541\,526{,}35\,€$$

13. **Para la compra de un coche aportamos una entrada de 2 500 €. Para pagar el resto, 8 300 €, firmamos una financiación al 8 % anual. Hay que devolver el préstamo en 6 años. ¿Cuánto debemos pagar cada año?**

$$C_f = C_0\frac{(1+i)^t - 1}{i(1+i)^t} \xrightarrow{C_f = 8300\text{ €},\ i=8\%,\ t=6} 8300 = C_0\frac{1{,}08^6 - 1}{0{,}08\cdot 1{,}08^6} \to C_0 = \frac{8300\cdot 0{,}08\cdot 1{,}08^6}{1{,}08^6 - 1} = 1795{,}42\text{ €}$$

14. **Elabora una tabla de amortización relacionada con un crédito que se ha concedido a un 9 % anual, que se debe pagar durante 4 años, para un capital prestado de 7 500 €.**

$$C_f = C_0\frac{(1+i)^t - 1}{i(1+i)^t} \xrightarrow{C_f = 7500\text{ €},\ i=9\%,\ t=4} 7500 = C_0\frac{1{,}09^4 - 1}{0{,}09\cdot 1{,}09^4} \to C_0 = \frac{7500\cdot 0{,}09\cdot 1{,}09^4}{1{,}09^4 - 1} = 2315{,}01\text{ €}$$

Anualidad	Cuota anual	Intereses del período	Capital amortizado	Capital pendiente
0				7 500,00
1	2 315,01	675,00	1 640,01	5 859,99
2	2 315,01	527,40	1 787,62	4 072,37
3	2 315,01	366,51	1 948,50	2 123,87
4	2 315,01	191,15	2 123,87	0,00

15. **Después de pagar 7 anualidades, podemos cancelar un préstamo a 10 años y al 5 % anual. Si el capital solicitado fue de 15 000 €, ¿cuánto quedaba por pagar en el momento de la cancelación?**

$$15000 = C_0\frac{1{,}05^{10} - 1}{0{,}05\cdot 1{,}05^{10}} \to C_0 = \frac{15000\cdot 0{,}05\cdot 1{,}05^{10}}{1{,}05^{10} - 1} = 1942{,}57\text{ €}$$

Anualidad	Cuota anual	Intereses del período	Capital amortizado	Capital pendiente
0				15 000,00
1	1 942,57	750,00	1 192,57	13 807,43
2	1 942,57	690,37	1 252,20	12 555,23
3	1 942,57	627,76	1 314,81	11 240,43
4	1 942,57	562,02	1 380,55	9 859,88
5	1 942,57	492,99	1 449,57	8 410,31
6	1 942,57	420,52	1 522,05	6 888,25
7	1 942,57	344,41	1 598,16	5 290,10

En el momento de la cancelación quedaba por pagar 5 290,10 €.

16. **Ana y Carlos, con 50 años, han ingresado 20 000 € cada uno con la idea de ir recibiéndolos a partir de los 65 años en mensualidades durante el resto de su vida. Si el banco les ofrece un 4 % anual, ¿recibirán los dos el mismo dinero mensual?**

Ambos tienen la misma edad, 50 años, ingresan la misma cantidad 20 000 €, y el banco les ofrece a los dos un interés del 4 % anual; sin embargo, dado que las tablas de esperanza de vida son diferentes para ambos, las cantidades mensuales que percibirán también serán distintas.

17. **Una entidad ofrece un plan de pensiones al 2,5 % anual para sus clientes de 45 años. La oferta supone ingresar 60 € mensuales hasta la jubilación a los 65 años. ¿Qué cantidad mensual recibirán los que suscriban este plan?**

$$C_f = C_0\left(1+\frac{i}{12}\right)\frac{\left(1+\frac{i}{12}\right)^{t\cdot 12}-1}{\frac{i}{12}} \xrightarrow{C_0=60\ €,\ i=2,5\%,\ t=20} C_f = 60\cdot\left(1+\frac{0,025}{12}\right)\frac{\left(1+\frac{0,025}{12}\right)^{20\cdot 12}-1}{\frac{0,025}{12}} = 18697,35\ €$$

La esperanza de vida a partir de los 65 años es de 18,57 años para los hombres y 22,57 años para las mujeres.

$$C_f = C_0\frac{\left(1+\frac{i}{12}\right)^{12t}-1}{\frac{i}{12}\left(1+\frac{i}{12}\right)^{12t}} \xrightarrow{C_f=18697,35\ €,\ i=2,5\%,\ t=18,57} 18697,35 = C_0\frac{\left(1+\frac{0,025}{12}\right)^{12\cdot 18,57}-1}{\frac{0,025}{12}\left(1+\frac{0,025}{12}\right)^{12\cdot 18,57}} \rightarrow C_0 = 104,97\ €$$

$$C_f = C_0\frac{\left(1+\frac{i}{12}\right)^{12t}-1}{\frac{i}{12}\left(1+\frac{i}{12}\right)^{12t}} \xrightarrow{C_f=18697,35\ €,\ i=2,5\%,\ t=22,57} 18697,35 = C_0\frac{\left(1+\frac{0,025}{12}\right)^{12\cdot 22,57}-1}{\frac{0,025}{12}\left(1+\frac{0,025}{12}\right)^{12\cdot 22,57}} \rightarrow C_0 = 90,40\ €$$

Es decir, los clientes varones recibirán mensualmente 104,97 € y las mujeres recibirán 90,40 € mensuales.

18. **La información de un banco es que un producto financiero ofrece un interés anual del 3 % con abonos semestrales de intereses. ¿Cuál es la Tasa Anual Equivalente de este producto?**

$$\text{TAE} = \left[\left(1+\frac{i}{p}\right)^{p}-1\right]\cdot 100 \xrightarrow{p=2,\ i=3\%} \text{TAE} = \left[\left(1+\frac{0,03}{2}\right)^{2}-1\right]\cdot 100 = 3,0225\%$$

19. **Tus padres tienen suscrito un depósito que les reporta intereses cada trimestre con una Tasa Anual Equivalente del 5 %. ¿Cuál es el interés anual de este producto financiero?**

$$\text{TAE} = \left[\left(1+\frac{i}{p}\right)^{p}-1\right]\cdot 100 \xrightarrow{\text{TAE}=5\%,\ p=4} 5 = \left[\left(1+\frac{i}{4}\right)^{4}-1\right]\cdot 100 \rightarrow i = 4\left(\sqrt[4]{1+\frac{5}{100}}-1\right) = 0,0491 - 4,91\ \%.$$

20. **Con base 2009, elabora la tabla de números índice de la evolución de la población en las autonomías de la tabla.**

	2009	2010	2011	2012
Andalucía	8 190 742	8 249 943	8 279 730	8 301 905
Castilla y León	2 509 390	2 493 568	2 482 516	2 463 223
Cataluña	7 285 587	7 335 656	7 290 302	7 251 447
C. Valenciana	5 023 826	4 994 888	5 002 105	5 013 303

$$\frac{8249943}{8190742}\cdot 100 = 100,72 \qquad \frac{8279730}{8190742}\cdot 100 = 101,08 \qquad \frac{8301905}{8190742}\cdot 100 = 101,35$$

$$\frac{2493568}{2509390}\cdot 100 = 99,36 \qquad \frac{2482516}{2509390}\cdot 100 = 98,92 \qquad \frac{2463223}{2509390}\cdot 100 = 98,16$$

$$\frac{7335656}{7285587}\cdot 100 = 100,69 \qquad \frac{7290302}{7285587}\cdot 100 = 100,06 \qquad \frac{7251447}{7285587}\cdot 100 = 99,53$$

$$\frac{4994888}{5023826}\cdot 100 = 99,42 \qquad \frac{5002105}{5023826}\cdot 100 = 99,57 \qquad \frac{5013303}{5023826}\cdot 100 = 99,79$$

	2009	2010	2011	2012
Andalucía	100	101	101	101
Castilla y León	100	99	99	98
Cataluña	100	101	100	100
C. Valenciana	100	99	100	100

21. Elabora una tabla de números índice a partir de los datos de la tabla tomando los datos de 2011 como índice.

a) ¿Qué diferencias sustanciales aprecias con respecto a la tabla de números índice de la actividad anterior?

b) Representa gráficamente la nueva tabla.

	2009	2010	2011	2012
Andalucía	8 190 742	8 249 943	8 279 730	8 301 905
Castilla y León	2 509 390	2 493 568	2 482 516	2 463 223
Cataluña	7 285 587	7 335 656	7 290 302	7 251 447
C. Valenciana	5 023 826	4 994 888	5 002 105	5 013 303

a) $\frac{8190742}{8279730} \cdot 100 = 98{,}92$ $\quad \frac{8249943}{8279730} \cdot 100 = 99{,}64$ $\quad \frac{8301905}{8279730} \cdot 100 = 100{,}26$

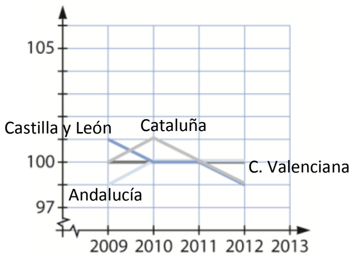
$\frac{2509390}{2482516} \cdot 100 = 101{,}08$ $\quad \frac{2493568}{2482516} \cdot 100 = 100{,}45$ $\quad \frac{2463223}{2482516} \cdot 100 = 99{,}22$

$\frac{7285587}{7290302} \cdot 100 = 99{,}94$ $\quad \frac{7335656}{7290302} \cdot 100 = 100{,}62$ $\quad \frac{7251447}{7290302} \cdot 100 = 99{,}47$

$\frac{5023826}{5002105} \cdot 100 = 100{,}43$ $\quad \frac{4994888}{5002105} \cdot 100 = 99{,}86$ $\quad \frac{5013303}{5002105} \cdot 100 = 100{,}22$

	2009	2010	2011	2012
Andalucía	99	100	100	100
Castilla y León	101	100	100	99
Cataluña	100	101	100	99
C. Valenciana	100	100	100	100

b)



22. **Calcula el IPC de septiembre de 2013, tomando solo los cinco primeros grupos, con sus respectivas ponderaciones, y las variaciones correspondientes de la tabla del ejemplo.**

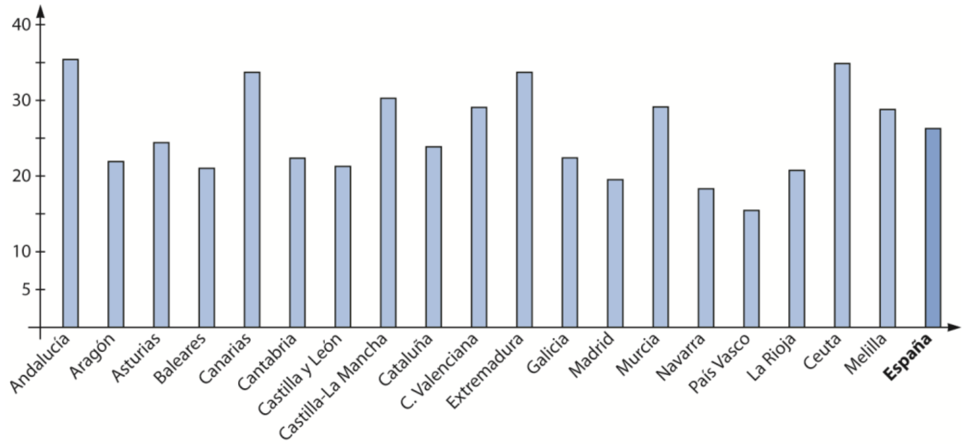
$0{,}004 \cdot 0{,}1826 + 0{,}003 \cdot 0{,}0282 + (-0{,}012) \cdot 0{,}0809 + 0{,}008 \cdot 0{,}1243 + (-0{,}001) \cdot 0{,}0654 = 0{,}0007732 = 0{,}07732\,\%$

23. **Halla el valor equivalente en 2012 a 100 € del año 2006 con los datos del IPC de la tabla del margen. Calcula el valor equivalente en 2009 de 100 € de 2012.**

Inflación acumulada $= 1{,}035 \cdot 1{,}028 \cdot 1{,}041 \cdot 0{,}97 \cdot 1{,}018 \cdot 1{,}032 = 1{,}129$

100 € de 2006 equivale a $\frac{100}{1{,}129} = 88{,}57$ € en 2012.

24. **A partir de la EPA del segundo trimestre de 2013, realiza un diagrama de barras referido a las comunidades autónomas.**



25. **Deduce, en la tabla anterior de la EPA, qué filas y columnas se pueden obtener a partir de otras filas y columnas, respectivamente.**

Como los valores totales de la población se distribuyen entre los activos y los inactivos, y este dato no se da en la tabla, no se pueden obtener los valores correspondientes.

Los porcentajes de tasa de actividad se obtienen calculando:

$$\text{Tasa de actividad} = \frac{\text{Activos}}{\text{Población}} \cdot 100$$

Como las personas que trabajan y las personas que se encuentran en paro forman el colectivo de los activos, para calcular los porcentajes de la tasa de paro se calcula:

$$\text{Tasa de paro} = \frac{\text{Parados}}{\text{Activos}} \cdot 100$$

SABER HACER

26. Una fábrica de muebles ha subido el precio de cada silla de 23 a 25 €, de cada mesa de comedor de 220 a 230 € y de cada mueble de salón, de 750 a 850 €. Proporcionalmente, ¿qué artículo ha sufrido la mayor subida?

Calculamos el porcentaje de subida de cada artículo:

Sillas $\longrightarrow \dfrac{25-23}{23}\cdot 100 = 8,7\%$

Mesas $\longrightarrow \dfrac{230-220}{220}\cdot 100 = 4,5\%$

Muebles de salón $\longrightarrow \dfrac{850-750}{750}\cdot 100 = 13,3\%$

Los muebles que han sufrido una mayor subida proporcional son los de salón.

27. Calcula, para la misma oferta anterior, cuántos ingresos se generarían en 18 meses y 7 días.

Calculamos los intereses generados en 18:

$$I = \frac{10500\cdot \frac{3}{12}\cdot 18}{100} = \frac{567000}{1200} = 472,5\ €$$

Ahora calculamos los intereses generados en 7 días:

$$I = \frac{10500\cdot \frac{3}{365}\cdot 7}{100} = \frac{220500}{36500} = 6,04\ €$$

Sumamos las dos cantidades y tenemos los ingresos pedidos:

$472,5 + 6,04 = 478,54$ €

28. Se invierten 36 000 € al 2% anual y se reciben 38 967,56 € tras cierta cantidad de tiempo. ¿Cuál es el tiempo durante el que se ha mantenido esa inversión?

Sustituimos los valores en la fórmula del interés compuesto:

$$38967,56 = 36000\left(1+\frac{2}{100}\right)^t \rightarrow 1,082 = 1,02^t \rightarrow t\cdot \ln 1,02 = \ln 1,082 \rightarrow t = \frac{\ln 1,082}{\ln 1,02} \approx \frac{0,079}{0,02} = 3,95 \approx 3 \text{ años y } 347 \text{ días}$$

29. Para un interés del 3,5% y una aportación de 3 000 € anuales, durante 6 años, ¿cuánto dinero se recuperará al final de la inversión?

$$S_n = 6000\cdot\frac{1,02^6-1}{1,02-1} = 6000\cdot\frac{0,126}{0,02} = 37800\ €$$

30. ¿Durante cuánto tiempo se han invertido 5 000 € anuales, al 5% anual, para conseguir 29 009,56 €?

Sustituimos en la fórmula de las anualidades de capitalización:

$$29009,56 = 4000\cdot 1,05\cdot\frac{1,05^t-1}{0,05} \rightarrow 1,05^t = \frac{29009,56\cdot 0,05}{4000\cdot 1,05} + 1 \rightarrow 1,05^t = 1,345 \rightarrow t = \frac{\ln 1,345}{\ln 1,05} \approx 6,075 \approx 6 \text{ años y } 27 \text{ días}$$

31. **Calcula el dinero que se recibe al ingresar 600 € trimestrales durante 6 años, con un 1,5 % de interés anual.**

Ingresar cada trimestre → Se realizan 4 ingresos al año → $p = 4$

$$C_f = 450 \cdot 1{,}00375 \cdot \frac{1{,}00375^{4\cdot 6} - 1}{0{,}00375} = 11321{,}11 \text{ €}$$

32. **Elabora la tabla de amortización para un crédito de 8 000 € al 9 % anual, que hay que pagar mensualmente durante 8 años.**

$$8000 = C_0 \frac{\left(1 + \frac{0{,}09}{12}\right)^{8\cdot 12} - 1}{\frac{0{,}09}{12} \cdot \left(1 + \frac{0{,}09}{12}\right)^{8\cdot 12}} \rightarrow C_0 = 117{,}20 \text{ €}$$

Mes	Cuota (€)	Interés del periodo (€)	Capital amortizado	Capital pendiente
0				8 000
1	117,20	60,00	57,20	7 942,80
2	117,20	59,57	57,63	7 885,17
3	117,20	59,14	58,06	7 827,11
4	117,20	58,70	58,50	7 768,61
5	117,20	58,26	58,94	7 709,68
6	117,20	57,82	59,38	7 650,30
7	117,20	57,38	59,82	7 590,48
8	117,20	56,93	60,27	7 530,21
9	117,20	56,48	60,72	7 469,48
10	117,20	56,02	61,18	7 408,30
11	117,20	55,56	61,64	7 346,67
12	117,20	55,10	62,10	7 284,57
…	…	…	…	…
84	117,20	10,85	106,35	1 340,17
85	117,20	10,05	107,15	1 233,02
86	117,20	9,25	107,95	1 125,07
87	117,20	8,44	108,76	1 016,31
88	117,20	7,62	109,58	906,73
89	117,20	6,80	110,40	796,33
90	117,20	5,97	111,23	685,10
91	117,20	5,14	112,06	573,04
92	117,20	4,30	112,90	460,14
93	117,20	3,45	113,75	346,39
94	117,20	2,60	114,60	231,79
95	117,20	1,74	115,46	116,33
96	117,20	0,87	116,33	0,00

33. **Calcula la cuota mensual que se debe aplicar a un crédito de 7 500 € al 9,5 % anual, que se tiene que pagar en 4 años.**

$$7500 = C_0 \cdot \frac{\left(1 + \frac{0{,}095}{12}\right)^{12\cdot 4} - 1}{\frac{0{,}095}{12} \cdot \left(1 + \frac{0{,}095}{12}\right)^{12\cdot 4}} \rightarrow C_0 = 721{,}76 \text{ € será la cuota mensual.}$$

34. Calcula la Tasa Anual Equivalente de un crédito al 8 % anual, que hay que pagar en cuotas anuales durante 6 años.

$$\text{TAE} = \left[\left(1 + \frac{0{,}08}{\frac{1}{6}}\right)^{\frac{1}{6}} - 1\right] \cdot 100 = 1{,}48^{\frac{1}{6}} - 1 \cdot 100 = 6{,}75\%$$

35. Por impago en las cuotas establecidas, un banco cobra una comisión del 1 % mensual. ¿Cuál es la TAE de la comisión?

El interés anual de la operación sería:

$i_{anual} = 0{,}01 \cdot 12 = 0{,}12$

Aplicamos la fórmula del TAE con este interés:

$$\text{TAE} = \left[\left(1 + \frac{0{,}12}{12}\right)^{12} - 1\right] \cdot 100 = 12{,}68\%$$

36. Con los datos de la tabla anterior, ¿en cuánto se convierte en 2011 un salario de 22 000 € anuales de 2008?

Inflación acumulada = 1,041 · 0,997 · 1,018 = 1,057 → 22 000 · 1,057 = 23 254 € será el sueldo en 2011.

37. Una persona ganaba 1 000 € en 2005. Aplicando correctamente los datos de la tabla anterior, en 2014 ganará 1 218,89 € y su variación de nivel adquisitivo será del 0 %. ¿Cuál será el valor de la inflación en 2013 para que ocurra esto?

Sea x el coeficiente de la inflación de 2013 buscada.

La inflación acumulada hasta 2012 es 1,188. Por tanto:

$1{,}188 \cdot x \cdot 1\,000 = 1\,218{,}89 \rightarrow x = 1{,}026 \rightarrow$ Inflación en 2013 debe ser del 2,6 %

ACTIVIDADES FINALES

38. Un 45 % estudia inglés y el resto alemán. Calcula el número de estudiantes de cada idioma sabiendo que en el instituto hay 640 alumnos.

45 % de 640 = 288 alumnos estudian inglés.

640 − 288 = 352 alumnos estudian alemán.

39. Un 65 % de los alumnos de bachillerato de un colegio está matriculado en el bachillerato de Ciencias Sociales, un 30 % se inscribió en el de Ciencias y Tecnología. Además, se formó un grupo de Humanidades compuesto por 22 alumnos. ¿Cuántos alumnos cursan bachillerato en ese colegio?

Sea x el número de alumnos de bachillerato. En humanidades están en 100 % − (65 % + 30 %) = 5 % de los alumnos. Por tanto:

5 % de $x = 22 \rightarrow 0{,}05x = 22 \rightarrow x = 440$ alumnos hay en Bachillerato.

40. **En un instituto están haciendo pruebas para los equipos deportivos de todas las categorías. Estos son los resultados de este año.**

	Alumnas		
	Presentadas	Admitidas	Porcentaje
Baloncesto	80	60	75%
Voleibol	20	6	30%

	Alumnos		
	Presentados	Admitidos	Porcentaje
Baloncesto	20	16	80%
Voleibol	80	32	40%

Parece que los chicos consiguen entrar en los equipos en mayor proporción. ¿Es cierto? Analiza los datos con cuidado.

El total de alumnas presentadas es de 100 y el total de alumnas admitidas es $60 + 6 = 66$. Por tanto, el porcentaje de alumnas admitidas es del 66 %.

El total de alumnos presentados es de 100 y el total de alumnos admitidos es $16 + 32 = 48$. Por tanto, el porcentaje de alumnos admitidos es del 48 %.

No es cierto que los chicos consigan entrar en los equipos en mayor proporción.

41. **En una tienda de repuestos aplican un 15 % de descuento. Un motor costaba 312 € más un 21 % de IVA. ¿Cuánto habrá que pagar por él? ¿Qué porcentaje de variación hay entre el precio inicial y el que se paga después de abonar los impuestos?**

El precio inicial con el IVA es de $(100 + 21)\%$ de $312 = 377{,}52$ €.

Al aplicarle el descuento se quedaría en $(100 - 15)\%$ de $377{,}52 = 320{,}89$ €.

El porcentaje de variación entre el precio inicial y el final es $\left(\frac{320{,}89}{312} - 1\right) \cdot 100 = 2{,}85\%$.

42. **El precio de una bicicleta es de 278 €, contando con el descuento por las rebajas. Si ese descuento es del 15 %, ¿cuánto costaba la bicicleta antes de las rebajas?**

$(100 - 15)\%$ de $x = 278 \longrightarrow 0{,}85x = 278 \longrightarrow x = 327{,}06$ €

43. **Elena compró un violín por 10 400 €. Un tiempo después le vendió el violín a Alicia, ganando un 20 % en el negocio. A su vez, Alicia acabó vendiéndole el violín a Marion, ganando en la operación un 30 %. Determina los precios a los que adquirieron el violín tanto Alicia como Marion. ¿Es cierto que entre el precio que pagó Elena y el que pagó Marion hay una diferencia de un 20 % + 30 % = 50 %? Si la afirmación no es cierta, explica las razones.**

Alicia compró el violín por $(100 + 20)\%$ de $10\,400 = 12\,480$ €.

Marion compró el violín por $(100 + 30)\%$ de $12\,480 = 16\,224$ €.

No es cierto que el valor del violín haya aumentado un 50 % porque los aumentos son proporcionales.

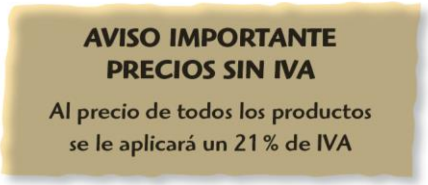
$1{,}2 \cdot 1{,}3 = 1{,}56 \longrightarrow$ El aumento real es del 56 %.

44. El día 1 de febrero de 2011 compré una finca *A* por valor de 12 400 €. El día 1 de febrero de 2012 la vendí por 14 260 € y compré otra finca *B* por valor de 13 500 €. Al cabo de un año tuve que vender la finca *B* y me pagaron 11 070 €. ¿Qué porcentaje de ganancia tuve en la venta de la finca *A*? ¿Qué porcentaje de pérdida tuve en la venta de la finca *B*?

Finca $A \longrightarrow \left(1 - \frac{14260}{12400}\right) \cdot 100 = 15\%$ de ganancia.

Finca $B \longrightarrow \left(1 - \frac{11070}{13500}\right) \cdot 100 = -18\% \longrightarrow$ 18% de pérdida.

45. En una tienda figura el siguiente cartel:



a) Julia compra un producto marcado con un precio de 124 €. ¿Cuánto tendrá que abonar por él?
b) Pedro ha pagado 101,64 € por un regalo para su mujer. ¿Qué precio figuraba en la etiqueta?
c) Ruth ha calculado que, al aplicarle el IVA, su compra ha incrementado el precio en 10,08 €. ¿Cuál fue el importe total que tuvo que pagar?

a) $(100 + 21)\,\%$ de $124 = 150{,}04$ €

b) $(100 + 21)\,\%$ de $x = 101{,}64 \longrightarrow x = 84$ €

c) Sea x el precio inicial:
$21\,\%$ de $x = 10{,}08 \longrightarrow x = \frac{10{,}08}{0{,}21} = 48$ € $\longrightarrow$ El importe total fue $48 + 10{,}08 = 58{,}08$ €.

46. Transportes Pacheco es una empresa dedicada al transporte discrecional de viajeros. En la tabla siguiente vemos reflejado el número de viajes a Barcelona que han hecho los autobuses de la empresa en el año 2012.

Trimestre	1.º	2.º	3.º	4.º
N.º de servicios	80	108	128	92

a) ¿Cuál fue el porcentaje de aumento entre el primer y el segundo trimestre? ¿Y entre el tercero y el cuarto?
b) Según afirma el gerente, el primer trimestre del año 2013 ha sido excelente, ya que el número de servicios ha aumentado en un 60 % respecto al mismo trimestre del año anterior. ¿Cuántos servicios se han prestado?

a) $\left(1 - \frac{108}{80}\right) \cdot 100 = 35\%$ es el porcentaje de aumento entre el primer y segundo trimestre.

$\left(1 - \frac{92}{128}\right) \cdot 100 = -28{,}125\%$ es el porcentaje de aumento entre el tercer y cuarto trimestre.

b) $(100 + 60)\,\%$ de $80 = 108$ servicios.

47. **Ingresamos 4 500 € en un plazo fijo que nos renta un 3,2 % anual. ¿Cuánto dinero producirá al cabo del año? Si tuviéramos que retirarlo tres meses antes de concluir el año y nos entregan la parte proporcional de los intereses, ¿cuánto dinero recibiremos?**

$I = \frac{4500 \cdot 3,2 \cdot 1}{100} = 144$ € producirá el plazo fijo en un año.

El dinero estaría 9 meses, es decir, $\frac{9}{12}$ de año, por tanto:

$I = 144 \cdot \frac{9}{12} = 108$ € produce el plazo fijo en ese período. Por tanto, el dinero que recibiremos será $4\,500 + 108 = 4\,608$ €.

48. **¿A qué rédito anual ha estado sometido un capital de 1 450 € si al cabo de un año se ha convertido en 1 500 € y 75 céntimos?**

$I = 1\,500,75 - 1\,450 = 50,75 \rightarrow 50,75 = 1450 \cdot \frac{r}{100} \cdot 1 \rightarrow r = \frac{50,75}{1450} \cdot 100 = 3,5\%$

49. **María le ha prestado dinero a su hermana Beatriz con un interés del 3 %. Con los datos reflejados en la tabla, deduce la cantidad que María le ha prestado a Beatriz.**

Año	2010	2011	2012	2013
Cantidad	135	135	135	4 635

La tabla indica los intereses que ha ido pagando Beatriz a María hasta 2013, que cancela la deuda, *x*, por tanto:

$135 = 0,03 \cdot x \rightarrow x = \frac{135}{0,03} = 4500$ €, que coincide con la última cantidad más los intereses.

50. **Celia prestó a Mario 12 600 € para ayudarle a abrir una pastelería. Mario se comprometió a pagarle un 3,5 % de intereses cada año. Al cabo de siete años, ¿cuánto dinero le ha entregado Mario a Celia?**

$I = \frac{12600 \cdot 3,5 \cdot 7}{100} = 3087$ € le ha entregado Mario a Celia.

51. **Andrés le pidió un préstamo a Jesús de 15 000 €, y se comprometió a devolvérselo en cinco años y pagarle, al final de cada año, un 2,8 % de intereses del dinero que le prestó. Completa en tu cuaderno la tabla con los pagos que ha hecho Andrés.**

Año	2009	2010	2011	2012	2013
Cantidad					

2,8 % de 15 000 = 420 € son los intereses generados.

Año	2009	2010	2011	2012	2013
Cantidad (€)	3 420	3 420	3 420	3 420	3 420

52. **Esther consiguió que un banco le prestara 25 000 € con la condición de que devolvería en un solo plazo todo el dinero, más el 5 % por cada año que tardase en devolverlo. Después de varios años ha pagado 35 000 € y ha cancelado su deuda. ¿Cuántos años ha tardado en cancelar su deuda?**

Sea x el número de años que ha tardado en cancelar la deuda. Entonces:

$$0{,}05 \cdot 25000 \cdot x + 25000 = 35000 \rightarrow x = \frac{10000}{1250} = 8 \text{ años}$$

53. **Hace seis años ingresé 24 000 € en un plazo fijo que rentaba un 4 % anual, comprometiéndose el banco a pagar los intereses al final de cada año y a acumularlos al capital. ¿Cuánto dinero tengo hoy en mi cuenta?**

$$C_f = 24\,000\left(1+\frac{4}{100}\right)^6 = 30\,367{,}65 \text{ €}$$

54. **Determina en cuánto dinero se convertirán 5 400 € si los ingresamos:**

a) Durante 6 años a un interés compuesto del 4 %.

b) Durante 4 años a un interés compuesto del 6 %.

c) Durante 5 años a un interés compuesto del 5 %.

a) $C_f = 5\,400\left(1+\frac{4}{100}\right)^6 = 6832{,}72 \text{ €}$

b) $C_f = 5\,400\left(1+\frac{6}{100}\right)^4 = 6817{,}38 \text{ €}$

c) $C_f = 5\,400\left(1+\frac{5}{100}\right)^5 = 6891{,}92 \text{ €}$

55. **Contesta a las siguientes preguntas.**

a) ¿A qué rédito anual estaba sometida una operación bancaria en la que 2 400 € se convirtieron en 2 597,84 €?

b) ¿Cuánto dinero ingresamos en un banco hace cinco años si, sometido a un 4 % de interés compuesto anual, se ha convertido en 5 839,93 €?

a) $2597{,}84 = 2400x \rightarrow x = 1{,}08 \rightarrow$ 8 % de rédito anual.

b) $5839{,}93 = x(1{,}04)^5 \rightarrow x = 4800 \text{ €}$

56. **Una cuenta se remunera con un 2,8 % anual con pago de intereses de forma semestral. Si se ingresan 15 000 € en esa cuenta y acumulo en ella los intereses mensuales que me pagan, ¿cuánto dinero tendré al cabo de 2 años?**

2 pagos al año $\rightarrow C_f = 15000\left(1+\frac{2{,}8}{200}\right)^{2 \cdot 2} = 15857{,}81 \text{ €}$

57. Jacinto acude a una caja de ahorros con el propósito de abrir una cuenta con 1400 € y mantenerla durante 4 años. Le ofrecen tres alternativas:

- **Cuenta A: un rédito del 3,49% anual, con pago trimestral de intereses.**
- **Cuenta B: un rédito del 3,5% anual, pagando los intereses cada semestre.**
- **Cuenta C: un rédito del 3,51% anual, pagando los intereses anuales.**

¿Cuál es la opción que más le interesa?

- Cuenta A: 4 pagos al año $\rightarrow$ $C_f = 1400\left(1+\dfrac{3,49}{400}\right)^{4\cdot 4} = 1608,76$ €
- Cuenta B: 2 pagos al año $\rightarrow$ $C_f = 1400\left(1+\dfrac{3,5}{200}\right)^{4\cdot 2} = 1608,43$ €
- Cuenta C: 1 pagos al año $\rightarrow$ $C_f = 1400\left(1+\dfrac{3,51}{100}\right)^{4} = 1607,15$ €

La mejor opción es la Cuenta A.

58. Se aportan 3600 € a una cuenta que renta un 3,4% anual y que abona los intereses semestralmente. ¿Cuánto dinero se tendrá 10 años después?

2 pagos al año $\rightarrow$ $C_f = 3600\left(1+\dfrac{3,4}{200}\right)^{10\cdot 2} = 5043,38$ €

59. Germán abrió tres cuentas hace cinco años, cada una de ellas con 2000 €. Las condiciones eran:

- **Rédito anual: *a* %. Pago trimestral de intereses.**
- **Rédito anual: *b* %. Pago semestral de intereses.**
- **Rédito anual: *c* %. Pago trimestral de intereses.**

Actualmente tiene en las cuentas 2322,37 €, 2378,89 € y 2433,31 €, respectivamente.
¿Qué valor tienen *a*, *b* y *c*?

a) $2322,37 = 2000\left(1+\dfrac{a}{400}\right)^{5\cdot 4} \rightarrow 1,16 = \left(1+\dfrac{a}{400}\right)^{20} \rightarrow 1+\dfrac{a}{400} = 1,0075 \rightarrow a = 3\%$

b) $2378,89 = 2000\left(1+\dfrac{b}{200}\right)^{5\cdot 2} \rightarrow 1,19 = \left(1+\dfrac{b}{200}\right)^{10} \rightarrow 1+\dfrac{b}{200} = 1,0175 \rightarrow b = 3,5\%$

c) $2433,31 = 2000\left(1+\dfrac{c}{400}\right)^{5\cdot 4} \rightarrow 1,22 = \left(1+\dfrac{c}{400}\right)^{20} \rightarrow 1+\dfrac{c}{400} = 1,0099 \rightarrow c = 3,94\%$

60. Diego contrajo una deuda de 140000 € que se comprometió a amortizar en pagos anuales durante 12 años. ¿A cuánto ascenderá la anualidad sabiendo que el banco aplica un 4% de interés?

$$140000 = C_0\,\frac{(1+0,04)^{12}-1}{0,04\cdot(1+0,04)^{12}} \rightarrow C_0 = \frac{140000}{9,385} = 14917,42\text{ €}$$

61. Un trabajador inicia las aportaciones a su plan de pensiones cuando cumple 50 años. Aporta 3600 € cada año y el banco se compromete a aplicarle un 3% de interés. ¿A cuánto ascenderá su capital el día que cumpla los 65 años?

Se realizan aportaciones durante 15 años:

$$C_f = 3600\cdot(1+0,03)\cdot\frac{(1+0,03)^{15}-1}{0,03} = 68964,77\text{ €}$$

62. **Si se quiere formar un capital de 100 000 € haciendo aportaciones anuales durante 20 años y el banco ofrece un interés para esa operación de un 2,5 %, ¿cuál es la aportación anual que hay que realizar?**

$$100\,000 = C_0 \cdot (1+0{,}025) \cdot \frac{(1+0{,}025)^{20}-1}{0{,}025} \rightarrow C_0 = \frac{100\,000}{26{,}183} = 2763{,}73 \text{ €}$$

63. **Calcula las cuotas anuales que hay que aportar al 3,7 % si quedan 21 años para la jubilación, y se quieren recibir 180 000 € en ese momento.**

$$180\,000 = C_0 \cdot (1+0{,}037) \cdot \frac{(1+0{,}037)^{21}-1}{0{,}037} \rightarrow C_0 = \frac{180\,000}{32{,}08} = 5610{,}97 \text{ €}$$

64. **Marta y José Antonio están pensando en casarse y comprarse un piso. Han calculado que podrían pagar un máximo de 10 000 € anuales. Si un banco les ofrece una hipoteca al 3 % durante 25 años, ¿cuánto dinero pueden pedir prestado?**

$$C_f = 10\,000 \cdot \frac{(1+0{,}03)^{25}-1}{0{,}03 \cdot (1+0{,}03)^{25}} = 174\,131{,}48 \text{ €}$$

65. **Un banco ofrece un depósito a 4 años en el que, al terminar este plazo, se devuelve el dinero más el 6 % del capital invertido. ¿Cuál es el TAE de este depósito?**

$$\text{TAE} = \frac{6}{4} = 1{,}5\%$$

66. **Para comprarme una moto necesito pedir un crédito de 9 000 €. Deseo devolverlo en 4 años.**

a) ¿A cuánto ascenderá la anualidad si me piden un 6 % de interés?

b) ¿Y si consigo que me lo rebajen al 5,2 %?

a) $$9000 = C_0 \frac{(1+0{,}06)^4-1}{0{,}06 \cdot (1+0{,}06)^4} \rightarrow C_0 = \frac{9000}{3{,}465} = 2597{,}40 \text{ €}$$

b) $$9000 = C_0 \frac{(1+0{,}052)^4-1}{0{,}052 \cdot (1+0{,}052)^4} \rightarrow C_0 = \frac{9000}{3{,}53} = 2549{,}58 \text{ €}$$

67. **Andrés está pagando 220 € al año al amortizar un crédito que el banco le concedió para comprarse un ordenador. Las condiciones eran que debería devolver el dinero en 4 años y que le aplicaban un 5 % de interés. ¿Cuánto dinero pidió prestado?**

$$C_f = 220 \cdot \frac{(1+0{,}05)^4-1}{0{,}05 \cdot (1+0{,}05)^4} = 780{,}11 \text{ €}$$

68. **Julián ha firmado un contrato por el que se compromete a vender una casa por 120 000 € dentro de 6 años a su amigo Juan. Este decide aportar dinero cada año para constituir el capital que necesita. Un banco le ofrece pagarle un 3 % de interés. ¿Cuánto dinero tendrá que aportar anualmente para conseguir los 120 000 €?**

$$120\,000 = C_0 \cdot (1+0,03) \cdot \frac{(1+0,03)^6 - 1}{0,03} \rightarrow C_0 = \frac{120\,000}{6,662} = 18\,012,60 \text{ €}$$

69. **Calcula la mensualidad que hay que pagar para amortizar un crédito de 120 000 € al 5 % durante 30 años.**

$$120\,000 = C_0 \frac{(1+0,05)^{30} - 1}{0,05 \cdot (1+0,05)^{30}} \rightarrow C_0 = \frac{120\,000}{15,372} = 7\,806,40 \text{ €}$$

70. **Determina la deuda contraída por una persona que está pagando 180 € al mes durante 20 años, sabiendo que es una hipoteca con un tipo de interés del 6 %.**

$$C_f = 220 \cdot \frac{(1+0,05)^4 - 1}{0,05 \cdot (1+0,05)^4} = 780,11 \text{ €}$$

71. **Halla el tiempo que tardaría en pagar un préstamo de 105 000 € al 6 % anual si abono una cuota anual de 8 500 €.**

$$105\,000 = 8\,500 \cdot \frac{1,06^t - 1}{0,06 \cdot 1,06^t} \rightarrow \frac{6\,300}{8\,500} = \frac{1,06^t}{1,06^t} - \frac{1}{1,06^t} \rightarrow \frac{1}{1,06^t} = 1 - \frac{63}{85} \rightarrow 1,06^t = \frac{85}{22} \rightarrow t = \frac{\ln\left(\frac{85}{22}\right)}{\ln 1,06} = 23,2 \text{ años}$$

72. **Determina el tiempo que tardaría en pagar un préstamo de 88 000 € al 4,75 % anual, si pago una cuota mensual de 955 €.**

$$88\,000 = 955 \cdot \frac{\left(1+\frac{0,0475}{12}\right)^t - 1}{\frac{0,0475}{12} \cdot \left(1+\frac{0,0475}{12}\right)^t} \rightarrow \frac{4180}{11\,460} = 1 - \frac{1}{\left(1+\frac{0,0475}{12}\right)^t} \rightarrow \left(1+\frac{0,0475}{12}\right)^t = \frac{11\,460}{7\,280} \rightarrow$$

$$\rightarrow t = \frac{\ln\left(\frac{11\,460}{7\,280}\right)}{\ln\left(1+\frac{0,0475}{12}\right)} = 114,85 \text{ meses}$$

73. **Haz la tabla de amortización anual de un crédito bancario de 183 000 €, a un interés del 5,25 % anual, durante 20 años.**

$$183\,000 = C_0 \frac{(1+0{,}0525)^{20}-1}{0{,}0525(1+0{,}0525)^{20}} \rightarrow C_0 = 14\,997{,}27 \text{ €}$$

La cuota anual será de 14 997,27 €.

Anualidad	Intereses del período (€)	Capital amortizado (€)	Cuota anual (€)	Capital pendiente (€)
0				183 000,00
1	9 607,50	5 389,77	14 997,27	177 610,23
2	9 324,54	5 672,73	14 997,27	171 937,50
3	9 026,72	5 970,55	14 997,27	165 966,95
4	8 713,26	6 284,01	14.997,27	159 682,94
5	8 383,35	6 613,92	14.997,27	153 069,02
6	8 036,12	6 961,15	14 997,27	146 107,87
7	7 670,66	7.326,61	14 997,27	138 781,26
8	7 286,02	7 711,25	14 997,27	131 070,01
9	6 881,18	8 116,09	14 997,27	122 953,92
10	6 455,08	8 542,19	14 997,27	114 411,73
11	6 006,62	8 990,65	14.997,27	105 421,08
12	5 534,61	9 462,66	14 997,27	95 958,42
13	5 037,82	9 959,45	14 997,27	85 998,97
14	4 514,95	10 482,32	14 997,27	75 516,65
15	3 964,62	11 032,65	14 997,27	64 484,00
16	3 385,41	11 611,86	14 997,27	52 872,14
17	2.775,79	12 221,48	14 997,27	40 650,66
18	2 134,16	12 863,11	14 997,27	27 787,55
19	1 458,85	13 538,42	14 997,27	14 249,13
20	748,08	14 249,19	14 997,27	0

74. **Elabora la tabla de amortización mensual de un crédito bancario de 86 000 €, a un interés del 6,75 % anual, durante 15 años.**

$$86\,000 = C_0 \frac{\left(1+\frac{0{,}0675}{12}\right)^{15\cdot 12} - 1}{\frac{0{,}0675}{12}\left(1+\frac{0{,}0675}{12}\right)^{15\cdot 12}} \rightarrow C_0 = 761{,}02\ €$$

La cuota anual será de 761,02 €.

Anualidad	Intereses del período (€)	Capital amortizado (€)	Cuota anual (€)	Capital pendiente (€)
0				86 000,00
1	483,75	277,27	761,02	85 722,73
2	482,19	278,83	761,02	85 443,90
3	480,62	280,40	761,02	85 163,50
4	479,04	281,98	761,02	84 881,53
5	477,46	283,56	761,02	84 597,97
6	475,86	285,16	761,02	84 312,81
7	474,26	286,76	761,02	84 026,05
8	472,65	288,37	761,02	83 737,68
9	471,02	290,00	761,02	83 447,68
10	469,39	291,63	761,02	83 156,05
11	467,75	293,27	761,02	82 862,79
12	466,10	294,92	761,02	82 567,87
…	…	…	…	…
172	37,47	723,55	761,02	5 937,53
173	33,40	727,62	761,02	5 209,91
174	29,31	731,71	761,02	4 478,20
175	25,19	735,83	761,02	3 742,37
176	21,05	739,97	761,02	3 002,40
177	16,89	744,13	761,02	2 258,27
178	12,70	748,32	761,02	1 509,95
179	8,49	752,53	761,02	757,42
180	4,26	756,76	761,02	0

75. **¿En cuánto se ha valorado la vivienda de un hombre de 75 años que ha contratado una hipoteca inversa al 4 % y que recibe anualmente 6 122 €?**

Según la tabla de esperanza de vida de la teoría, la esperanza de vida de un hombre de 75 años es 11,43 años:

$$C_i = 6122 \cdot \frac{(1+0{,}04)^{11{,}43} - 1}{0{,}04 \cdot (1+0{,}04)^{11{,}43}} = 55294{,}26\ €$$

76. **Consulta la tabla de esperanza de vida para determinar la cuota mensual que el banco abonará a un hombre de 70 años, que aporta una vivienda valorada en 248 000 € a un interés del 3,5 %.**

a) ¿Cuánto dinero perdería el banco si el hombre sobrepasase su esperanza de vida en 5 años?

b) ¿Y si muriera 5 años antes de superar su esperanza de vida?

La esperanza de vida de un hombre de 70 años es 14,83: $248000 = C_0 \cdot \dfrac{\left(1+\dfrac{0,035}{12}\right)^{12\cdot 14,83}-1}{\dfrac{0,035}{12}\cdot\left(1+\dfrac{0,035}{12}\right)^{12\cdot 14,83}} \to C_0 = 1788,37$ €.

a) 1 788,37 · 5 · 12 = 107 302,20 € perdería el banco.

b) El banco no tendría que pagar la misma cantidad del apartado anterior, es decir, ganaría 114 656,40 €.

77. En el contrato de mi tarjeta de crédito figura que, por el aplazamiento de los pagos, me cobran un 3,5% mensual. Determina la Tasa Anual Equivalente (TAE).

$$\text{TAE} = \left[\left(1+\frac{0,035\cdot 12}{12}\right)^{12} - 1\right]\cdot 100 = 51,11\%$$

78. Una entidad bancaria oferta un depósito a plazo fijo, para un año, al 5,1 % anual a favor del cliente, liquidable y abonable trimestralmente en otra cuenta del mismo cliente y asociada a esta. Calcula la TAE de este tipo de depósito.

$$\text{TAE} = \left[\left(1+\frac{0,051}{4}\right)^{4} - 1\right]\cdot 100 = 5,2\,\%$$

79. Esta tabla muestra el número de nacimientos en una ciudad a lo largo de las últimas décadas.

Año	Población	N.º de nacimientos
1960	15 420	265
1970	18 645	185
1980	20 342	162
1990	21 912	140
2000	24 834	138
2010	22 376	164

a) Elabora una tabla de números índice tomando como referencia 100 los datos correspondientes al año 1960.

b) Comenta la evolución de la población y la del número de nacimientos. ¿Crees que están relacionados? ¿Puedes aventurar alguna explicación?

a)

Año	Población	Nº. de nacimientos
1960	100	100
1970	121	70
1980	132	61
1990	142	53
2000	161	52
2010	145	62

b) La población a partir de 1960 no para de crecer hasta el año 2010 cuando decrece ligeramente, mientras que la natalidad disminuye hasta ese mismo año 2010, donde aumenta con respecto al año 2000. Claramente, la población y los nacimientos no están relacionados. El crecimiento de la población es debido a la inmigración.

80. **La siguiente tabla muestra la esperanza de vida, en años, de distintos países del mundo durante los últimos lustros. Elabora una tabla de números índice tomando como referencia los datos de 1990. Analiza los resultados obtenidos y sus posibles causas.**

País	1990	1995	2000	2005	2010
España	76,99	78,12	79,30	80,40	82,30
Bosnia Herzeg.	67,45	68,23	74,67	75,11	75,81
Estados Unidos	75,21	75,62	76,64	77,34	78,54
Brasil	66,52	68,48	70,26	71,72	73,08
Marruecos	64,68	66,89	68,14	69,07	70,17
Botsuana	62,94	57,68	50,49	46,73	46,44
Sudáfrica	62,12	61,37	55,84	51,56	54,39
China	69,47	70,33	72,14	74,05	74,89
Japón	78,84	79,54	81,08	81,93	82,84
Irán	63,45	67,80	69,61	71,49	73,13

País	1990	1995	2000	2005	2010
España	100	101	103	104	107
Bosnia Herzeg.	100	101	111	111	112
Estados Unidos	100	101	102	103	104
Brasil	100	103	106	108	110
Marruecos	100	103	105	107	108
Botsuana	100	92	80	74	74
Sudáfrica	100	99	90	83	88
China	100	101	104	107	108
Japón	100	101	103	104	105
Irán	100	107	110	113	115

- En España el crecimiento es regular y no muy elevado hasta 2010 donde se nota un repunte debido, probablemente, a la inmigración.
- En Bosnia Herzegovina se nota un fuerte incremento de la población entre 1995 y 2000 debido, seguramente, al final de la guerra. A partir de 2000 se estabiliza.
- Estados Unidos y Japón tienen un leve y continuado crecimiento.
- Brasil, Marruecos y China tienen un crecimiento más pronunciado de la población.
- Botsuana y Sudáfrica tienen un pronunciado decrecimiento de la población (especialmente el primero) debido a la alta mortalidad causada por el VIH.
- Irán tiene un crecimiento de la población muy pronunciado debido, probablemente, al final de la guerra con Irak que tuvo lugar en 1988.

81. **El pueblo de Mendoza está dividido en dos barrios bastante distantes, Mendoza de Arriba y Mendoza de Abajo. La tabla siguiente muestra la evolución de su población.**

	M. de Arriba	M. de Abajo	Total
1995	2540	640	3180
2000	2104	1142	3246
2005	1967	1456	3423
2010	1834	1903	3737

Tomando como base 1995, expresa los datos en números índice.

	M. de Arriba	**M. de Abajo**	**Total**
1995	100	100	100
2000	83	178	102
2005	77	228	108
2010	72	297	118

82. **El país de Balandia es famoso por la calidad de la carne de sus corderos. La moneda local es el peso balandés. La tabla siguiente refleja la evolución del precio del kilogramo de cordero a lo largo de un año.**

Precio de la carne de cordero	
Mes	Precio/kg (pesos balandeses)
Enero	120
Febrero	80
Marzo	82
Abril	98
Mayo	104
Junio	146
Julio	150
Agosto	148
Septiembre	107
Octubre	98
Noviembre	116
Diciembre	165

a) Estableciendo como base 100 el precio del cordero en enero, calcula los números índice correspondientes a los demás meses.

b) Estudia la evolución del precio del cordero y determina sus precios máximos y mínimos durante ese período.

a)

Precio de la carne de cordero	
Mes	Precio/kg
Enero	100
Febrero	67
Marzo	68
Abril	82
Mayo	87
Junio	122
Julio	125
Agosto	123
Septiembre	89
Octubre	82
Noviembre	97
Diciembre	138

b) El precio más alto se da en diciembre, debido seguramente a la Navidad. Además, los meses de verano también es muy elevado. En enero y noviembre se dan precios altos, y en febrero y marzo se dan los precios más bajos.

83. **El consumo de agua en metros cúbicos del ayuntamiento de Cerrillos del Monte ha tenido la siguiente evolución a lo largo de los años.**

Consumo anual de agua de riego en m³. Cerrillos del Monte					
2007	2008	2009	2010	2011	2012
1412	1620	1480	1398	1370	1298

A partir de estos datos, realiza una tabla para los números índice estableciendo como base el consumo efectuado en 2007.

Consumo anual de agua de riego en m^3 Cerrillos del Monte					
2007	2008	2009	2010	2011	2012
100	115	105	99	97	92

84. **Según el Instituto Nacional de Estadística, el IPC medio en España ha sido el reflejado en la tabla siguiente.**

Año	IPC	Índice base 2005	Índice base 2011
2005	4,2	100	
2006	2,4	57,14	
2007	4,3	102,38	
2008	0,8		
2009	1,0		
2010	3,3		
2011	2,0		
2012	2,7		
2013	0,2		

a) Completa en tu cuaderno la columna de índices estableciendo como base el año 2005.
b) Haz lo propio con la columna vacía estableciendo como base el año 2011.
c) ¿Cuánto costaría en 2005 un producto que en 2011 cuesta 180 €?
d) ¿Cuánto deberíamos esperar que cueste un producto que en 2005 costaba 45 €?

a) y b)

Año	IPC	Índice base 2005	Índice base 2011
2005	4,2	100	210
2006	2,4	57,14	120
2007	4,3	102,38	215
2008	0,8	19,05	40
2009	1	23,81	50
2010	3,3	78,57	165
2011	2	47,62	100
2012	2,7	64,29	135
2013	0,2	4,76	10

c) Inflación acumulada $= 1{,}042 \cdot 1{,}024 \cdot 1{,}043 \cdot 1{,}008 \cdot 1{,}01 \cdot 1{,}033 = 1{,}17$

180 € de 2011 equivalen a $1{,}17 \cdot 180 = 210{,}70$ € en 2005.

d) Inflación acumulada $= 1{,}042 \cdot 1{,}024 \cdot 1{,}043 \cdot 1{,}008 \cdot 1{,}01 \cdot 1{,}033 \cdot 1{,}02 \cdot 1{,}027 \cdot 1{,}002 = 1{,}23$

45 € de 2005 equivalen a $\frac{45}{1{,}23} = 36{,}59$ € en 2014.

85. **Las subidas del IPC en un país han sido, durante los últimos años, las que se reflejan en la tabla.**

Índice de Precios de Consumo				
2009	2010	2011	2012	2013
3,2%	4,8%	5%	3%	1,2%

Como consecuencia de una fuerte crisis económica en el país, los funcionarios vieron congelados sus sueldos durante los cuatro años. Como la situación económica ha mejorado sustancialmente, el gobierno decide subir los sueldos de los trabajadores públicos un 16%. Después de esa subida, ¿han recuperado el poder adquisitivo perdido? ¿Cuánto han perdido o cuánto han ganado?

Inflación acumulada $= 1{,}032 \cdot 1{,}048 \cdot 1{,}05 \cdot 1{,}03 \cdot 1{,}012 = 1{,}184 = 18{,}4\,\%$

Por tanto, los funcionarios han perdido un 2,4 % de poder adquisitivo.

86. **La tabla siguiente presenta la población activa de una comunidad autónoma española.**

Encuesta de Población Activa (Miles de personas)				
Edades	Valor absoluto		Porcentaje	
	2011	2012	2011	2012
De 16 a 25	240,32	238,43		
De 26 a 35	368,12	368,14		
De 36 a 45	312,68	309,34		
De 46 a 55	208,45	39200,07		
De 56 a 65	188,39	151,56		
De 66 o más	6,18	4,37		
Total	1324,14	1271,91		

Completa en tu cuaderno las columnas de porcentajes correspondientes a los dos años.

a) ¿Cuál ha sido la evolución de la población activa en esa comunidad autónoma?

b) ¿En qué edades ha habido mayor decrecimiento de la población activa?

Encuesta de Población Activa (Miles de personas)				
Edades	Valor absoluto		Porcentaje	
	2011	2012	2011	2012
De 16 a 25	240,32	238,43	18,15	18,75
De 26 a 35	368,12	368,14	27,8	28,94
De 36 a 45	312,68	309,34	23,61	24,32
De 46 a 55	208,45	200,07	15,74	15,73
De 56 a 65	188,39	151,56	14,23	11,92
De 66 o más	6,18	4,37	0,47	0,34
Total	1 324,14	1 271,91	100	100

a) La población activa ha disminuido en más de 50 000 personas, y donde más se ha notado la disminución ha sido en el tramo de edad de 56 a 65 años, aumentando el porcentaje de población activa entre 26 y 45 años.

b) En el tramo de edad de 56 a 65 años.

87. **En un país han presentado su Encuesta de Población Activa (EPA) correspondiente al último año. Los datos se han organizado por trimestres y referidos a su población mayor de 16 años.**

Trimestre	Activos	Ocupados	Parados	Inactivos
Primero	3 652 040	3 104 180	547 860	2 970 045
Segundo	3 543 982	2 980 456	563 526	3 096 550
Tercero	3 893 218	3 471 443	421 775	2 839 436
Cuarto	3 796 766	3 217 786	578 980	3 001 034

a) Tomando como referencia 100 los datos del primer trimestre, estudia la evolución de la población mayor de 16 años en ese país.

b) Halla el porcentaje por cada 1 000 habitantes de personas desocupadas por trimestre.

a)

Trimestre	Activos	Ocupados	Parados	Inactivos
Primero	100	100	100	100
Segundo	97	96	103	104
Tercero	107	112	77	96
Cuarto	104	104	106	101

Los activos y los ocupados disminuyeron en el segundo trimestre, aumentaron en el tercero y volvieron a disminuir en el cuarto. Al contrario, los parados y los inactivos aumentaron en el segundo trimestre, disminuyeron en el tercero y volvieron a aumentar en el cuarto.

b)

Trimestre	Parados	Totales	Porcentaje de desocupados por cada 1.000 habitantes
Primero	547 860	6 622 085	82,73
Segundo	563 526	6 640 532	84,86
Tercero	421 775	6 732 654	62,65
Cuarto	578 980	6 797 800	85,17

88. **Compara las tasas de paro de estas tres regiones. Halla la tasa de inactividad en cada región.**

Región	Activos	Ocupados	Parados	Inactivos
Freeland	53 408	40 980	12 428	43 090
Happyland	104 932	98 046	6 886	115 954
Endland	123 219	84 943	38 276	99 652
Total	281 559	223 969	57 590	258 696

Región	Parados	Totales	Tasa de paro
Freeland	12 428	96 498	12,88
Happyland	6 886	220 886	3,12
Endland	38 276	222 871	17,17

Región	Inactivos	Totales	Tasa de inactividad
Freeland	43.090	96 498	44,65
Happyland	115 954	220 886	52,49
Endland	99 652	222 871	44,71

89. **Determina, por grupos de edades, los índices que relacionan la población ocupada extranjera con la española.**

Ocupados (Miles de personas)			
Edades	Extranjera	Española	Total
De 16 a 24	328	1 702,70	2 030,70
De 25 a 34	989,50	4 899,50	5 889,10
De 35 a 44	733,10	4 780,70	5 513,80
De 45 a 54	320	3 793,20	4 113,30
De 55 y más	90,40	2 110,40	2 200,90
Total	2 461,10	17 286,60	19 747,70

Ocupados por nacionalidad, sexo y grupo de edad (Miles de personas)		
Edades	Extranjera	Española
De 16 a 24	19	100
De 25 a 34	20	100
De 35 a 44	15	100
De 45 a 54	8	100
De 55 y más	4	100

90. **Esta tabla refleja el número de extranjeros residentes por provincia en Castilla-La Mancha.**

Población extranjera en 2002 Castilla-La Mancha	
Provincia	Personas
Albacete	9 487
Ciudad Real	8 128
Cuenca	5 192
Guadalajara	7 445
Toledo	17 871
Total	48 123

Completa la tabla anterior en tu cuaderno añadiendo una columna donde se refleje en porcentajes la distribución de la población extranjera por provincias.

Población extranjera en 2002 en Castilla-La Mancha		
Provincia	Personas	Porcentaje
Albacete	9 487	19,71
Ciudad Real	8 128	16,89
Cuenca	5 192	10,79
Guadalajara	7 445	15,47
Toledo	17 871	37,14
Total	**48 123**	**100**

91. **Una compañía eléctrica está dividida en dos secciones, Producción energética y Distribución. En el cuadro adjunto se muestra el personal empleado en cada sección discriminado por género.**

	Hombres	Mujeres	Total
Producción	14276	1548	15824
Distribución	875	468	1343
Total	15151	2016	17167

Completa en tu cuaderno la siguiente tabla con las tasas por 100 trabajadores.

	Hombres	Mujeres	Total
Producción	**94,22 %**	**76,79 %**	**92,18 %**
Distribución	**5,78 %**	**23,21 %**	**7,82 %**
Total	**88,26 %**	**11,74 %**	**100,00 %**

92. **La población de doce comunidades autónomas y sus tasas de médicos por cada 100 000 habitantes vienen reflejadas en la tabla siguiente.**

Determina el número aproximado de médicos que hay en cada una de esas comunidades autónomas.

Comunidad autónoma	Población	Médicos por 100 000 hab.	Número de médicos
Andalucía	8537154	392,89	**33 542**
Castilla y León	3166214	563,64	**17 846**
Cataluña	5188974	525,22	**13 088**
C. de Madrid	4229973	623,04	**26 354**
C. Foral de Navarra	534985	611,58	**3 272**
C. Valenciana	3546230	455,88	**16 167**
Extremadura	1539597	467,11	**7 192**
Galicia	2781498	475,82	**13 235**
La Rioja	280008	496,42	**1 390**
País Vasco	1853912	590,75	**10 952**
P. de Asturias	1016637	536,74	**5 457**
R. de Murcia	1262928	431,82	**5 454**

93. **Observa los datos de la población de cinco ciudades.**

	Año 2002	Año 2012
Albacete	152 155	172 472
Badajoz	136 851	152 270
Ciudad Real	65 084	74 921
Girona	77 475	97 198
Ourense	109 011	107 597

Halla los índices de crecimiento de la población de cada ciudad en 2012 respecto a la población que tenía en 2002.

	Año 2002	Año 2012
Albacete	100	113,35
Badajoz	100	111,27
Ciudad Real	100	115,11
Girona	100	125,46
Ourense	100	98,70

94. **Marta pidió un préstamo de 20 000 €. Lo estuvo pagando al 4 % de interés durante 6 años. El día en que recibió el dinero lo invirtió a un 3 % anual de interés compuesto. Si sumas las cantidades que tuvo que pagar y las que recibió, ¿ganó o perdió? ¿Cuánto dinero es?**

Para amortizar el préstamo Marta tuvo que ingresar:

$$20\,000 = C_0\frac{(1+0{,}04)^6-1}{0{,}04(1+0{,}04)^6} \rightarrow C_0 = 3\,815{,}24 \text{ € anuales}$$

En total, son: $6 \cdot 3\,815{,}24 = 22\,891{,}44$ €

Los intereses ascienden a: $22\,891{,}44 - 20\,000 = 2\,891{,}44$ €

Por la inversión Marta recibe:

$$C_f = 20\,000\left(1+\frac{3}{100}\right)^6 = 23\,881{,}05 \text{ €}$$

Así, la ganancia es: $23\,881{,}05 - 20\,000 = 3\,881{,}05$ €

Marta ganó y el dinero obtenido es $3\,881{,}05 - 2\,891{,}44 = 989{,}61$ €

95. **Jesús ingresa 2 500 € en una cuenta bancaria al 6 % de interés con capitalización anual. ¿Cuántos años debe dejar invertida esa cantidad para que el saldo de la cuenta supere los 6 000 €?**

$$6\,000 = 2\,500\cdot\left(1+\frac{6}{100}\right)^t \rightarrow 1{,}06^t = 2{,}4 \rightarrow \ln 1{,}06^t = \ln 2{,}4 \rightarrow t\cdot \ln 1{,}06 = \ln 2{,}4$$

$$\rightarrow t = \frac{\ln 2{,}4}{\ln 1{,}06} = 15{,}02$$

Para que el saldo supere los 6 000 € Jesús debe dejar el dinero invertido al menos 16 años.

96. **Elena y Diego recibieron hace cuatro años una herencia de un familiar argentino. A cada uno le correspondieron 180 000 €. Diego los invirtió en Bolsa y ha conseguido una revalorización media anual de un 5 %. Elena compró Letras del Tesoro, que le pagaban un 5 % anual. Los intereses se los ingresaban anualmente en una cuenta que le daba un rédito de un 1 % anual.**

¿Quién tiene ahora más dinero?

El capital acumulado por Diego es: $C_f = 180\,000\left(1 + \dfrac{5}{100}\right)^4 = 218\,791{,}13$ €

Elena recibe cada año: $180\,000 \cdot 0{,}05 = 9\,000$ €

Así, sus beneficios ascienden a: $C_f = 9\,000 \cdot \dfrac{(1+0{,}05)^4 - 1}{0{,}05(1+0{,}05)^4} = 31\,913{,}55$ €

Por tanto, el capital acumulado por Elena es 211 913,55 € y Diego tiene más dinero que ella.

97. **Una persona ha ganado 120 000 € en la Lotería Primitiva. Acude a un banco a ingresarlos y le ofrecen dos productos.**

- **Con esa cantidad de dinero se compran cuatro plazas de garaje por un período de diez años. El banco alquilará las plazas de garaje. Al cabo de los diez años, volverá a comprar las plazas de garaje por 120 000 € y pagará 188 € por cada mes y por cada plaza.**
- **Ingresar esa cantidad al 6 % de interés anual con capitalización anual.**

¿Cuál de los dos productos te parece más interesante?

$188 \cdot 12 \cdot 10 \cdot 4 = 90\,240$ €

$C_f = 120\,000\left(1 + \dfrac{6}{100}\right)^{10} = 214\,901{,}72 \rightarrow 214\,901{,}72 - 120\,000 = 94\,901{,}72$ €

El segundo producto es más interesante que el primero.

98. **La familia Pérez García tiene ahorrados 50 000 € para comprarse un piso. Después de buscar un tiempo, encuentran una vivienda que se adapta a sus necesidades por un precio de 250 000 €. Los gastos de gestión y del registro de la propiedad le suponen 7 000 € más. Para poder realizar la compra recurren a un crédito bancario a 20 años al 3,2 %. ¿Cuál es la cuota mensual que deberán pagar?**

En total deben pagar 250 000 + 7 000 = 257 000 €.

El dinero que tienen que pedir prestado al banco es 257 000 – 50 000 = 207 000 €.

La cuota mensual, C_0, será:

$$207\,000 = C_0 \dfrac{\left(1 + \dfrac{0{,}032}{12}\right)^{20\cdot 12} - 1}{\dfrac{0{,}032}{12} \cdot \left(1 + \dfrac{0{,}032}{12}\right)^{20\cdot 12}} \rightarrow C_0 = 1168{,}85 \text{ €}$$

99. **Mira la publicidad de un depósito bancario.**

¿Qué beneficios se obtendrían con una inversión de 100 €? ¿Cuál es la Tasa Anual Equivalente de este producto?

El primer mes ganaríamos $100 \cdot \frac{12}{1200} = 1$ €.

El resto del año ganaríamos $101 \cdot \left(1 + \frac{1,8}{1100}\right)^{11} = 102,83$ €.

Los beneficios en el año han sido 2,83, es decir, cada euro ha producido 0,0283 → TAE = 2,83 %

100. **El sueldo de un trabajador se refleja en la tabla.**

Año	Salario anual	IPC (%)
2008	38 244	4,4
2009	39 435	0,8
2010	41 204	0,7
2011	41 198	3
2012	41 656	2

a) ¿Cuál ha sido el porcentaje de revalorización de su sueldo en estos cinco años?
b) ¿Cuál ha sido la subida acumulada del IPC en ese período?
c) En estos cinco años, ¿ha ganado o perdido poder adquisitivo?

a) $\frac{41656}{38244} = 1,09$ → La subida ha sido del 9 %

b) 1,044 · 1,008 · 1,007 · 1,03 · 1,02 = 1,1133 → El IPC acumulado es el 11,33 %.

c) Ha perdido poder adquisitivo porque la subida de sueldo ha sido menor que el IPC acumulado.

101. **La evolución del IPC en la economía española durante los últimos años (medida en enero) según los datos del Instituto Nacional de Estadística ha sido:**

Año	IPC	Año	IPC
2002	3,7	2008	0,8
2003	2,3	2009	1,0
2004	3,1	2010	3,3
2005	4,2	2011	2,0
2006	2,4	2012	2,7
2007	4,3	2013	0,2

a) ¿Qué valor tiene en 2013 un producto que valía 50 € en 2004?

b) En 2013 llenamos nuestro carro de la compra en el supermercado por un importe de 230 €. ¿Cuánto nos hubiera costado el mismo carro en 2008? ¿Y en 2002?

a) El IPC acumulado sería $1{,}031 \cdot 1{,}042 \cdot 1{,}024 \cdot 1{,}043 \cdot 1{,}008 \cdot 1{,}01 \cdot 1{,}033 \cdot 1{,}02 \cdot 1{,}027 \cdot 1{,}002 = 1{,}267$.

Un producto que valía 50 € en 2004, en 2013 vale $50 \cdot 1{,}267 = 63{,}35$ €.

b) El IPC acumulado entre 2008 y 2013 sería a $1{,}008 \cdot 1{,}01 \cdot 1{,}033 \cdot 1{,}02 \cdot 1{,}027 \cdot 1{,}002 = 1{,}104$.

El carro en 2008 nos hubiera costado $\frac{230}{1{,}104} = 208{,}33$ €.

El IPC acumulado entre 2002 y 2013 sería:

$1{,}037 \cdot 1{,}023 \cdot 1{,}031 \cdot 1{,}042 \cdot 1{,}024 \cdot 1{,}043 \cdot 1{,}008 \cdot 1{,}01 \cdot 1{,}033 \cdot 1{,}02 \cdot 1{,}027 \cdot 1{,}002 = 1{,}344$.

El carro en 2002 nos hubiera costado $\frac{230}{1{,}344} = 171{,}13$ €.

102. **Completa en tu cuaderno esta tabla que muestra el coste de un producto que en 1998 valía 1 peseta y el de otro producto que en 2006 valía 1 euro.**

Año	Pesetas	Euros
1996	1	
1998	1,037322	
2000	1,07704832	
2002	1,15926373	0,88513574
2004		0,93445019
2006		1

$$\frac{0{,}93445019}{0{,}88513574} = 1{,}056 \rightarrow 1{,}056 \cdot 1{,}15926373 = 1{,}22385095$$

$$\frac{1}{0{,}93445019} = 1{,}0701 \rightarrow 1{,}0701 \cdot 1{,}22385095 = 1{,}30970164$$

$$\frac{1{,}15926373}{1{,}07704832} = 1{,}076334 \rightarrow 1{,}076334 \cdot x = 0{,}88513574 \rightarrow x = 0{,}82236159$$

$$\frac{1{,}07704832}{1{,}037322} = 1{,}038297 \rightarrow 1{,}038297 \cdot x = 0{,}82236159 \rightarrow x = 0{,}79202925$$

$$\frac{1{,}037322}{1} = 1{,}037322 \rightarrow 1{,}037322 \cdot x = 0{,}79202925 \rightarrow x = 0{,}76353268$$

Año	Pesetas	Euros
1996	1	0,76353268
1998	1,037322	0,79202925
2000	1,07704832	0,82236159
2002	1,15926373	0,88513574
2004	1,22385095	0,93445019
2006	1,30970164	1

103. Los datos de la tabla reflejan la variación del Índice de Precios de Consumo en la comunidad autónoma de Cantabria.

IPC en Cantabria			
Año	IPC	Año	IPC
2003	80,957	2008	95,237
2004	83,18	2009	94,919
2005	85,823	2010	96,706
2006	88,84	2011	100
2007	91,28	2012	102,595

a) ¿Qué año toma como base?
b) Fijándote en los datos relativos a 2009, calcula el porcentaje de variación sobre el año anterior.
c) Determina el porcentaje de variación en los últimos ocho años.
d) Obtén el porcentaje de variación en la década que acaba en 2013.
e) Obten tablas similares tomando como base los años 2005 y 2008.

a) 2011

b) $\frac{94{,}919}{95{,}237} \cdot 100 = 99{,}67\%$ $\rightarrow$ El IPC ha disminuido un 0,33 %.

c) $\frac{102{,}595}{85{,}823} \cdot 100 = 119{,}54\%$ $\rightarrow$ El IPC ha aumentado un 19,54 % en los últimos ocho años.

d) $\frac{102{,}595}{80{,}957} = 126{,}73$ $\rightarrow$ El IPC en esa década ha aumentado un 26,73 %.

e)

Base 2005			
Año	IPC	Año	IPC
2003	94,33	2008	110,97
2004	96,92	2009	110,60
2005	100,00	2010	112,68
2006	103,52	2011	116,52
2007	106,36	2012	119,54

Base 2008			
Año	IPC	Año	IPC
2003	85,01	2008	100,00
2004	87,34	2009	99,67
2005	90,12	2010	101,54
2006	93,28	2011	105,00
2007	95,85	2012	107,73

104. **En la siguiente tabla se refleja la transformación del valor que sufre en el tiempo una unidad monetaria.**

		Unidad monetaria del año					
		2008	2009	2010	2011	2012	2013
Vale en el año	2008	1					
	2009	1,032	1				
	2010	1,073		1			
	2011	1,099			1		
	2012	1,12				1	
	2013	1,154					1

a) Completa la tabla en tu cuaderno explicando como lo haces.

b) ¿En qué año el valor varía más?

a)

$$\frac{1{,}032}{1} = 1{,}032 \rightarrow 1{,}032 \cdot x = 1 \rightarrow x = 0{,}969$$
$$\frac{1{,}073}{1{,}032} = 1{,}0397 \rightarrow 1{,}0397 \cdot 1 = 1{,}0397$$
$$\frac{1{,}099}{1{,}073} = 1{,}024 \rightarrow 1{,}024 \cdot 1{,}0397 = 1{,}065$$
$$\frac{1{,}12}{1{,}099} = 1{,}019 \rightarrow 1{,}019 \cdot 1{,}065 = 1{,}085$$
$$\frac{1{,}154}{1{,}12} = 1{,}03 \rightarrow 1{,}03 \cdot 1{,}085 = 1{,}118$$

$$\frac{1{,}073}{1{,}032} = 1{,}0397 \rightarrow 1{,}0397 \cdot x = 1 \rightarrow x = 0{,}962$$
$$\frac{1{,}032}{1} = 1{,}032 \rightarrow 1{,}032 \cdot x = 0{,}962 \rightarrow x = 0{,}932$$
$$\frac{1{,}099}{1{,}073} = 1{,}024 \rightarrow 1{,}024 \cdot 1 = 1{,}024$$
$$\frac{1{,}12}{1{,}099} = 1{,}019 \rightarrow 1{,}019 \cdot 1{,}024 = 1{,}043$$
$$\frac{1{,}154}{1{,}12} = 1{,}03 \rightarrow 1{,}03 \cdot 1{,}043 = 1{,}074$$

$$\frac{1{,}099}{1{,}073} = 1{,}024 \rightarrow 1{,}024 \cdot x = 1 \rightarrow x = 0{,}977$$
$$\frac{1{,}073}{1{,}032} = 1{,}0397 \rightarrow 1{,}0397 \cdot x = 0{,}977 \rightarrow x = 0{,}94$$
$$\frac{1{,}032}{1} = 1{,}032 \rightarrow 1{,}032 \cdot x = 0{,}94 \rightarrow x = 0{,}911$$
$$\frac{1{,}12}{1{,}099} = 1{,}019 \rightarrow 1{,}019 \cdot 1 = 1{,}019$$
$$\frac{1{,}154}{1{,}12} = 1{,}03 \rightarrow 1{,}03 \cdot 1{,}019 = 1{,}05$$

$$\frac{1{,}12}{1{,}099} = 1{,}019 \rightarrow 1{,}019 \cdot x = 1 \rightarrow x = 0{,}981$$

$$\frac{1{,}099}{1{,}073} = 1{,}024 \rightarrow 1{,}024 \cdot x = 0{,}981 \rightarrow x = 0{,}958$$

$$\frac{1{,}073}{1{,}032} = 1{,}0397 \rightarrow 1{,}0397 \cdot x = 0{,}958 \rightarrow x = 0{,}922$$

$$\frac{1{,}032}{1} = 1{,}032 \rightarrow 1{,}032 \cdot x = 0{,}922 \rightarrow x = 0{,}893$$

$$\frac{1{,}154}{1{,}12} = 1{,}03 \rightarrow 1{,}03 \cdot 1 = 1{,}03$$

$$\frac{1{,}154}{1{,}12} = 1{,}03 \rightarrow 1{,}03 \cdot x = 1 \rightarrow x = 0{,}971$$

$$\frac{1{,}12}{1{,}099} = 1{,}019 \rightarrow 1{,}019 \cdot x = 0{,}971 \rightarrow x = 0{,}953$$

$$\frac{1{,}099}{1{,}073} = 1{,}024 \rightarrow 1{,}024 \cdot x = 0{,}953 \rightarrow x = 0{,}93$$

$$\frac{1{,}073}{1{,}032} = 1{,}0397 \rightarrow 1{,}0397 \cdot x = 0{,}93 \rightarrow x = 0{,}895$$

$$\frac{1{,}032}{1} = 1{,}032 \rightarrow 1{,}032 \cdot x = 0{,}895 \rightarrow x = 0{,}867$$

		U. M. del año					
		2008	2009	2010	2011	2012	2013
Vale en el año	2008	1	0,969	0,932	0,911	0,893	0,867
	2009	1,032	1	0,962	0,94	0,922	0,895
	2010	1,073	1,0397	1	0,977	0,958	0,93
	2011	1,099	1,065	1,024	1	0,981	0,953
	2012	1,12	1,085	1,043	1,019	1	0,971
	2013	1,154	1,118	1,074	1,05	1,03	1

b)El valor varía más en 2010.

PARA PROFUNDIZAR

105. Elige la respuesta adecuada.

Un aumento del 10 % seguido de otro del 15 %, de una disminución del 8 % y de otro aumento del 11 %, significa un aumento del…	25,6 %	28 %	29,2 %	17 %	30,5 %
Invertimos 3 000 € durante 2 años al 5 % de interés simple. Si doblamos el número de años, el interés ganado será…	350 €	300 €	La mitad	600 €	500 €
Invertimos 3 000 € al 5 % de interés compuesto. ¿Cuántos años pasarán hasta que doblemos el capital?	75	14	5	10	Nunca
Una mujer de 65 años invierte 10 000 € en una amortización inversa, al 2 % anual. ¿A qué edad habrá ganado más dinero del que invirtió?	83	70	89	95	Nunca
Para un préstamo al 10 % anual, ¿cuántos pagos anuales hay que hacer para que el TAE sea igual al interés?	12	10	6	3	1

- □ $(1 + 0,1) \cdot (1 + 0,15) \cdot (1 - 0,08) \cdot (1 + 0,11) = 1,292 = 1 + 0,292 \longrightarrow$ Es un aumento del 29,2 %.
- □ $I = 3\,000 \cdot 0,05 \cdot 4 = 600$ €
- □ $2 \cdot 3000 = 3000 \cdot 1,05^t \rightarrow 1,05^t = 2 \rightarrow t = \dfrac{\ln 2}{\ln 1,05} \simeq 14$ años
- □ Según la tabla de la teoría, la esperanza de la mujer es 22,57 años, así:

$$10\,000 = C_0 \frac{1+0,02^{\;22,57} - 1}{0,02 \cdot \; 1+0,02^{\;22,57}} \rightarrow C_0 = 554,91 \text{ €}$$ es la cuota anual obtiene la mujer.

$\dfrac{10\,000}{554,91} = 18 \longrightarrow$ En 18 años habrá ganado el dinero de lo que invirtió, y tendrá 83 años.

- □ Por la propia definición del TAE, habrá que realizar 1 pago al año.

106. En una tienda, para cualquier producto, hay un descuento del d % en su precio, pero también hay que aplicarle un IVA del i %. ¿Qué conviene más, aplicar primero el descuento y luego el IVA, o al revés?

Sea P el precio inicial sin IVA de un producto, el precio con descuento será:

$P \cdot (1 - d\%) \cdot (1 + i\%) = P \cdot (1 + i\%) \cdot (1 - d\%) \longrightarrow$ Da lo mismo qué apliquemos primero, el precio será el mismo.

107. En un mes concreto, todos los grupos que forman el IPC, salvo dos, no han sufrido ninguna variación. El grupo 1 ha aumentado un 0,5 %. ¿Cómo ha variado el grupo 4 si nos dicen que en ese mes los precios ni subieron ni bajaron?

Sea x la variación del grupo 4:

$0,005 \cdot 0,1826 + 0,1243x = 0 \longrightarrow x = -0,007345 \longrightarrow$ El grupo 4 ha disminuido un 0,7345 %.

108. **La cesta básica de la compra de un país está formada por las cantidades mínimas de alimentos para satisfacer las necesidades de calorías de una persona. Las familias cuyos ingresos son inferiores al coste total de dicha cesta por mes son consideradas familias de extrema pobreza.**

Esta tabla muestra los datos de dos países:

	Precio de la cesta básica	Nivel de pobreza	Inflación anual esperada
Nortelandia	31,80 €	12 %	15 %
Surlandia	39,30 €	18 %	8 %

Considerando que los valores de la inflación se mantienen invariables y que el nivel de pobreza de los dos países aumenta en la misma proporción que la inflacción, ¿en qué momento se espera que Nortelandia tenga un mayor nivel de pobreza?

Considerando x como el número de años que transcurren, en Nortelandia tenemos:

Primer año: $x = 1$

Nivel de pobreza $= 0{,}12 + 0{,}15 \cdot 0{,}12 = 0{,}12(1 + 0{,}15)$

Segundo año: $x = 2$

Nivel de pobreza $= 0{,}12(1 + 0{,}15) + 0{,}15(0{,}12(1 + 0{,}15)) = 0{,}12(1 + 0{,}15)^2$

Tercer año: $x = 3$

Nivel de pobreza $= 0{,}12(1 + 0{,}15)^3$

Podemos definir la función nivel de pobreza de Nortelandia como:

$f(x) = 0{,}12 \cdot 1{,}15^x$

De la misma manera, la función nivel de pobreza en Surlandia es:

$g(x) = 0{,}18 \cdot 1{,}08^x$

Veamos cuándo se iguala el nivel de pobreza en los dos países:

$$0{,}12 \cdot 1{,}15^x = 0{,}18 \cdot 1{,}08^x \rightarrow \frac{0{,}12}{0{,}18} = \left(\frac{1{,}08}{1{,}15}\right)^x \rightarrow \ln 0{,}67 = x \cdot \ln 0{,}94 \rightarrow x = 6{,}67$$

Después de los seis años y medio, el nivel pobreza se igualará entre los dos países. A partir de ese momento será mayor el nivel de pobreza de Nortelandia.

109. **Tres amigos, A, B y C, aportan dinero para un fondo de inversión común.**

- **Si A hubiera aportado el triple, la cantidad total aumentaría en un 90 %.**
- **Si B triplicara su aportación, el aumento sería del 60 %.**

Calcula el aumento de la inversión si C triplicara la cantidad de su aportación.

Sea X el total del fondo. Se plantea el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} A + B + C &= X \\ 3A + B + C &= 1{,}9X \\ A + 3B + C &= 1{,}6X \end{aligned}\right\}$$

Restamos la primera ecuación a las dos siguientes y obtenemos:

$2A = 0{,}9X$ $\qquad$ $2B = 0{,}6X$

Multiplicamos la primera ecuación por 3 y sustituimos:

$$3A + 3B + 3C = 3X \rightarrow A + B + 3C = 3X - 2A - 2B \rightarrow A + B + 3C = (3 - 0{,}9 - 0{,}6)X = 1{,}5X$$

Por tanto, si C triplica su aportación, la cantidad total aumentaría un 50 %.

110. **El porcentaje de alumnos aprobados en cuatro asignaturas de un curso de 1.º de Bachillerato son:**

- **En Física, como mínimo, el 70 %.**
- **En Matemáticas, como mínimo, el 75 %.**
- **En Filosofía, como mínimo, el 90 %.**
- **En Inglés, como mínimo, el 85 %.**

¿Cuántos alumnos, como mínimo, aprueban las cuatro asignaturas?

(Olimpiadas matemáticas. Fase nacional)

De los alumnos que, como mínimo, han aprobado Física son el 70 %, como mínimo, el 75 % también han aprobado Matemáticas. De estos, como mínimo el 90% también han aprobado Filosofía y de estos últimos, como mínimo, el 85% también han aprobado inglés. Es decir, que los alumnos que han aprobado las cuatro asignaturas son:

$0{,}7 \cdot 0{,}75 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}85 = 0{,}4016 \longrightarrow$ El 40,16% de los alumnos, como mínimo, han aprobado las 4 asignaturas.

MATEMÁTICAS EN TU VIDA

1. **¿Qué dos herramientas hay que utilizar para evaluar un crédito?**

La fórmula que da las anualidades que hay que ir amortizando y las tablas de amortización.

2. **¿Qué dos tipos de intereses existen en el mercado de los préstamos?**

Interés fijo e interés variable.

3. **¿Cuál es la fórmula que se cita en el texto?**

$$C_f = C_0 \frac{(1+i)^t - 1}{i(1+i)^t}$$

4. **En esa fórmula que se cita en el texto, ¿qué representa la letra *i*?**

Es el valor numérico del interés, es decir, si el interés es el r %, $i = \frac{r}{100}$.

5. **En la fórmula de las cuotas de amortización hay un denominador. ¿En qué casos no tiene sentido la expresión que nos da el capital final?**

En los casos en los que $i = 0$ o $i > 1$.

6. **Un banco ofrece créditos al 8 % a devolver en 4 años. La oferta de otra entidad es un interés al 4 % con un tiempo de amortización de 8 años. Si necesitas 33 000 €, ¿qué banco debes escoger para pedirle el dinero?**

Calculamos las cuotas de amortización en los dos casos y comparamos el dinero que pagaremos:

- $33\,000 = C_0 \frac{(1+0{,}08)^4 - 1}{0{,}08(1+0{,}08)^4} \rightarrow C_0 = 9963{,}39$ € $\longrightarrow$ En total pagaremos 9 963,39 · 4 = 39 853,55 €.
- $33\,000 = C_0 \frac{(1+0{,}04)^8 - 1}{0{,}04(1+0{,}04)^8} \rightarrow C_0 = 4901{,}42$ € $\longrightarrow$ En total pagaremos 4 901,42 · 8 = 39 211,35 €.

Debemos escoger la segunda oferta porque pagamos menos dinero en total y, además, las cuotas son más bajas.