Probabilidad

11

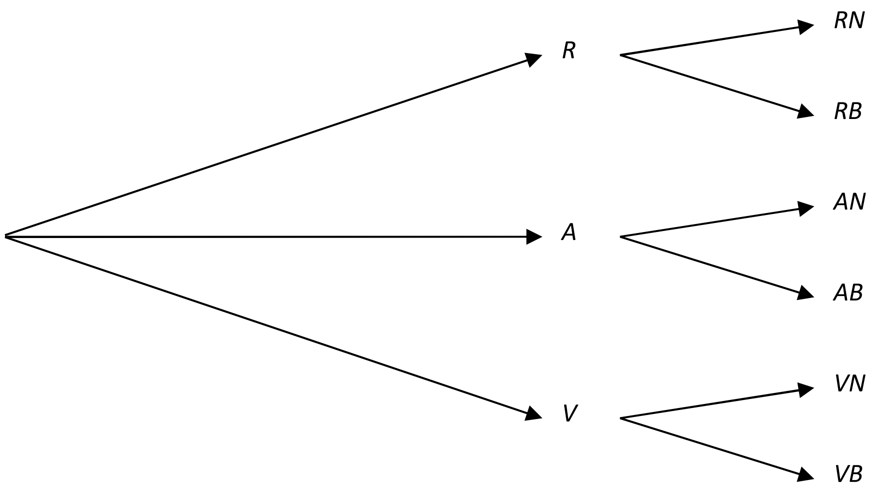
ACTIVIDADES

1. **Pablo escoge al azar entre sus camisetas (roja, azul o verde)y pantalones (negro o blanco). Escribe las diferentes posibilidades que tiene de vestirse.**

Denotamos con:

R = roja A = azul V = verde N = negro B = blanco

Después, elegimos primero la camiseta que nos queremos poner. Una vez elegida, podemos combinar cada camiseta con el pantalón negro o blanco. Luego, tenemos seis maneras distintas de vestirnos.



2. **Para merendar unos amigos eligen al azar un bocadillo, de jamón, chorizo, queso o tortilla, y un refresco de naranja, limón y cola. Escribe el espacio muestral.**

Denotamos con:

J = jamón C = chorizo Q = queso T = tortilla

N = naranja L = limón CC = cola

Después, elegimos primero el bocadillo. Una vez elegido, podemos combinar cada bocadillo con el refresco que queramos. Luego, el espacio muestral nos queda:

$E=\{JN, JL, JCC, CN, CL, CCC, QN, QL, QCCC, TN, TL, TCC\}$

3. **¿Cuántos números de cinco cifras se pueden escribir con los dígitos del 1 al 9 sin que se repita ninguna cifra? ¿Y si se repiten las cifras?**

$$V_{9,5}=\frac{9!}{(9-5)!}=\frac{9!}{4!}=15\,120$$

Si no se pueden repetir las cifras, se pueden colocar de 15 120 maneras posibles.

$$VR_{9,5}=9^5=59\,049$$

Si se pueden repetir las cifras, se pueden colocar de 59 049 maneras posibles.

4. **¿Cuántos helados de tres sabores diferentes se pueden servir en una heladería que dispone de 12 sabores distintos?**

Como en este caso el orden no influye, se trata de una combinación.

$$C_{12,3} = \frac{12!}{3! \cdot (12-3)!} = \frac{12!}{3! \cdot 9!} = 220$$

Hay 220 helados de tres sabores diferentes.

5. **En un frutero hay naranjas, manzanas, plátanos y ciruelas. Se escoge una pieza al azar y se anota qué fruta es.**

a) Escribe el espacio muestral asociado, un suceso seguro y otro imposible.
b) Encuentra y describe dos sucesos compuestos.

a) $E = \{N, M, P, C\}$, siendo:

N = coger una naranja M = coger una manzana P = coger un plátano C = coger una ciruela

Un suceso seguro es: A = «Coger una naranja o coger una manzana o coger un plátano o coger una ciruela»

Un suceso imposible es: B = «Coger una pera»

b) $C =$ «Coger dos manzanas» $= \{M, M\}$

$D =$ «Coger una ciruela y coger un plátano» $= \{C, P\}$

6. **Se gira una ruleta dividida en 12 sectores numerados del 1 al 12 y se anota el número en el que se ha parado. Expresa como unión o intersección estos sucesos.**

a) A = «Obtener número múltiplo de 3 o de 7»
b) B = «Obtener número múltiplo de 2 y de 3»

a) $A =$ «Obtener un número múltiplo de 3 o de 7» $= \{3, 6, 9, 12\} \cup \{7\} = \{3, 6, 7, 9, 12\}$

b) $B =$ «Obtener un número múltiplo de 2 y de 3» $= \{2, 4, 6, 8, 10, 12\} \cap \{3, 6, 9, 12\} = \{6, 12\}$

7. **Se extrae una carta de la baraja española. Razona si los sucesos *A*, *B*, *C* y *D* son compatibles o incompatibles.**

A **= «Sacar un as»**
B **= «Sacar un basto»**
C **= «Sacar un caballo»**
D **= «Sacar una figura»**

A y *B* son compatibles, ya que puedes sacar el as de bastos.

A y *C* son incompatibles, ya que una carta no puede ser un as y un caballo a la vez.

A y *D* son incompatibles, ya que una carta no puede ser un as y una figura a la vez.

B y *C* son compatibles, ya que puedes sacar el caballo de bastos.

B y *D* son compatibles, ya que puedes sacar la sota, el caballo o el rey de bastos.

C y *D* son compatibles, ya que los caballos son figuras, por lo que al sacar un caballo estás sacando una figura.

8. **Para el postre podemos escoger manzanas rojas o verdes, ciruelas rojas, peras verdes o amarillas, o plátanos. Sean los sucesos A = «Escoger fruta roja», B = «Escoger manzana» y C = «Escoger plátano o pera».**

a) Halla $\overline{A}$, $\overline{B}$, $\overline{C}$, $A - B$, $B - C$, $A \cap \overline{B}$ y $A \cap \overline{C}$.

b) Comprueba que $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ y que $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

a) A = «Escoger fruta roja» = {Manzanas rojas, ciruelas rojas}

B = «Escoger manzana» = {Manzanas rojas, manzanas verdes}

C = «Escoger plátano o pera» = {Peras verdes, peras amarillas, plátanos}

$\overline{A}$ = «No escoger fruta roja» = {Manzanas verdes, peras verdes, peras amarillas, plátanos}

$\overline{B}$ = «No escoger manzana» = {Ciruelas rojas, peras verdes, peras amarillas, plátanos}

$\overline{C}$ = «No escoger plátano o pera» = {Manzanas rojas, manzanas verdes, ciruelas rojas} $A - B$ = {Ciruelas rojas}

$B - C$ = {Manzanas rojas, manzanas verdes}

$A \cap \overline{B}$ = {Ciruelas rojas}

$A \cap \overline{C}$ = {Manzanas rojas, ciruelas rojas}

b) $\overline{A \cup B} = \overline{\{\text{Manzanas rojas, manzanas verdes, ciruelas rojas}\}}$ = {Peras verdes, peras amarillas, plátanos}

$\overline{A} \cap \overline{B}$ = {Peras verdes, peras amarillas, plátanos}

$\overline{A \cap B} = \overline{\{\text{Manzanas rojas}\}}$ = {Manzanas verdes, ciruelas rojas, peras verdes, peras amarillas, plátanos}

$\overline{A} \cup \overline{B}$ = {Manzanas verdes, ciruelas rojas, peras verdes, peras amarillas, plátanos}

9. **Cuatro amigos lanzan 100 veces cada uno una moneda y anotan los resultados. Razona si la moneda está o no trucada y calcula la frecuencia relativa y la probabilidad del suceso «Salir cara».**

	Amigo 1	Amigo 2	Amigo 3	Amigo 4
Cara	70	68	69	72
Cruz	30	32	31	28

La moneda está trucada ya que para que no estuviese trucada, el número de caras y el número de cruces deberían ser más o menos el mismo.

La frecuencia relativa del número de caras en cada caso es:

$f(\text{Amigo 1}) = \frac{70}{100} = 0{,}7$ $\qquad$ $f(\text{Amigo 3}) = \frac{69}{100} = 0{,}69$

$f(\text{Amigo 2}) = \frac{68}{100} = 0{,}68$ $\qquad$ $f(\text{Amigo 4}) = \frac{72}{100} = 0{,}72$

Como podemos observar, la probabilidad de obtener cara se aproxima a 0,7.

10. A partir de los datos de la tabla calcula la probabilidad de que salga 2 al lanzar un dado.

N.º de lanzamientos	«Salir 2»
100	20
5	80
1000	168
10000	1660

N.º de lanzamientos	«Salir 2»	Frecuencia relativa
100	20	0,2
500	80	0,16
1 000	168	0,168
10 000	1660	0,166

La probabilidad es más o menos 0,166.

11. De los sucesos A y B de un experimento aleatorio se sabe que $P(A)=\frac{2}{5}$, $P(B)=\frac{1}{3}$ y $P(\bar{A}\cap\bar{B})=\frac{1}{3}$. Calcula:

a) $P(A\cup B)$ b) $P(A\cap B)$ c) $P(\bar{A}\cup\bar{B})$

a) $P(\bar{A}\cap\bar{B})=P(\overline{A\cup B})\rightarrow P(A\cup B)=1-P(\overline{A\cup B})=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}=0,\hat{6}$

b) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\rightarrow P(A\cap B)=\frac{2}{5}+\frac{1}{3}-\frac{2}{3}=\frac{1}{15}=0,0\hat{6}$

c) $P(\bar{A}\cup\bar{B})=P(\overline{A\cap B})=1-P(A\cap B)=1-\frac{1}{15}=\frac{14}{15}=0,9\hat{3}$

12. De los sucesos A y B de un experimento aleatorio se sabe que $P(A)=0,4$; $P(B)=0,3$ y $P(A\cap B)=0,1$. Calcula:

a) $P(A\cup B)$ b) $P(\bar{A}\cup\bar{B})$ c) $P(\bar{A}\cap\bar{B})$

a) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=0,4+0,3-0,1=0,6$

b) $P(\bar{A}\cup\bar{B})=P(\overline{A\cap B})=1-P(A\cap B)=1-0,1=0,9$

c) $P(\bar{A}\cap\bar{B})=P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B)=1-0,6=0,4$

13. Se extrae una carta de la baraja española. Calcula la probabilidad de que sea:

a) Una espada.
b) Una figura.
c) Una figura de bastos.
d) Un as de oros o copas.

a) $P(\text{Una espada})=\frac{10}{40}=0,25$

b) $P(\text{Una figura})=\frac{12}{40}=0,3$

c) $P(\text{Una figura de bastos})=\frac{3}{40}=0,075$

d) $P(\text{Un as de oros o copas})=\frac{2}{40}=0,05$

14. **De una urna con ocho bolas numeradas del 1 al 8 se extraen consecutivamente dos y se anota el número de dos cifras que se forma con sus dígitos.**

Calcula la probabilidad de que el número sea múltiplo de 5.

Primero veamos cuántos casos posibles hay:

$$V_{8,2}=\frac{8!}{(8-2)!}=\frac{8!}{6!}=56$$

De esos 56 casos posibles solo nos interesan los que acaben en 5, por lo que hay 7 casos favorables:

{15, 25, 35, 25, 65, 75, 85}

El 55 no se puede dar, ya que las bolas se extraen consecutivamente una tras otra y si en la primera posición ya sale el 5, en la segunda no puede salir.

$$P(\text{Número múltiplo de 5})=\frac{7}{56}=0{,}125$$

15. **Encuestadas 30 personas sobre sus preferencias a la hora de elegir el lugar para pasar las vacaciones, se tienen estos resultados: 17 prefieren la playa, 8 la montaña y 5 reparten sus vacaciones entre los dos lugares. Elegida una persona al azar entre esas 30, calcula la probabilidad de que:**

a) Pase sus vacaciones en la playa, sabiendo que también las disfruta en la montaña.

b) Pase sus vacaciones en la playa, sabiendo que no las reparte con la montaña.

a) $P(\text{Playa / Ambas})=\dfrac{\text{n.º de personas que van a ambos sitios}}{\text{n.º de personas que van a la playa}}=\dfrac{5}{17}=0{,}294$

b) $P(\text{Montaña / Ambas})=\dfrac{\text{n.º de personas que van a ambos sitios}}{\text{n.º de personas que van a la montaña}}=\dfrac{5}{8}=0{,}625$

16. **Se escoge al azar una bola coloreada y numerada de la caja cuya composición se muestra en la tabla. Calcula las probabilidades que se piden.**

	Rojo	Azul	Blanco
Numerada con 1	2	4	1
Numerada con 2	3	2	3

a) $P(1/«\text{Rojo}»)$ b) $P(2/«\text{Azul}»)$ c) $P(2/«\text{Blanco}»)$

a) $P(1\text{ / Rojo})=\dfrac{\text{Rojas y numeradas con 1}}{\text{Rojas}}=\dfrac{2}{5}=0{,}4$

b) $P(2\text{ / Azul})=\dfrac{\text{Azules y numeradas con 2}}{\text{Azules}}=\dfrac{2}{6}=0{,}\widehat{3}$

c) $P(2\text{ / Blanco})=\dfrac{\text{Blancas y numeradas con 2}}{\text{Blancas}}=\dfrac{3}{4}=0{,}75$

17. **En una encuesta se pregunta si se vive o no en la misma localidad en la que se trabaja.**

	Hombres	Mujeres	**Total**
Vive donde trabaja	10	20	30
No vive donde trabaja	15	10	25
Total	25	30	55

Preguntando a una de las personas encuestadas escogida al azar, calcula la probabilidad de que:

a) Viva donde trabaja.

b) Sabiendo que es mujer, no viva donde trabaja.

c) Viva donde trabaja, sabiendo que es hombre.

a) $P(\text{Viva donde trabaje}) = \dfrac{\text{n.º de personas que viven donde trabajan}}{\text{n.º de personas totales}} = \dfrac{30}{55} = 0,\widehat{54}$

b) $P(\text{No viva donde trabaje / Mujer}) = \dfrac{\text{Mujer y no vive donde trabaja}}{\text{Mujer}} = \dfrac{10}{30} = 0,\widehat{3}$

c) $P(\text{Viva donde trabaje / Hombre}) = \dfrac{\text{Hombre y vive donde trabaja}}{\text{Hombre}} = \dfrac{10}{25} = 0,4$

18. **Copia en tu cuaderno y completa la siguiente tabla en la que se muestra el número de chicos y chicas que practican un deporte habitualmente y los que no lo hacen.**

	Chico	Chica	**Total**
Practica deporte	10		
No practica deporte		6	
Total		14	30

Elegida una persona al azar en este grupo, calcula la probabilidad de que sea chica y no practique un deporte de forma habitual.

	Chico	**Chica**	**Total**
Practica deporte	10	8	18
No practica deporte	6	6	12
Total	16	14	30

$P(\text{Ser chica y no practicar deporte}) = \dfrac{\text{n.º de chicas que no practican deporte}}{\text{n.º de personas totales}} = \dfrac{6}{30} = 0,2$

19. **En un grupo de 15 hombres y 18 mujeres, 6 hombres y 4 mujeres hablan dos idiomas extranjeros. Si se elige una persona al azar del grupo, calcula la probabilidad de que sea mujer y no hable dos idiomas extranjeros.**

$18 - 4 = 14$ no hablan dos idiomas extranjeros.

$P(\text{Ser mujer}) = \dfrac{18}{33} = 0,\widehat{54}$ $\qquad$ $P(\text{No saber dos idiomas sabiendo que es mujer}) = \dfrac{14}{18} = 0,\widehat{7}$

$P(\text{No saber dos idiomas y ser mujer}) = \dfrac{18}{33} \cdot \dfrac{14}{18} = 0,\widehat{42}$

20. **En un grupo de Bachillerato formado por 20 chicos y 12 chicas, 9 chicos y 7 chicas van a clase en transporte público. Calcula la probabilidad de que un alumno cualquiera sea chico y use el transporte público.**

$$P(\text{Ser chico}) = \frac{20}{32} = 0{,}625$$

$$P(\text{Usar el tranporte público sabiendo que es chico}) = \frac{9}{20} = 0{,}45$$

$$P(\text{Usar el transporte público y ser chico}) = \frac{20}{32} \cdot \frac{9}{20} = 0{,}281$$

SABER HACER

21. **Calcula el número de posibilidades.**

a) Al mezclar 2 colores diferentes teniendo 5 botes de pintura de distintos colores.

b) Al escribir los números de tres cifras iguales o distintas con los dígitos 1, 2, 3, 4 y 5.

a) $C_{5,2} = \frac{5!}{2! \cdot (5-2)!} = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = 10$ b) $VR_{5,3} = 5^3 = 125$

22. **Halla el número total de sucesos del experimento que consiste en escoger una bola de una bolsa en la que hay cinco bolas de colores diferentes y anotar su color.**

$0 \rightarrow 1$

$1 \rightarrow C_{5,1} = \binom{5}{1} = 5$

$2 \rightarrow C_{5,2} = \binom{5}{2} = 10$

$3 \rightarrow C_{5,3} = \binom{5}{3} = 10$

$4 \rightarrow C_{5,4} = \binom{5}{4} = 5$

$5 \rightarrow 1$

$1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = 2^5 = 32 \rightarrow$ Hay 32 sucesos en total.

23. **Realiza la actividad anterior sabiendo que en el interior de la bolsa solo hay bolas de tres colores diferentes.**

$0 \rightarrow 1$ $1 \rightarrow C_{3,1} = \binom{3}{1} = 3$ $2 \rightarrow C_{3,2} = \binom{3}{2} = 3$ $3 \rightarrow 1$

$1 + 3 + 3 + 1 = 2^3 = 8 \rightarrow$ Hay 8 sucesos en total.

24. **Halla el espacio muestral del experimento que consiste en lanzar un dado y sacar una bola de una bolsa en la que hay bolas rojas y negras.**

	1	2	3	4	5	6
R	*R*1	*R*2	*R*3	*R*4	*R*5	*R*6
N	*N*1	*N*2	*N*3	*N*4	*N*5	*N*6

$E = \{R1, R2, R3, R4, R5, R6, N1, N2, N3, N4, N5, N6\}$

25. **Extraes al azar un lápiz de color de un estuche que tiene dos azules, uno verde y uno rojo, y escribes tu nombre en un trozo de papel sacado sin mirar de una bolsa de tela que contiene papel normal y reciclado. Determina el espacio muestral de este experimento.**

Sean estos los sucesos del experimento:

A_1 = «Sacar uno de los lápices azules»

A_2 = «Sacar el otro lápiz azul»

V = «Sacar el lápiz verde»

R = «Sacar el lápiz rojo»

No = «Utilizar papel normal»

Re = «Utilizar papel reciclado»

El espacio muestral es:

$E = \{A_1No, A_1Re, A_2No, A_2Re, VNo, VRe, RNo, RRe\}$

26. **En una urna no transparente hay tarjetas de diferentes colores, entre ellas, de color blanco. Con los datos de la tabla, di qué probabilidad asignarías al suceso «Extraer una tarjeta de color blanco».**

Tarjetas extraídas	10	50	75	100	300	500
Tarjetas blancas	2	9	15	21	62	95

A = «Extraer una tarjeta de color blanco»

$$P(A) = \frac{95}{500} = 0,19$$

Como, al mayor número de observaciones, la frecuencia relativa se aproxima a la probabilidad, la probabilidad de extraer una tarjeta de color blanco es más o menos 19 %.

27. **La probabilidad de que tenga lugar el contrario de un suceso A es $\frac{1}{3}$, la probabilidad de un suceso B es $\frac{3}{4}$ y la probabilidad de que ocurran a la vez los sucesos A y B es $\frac{5}{8}$. Determina la probabilidad de que no se verifique A y no se verifique B.**

$$P(\overline{A}) = \frac{1}{3} \qquad P(B) = \frac{3}{4} \qquad P(A \cap B) = \frac{5}{8}$$

$$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = \frac{2}{3}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \rightarrow P(A \cup B) = \frac{19}{24}$$

$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = \frac{5}{24}$$

28. **En un centro escolar el 40 % de los alumnos pertenece al grupo de teatro, el 70 % escribe en el periódico escolar y el 30 % realiza ambas actividades. Escogido un alumno al azar, halla la probabilidad de que:**

a) No realice ninguna de las dos actividades.

b) Si escribe en el periódico escolar, no haga teatro.

A = «Pertenece al grupo de teatro»

B = «Escribe en el periódico»

$$P(A) = 0,4 \qquad P(B) = 0,7 \qquad P(A \cap B) = 0,3$$

	B	$\overline{B}$	Total
B	30	10	**40**
$\overline{A}$	40	20	**60**
Total	**70**	**30**	**100**

a) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\ \rightarrow\ P(A\cup B)=0{,}8$

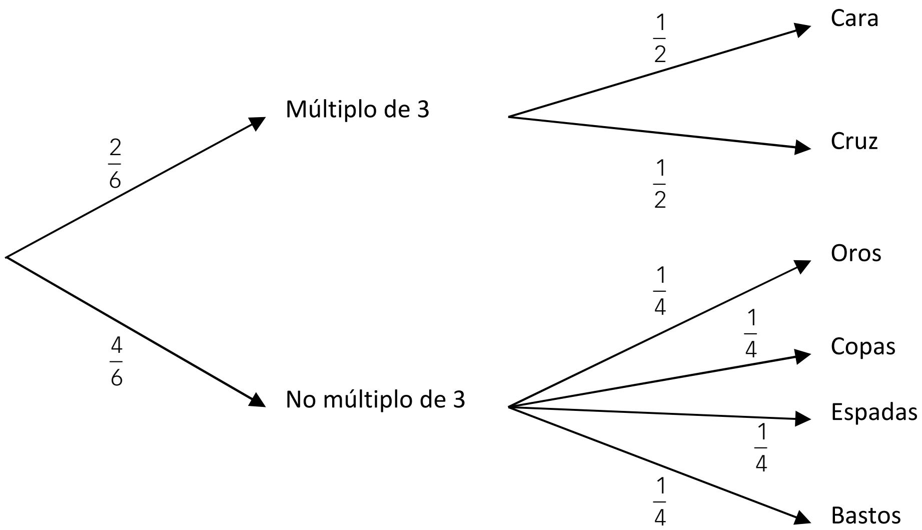
$P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B)=0{,}2$

b) Como el 70 % escribe en el periódico y el 30 % además pertenece al grupo de teatro, entonces el 40 % escribe en el periódico, pero no pertenece al grupo de teatro.

29. **Se lanza un dado. Si sale múltiplo de tres se lanza una moneda, en caso contrario se extrae una carta de la baraja española y se anota el palo al que pertenece. Calcula la probabilidad:**

a) De obtener un múltiplo de tres y cruz.

b) De obtener un no múltiplo de tres y bastos.



a) $P(\text{Múltiplo de 3 y cruz})=\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{6}=0{,}1\widehat{6}$

b) $P(\text{No múltiplo de 3 y basto})=\frac{4}{6}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{6}=0{,}1\widehat{6}$

30. **Se extraen tres bolas de una bolsa que contiene 4 bolas rojas, 7 azules y 9 blancas, con reemplazamiento de la primera y la segunda bolas. Calcula la probabilidad de obtener la serie azul-roja-blanca.**

Como son sucesos independientes, podemos aplicar la regla del producto.

$A=$ «Sacar una bola azul en la primera extracción»

$B=$ «Sacar una bola roja en la segunda extracción»

$C=$ «Sacar una bola blanca en la tercera extracción»

$$P(A\cap B\cap C)=P(A)\cdot P(B)\cdot P(C)=\frac{7}{20}\cdot\frac{4}{20}\cdot\frac{9}{20}=\frac{63}{2000}=0{,}0315$$

31. **El estuche E_1 contiene 4 bolígrafos azules y 2 negros. El estuche E_2 contiene 3 bolígrafos azules, 1 negro y 1 rojo. Se lanza una moneda al aire. Si sale cara se saca un bolígrafo del estuche E_1, y si sale cruz, del estuche E_2. Halla la probabilidad de que salga un bolígrafo negro.**

$A =$Un bolígrafo negro

$4+2+3+1+1=11$ bolígrafos en total

$E_1 =$Pertenecer al estuche 1 $\quad P(E_1)=\dfrac{4+2}{11}=0,\widehat{54}$

$E_2 =$Pertenecer al estuche 2 $\quad P(E_2)=\dfrac{3+1+1}{11}=0,\widehat{45}$

$P(A/E_1)=\dfrac{2}{6}=0,\widehat{3}$ $\quad P(A/E_2)=\dfrac{1}{5}=0,2$

$P(A)=P(E_1)P(A/E_1)+P(E_2)P(A/E_2)=0,2727$

Hay un 27,27 % de que salga un bolígrafo negro.

32. **El estuche E_1 contiene 4 bolígrafos azules y 2 negros. El estuche E_2 contiene 3 bolígrafos azules, 1 negro y 1 rojo. Se lanza una moneda al aire. Si sale cara se saca un bolígrafo del estuche E_1, y si sale cruz, del estuche E_2. Sabiendo que el bolígrafo escogido es negro, halla la probabilidad de que sea del estuche E_2.**

Por el ejercicio anterior sabemos que:

$P(A)=P(E_1)P(A/E_1)+P(E_2)P(A/E_2)=0,2727$

$P(E_2)P(A/E_2)=\dfrac{5}{11}\cdot\dfrac{1}{5}=0,\widehat{09}$

Por lo que aplicando el teorema de Bayes:

$P(E_2/A)=\dfrac{P(E_2)P(A/E_2)}{P(E_1)P(A/E_1)+P(E_2)P(A/E_2)}=0,\widehat{3}$ $\rightarrow$ La probabilidad de que sea del estuche E_2 es de 33,33 %.

ACTIVIDADES FINALES

33. **Para cada uno de los experimentos que se detallan, indica si son aleatorios o no.**

a) Medir la longitud de una carretera.
b) Lanzar un dado y anotar la suma de los puntos de las caras visibles.
c) Calcular el precio final de una compra.
d) Pesar una botella de agua de 2 litros.
e) Sacar una bola de una bolsa que contiene 6 bolas de diferentes colores.
f) Extraer una carta de la baraja española y anotar el palo al que pertenece.

a) Determinista c) Determinista e) Aleatorio

b) Aleatorio d) Determinista f) Aleatorio

34. **Describe el espacio muestral para los experimentos aleatorios de la actividad anterior.**

b) $E=\{15, 16, 17, 18, 19, 20\}$

e) Respuesta abierta. Por ejemplo: $E=\{\text{Rojo, azul, verde, negro, gris, blanco}\}$

f) $E=\{\text{Bastos, espadas, oros, copas}\}$

35. Calcula cuántas posibilidades hay:

a) Al elegir 5 niños de un grupo de 12.
b) Para colocar 8 libros distintos en un estante.
c) Al formar combinaciones de 6 letras con las letras de la palabra CARMEN.
d) Al escribir números de 5 cifras con los dígitos 1, 2, 3.
e) Al formar combinaciones de 4 letras con las letras de la palabra RAMÓN.
f) Al escribir números de 2 cifras con los dígitos del número 235.

a) $V_{12,5} = \frac{12!}{(12-5)!} = \frac{12!}{7!} = 95\,040$

b) $P_8 = 8! = 40\,320$

c) $C_{6,6} = \frac{6!}{6! \cdot (6-6)!} = \frac{6!}{6! \cdot 0!} = 1$

d) $VR_{3,5} = 3^5 = 243$

e) $C_{5,4} = \frac{5!}{4! \cdot (5-4)!} = \frac{5!}{4! \cdot 1!} = 5$

f) $VR_{3,2} = 3^2 = 9$

36. Con 4 botes de pintura: amarilla, verde, roja y marrón, ¿cuántas mezclas de dos colores puedes hacer?

$C_{4,2} = \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$

37. ¿De cuántas maneras pueden llegar 4 nadadores a la meta?

$P_4 = 4! = 24$

38. ¿De cuántas formas podemos colocarnos 2 anillos diferentes en una mano, de modo que no estén en el mismo dedo?

$C_{5,2} = \frac{5!}{2! \cdot (5-2)!} = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = 10$

39. Escribe el espacio muestral de los siguientes experimentos compuestos.

a) Se lanzan 3 monedas y se anota el número de caras obtenidas.
b) Se lanzan 2 dados cúbicos, uno rojo y otro azul, y se anotan los pares de resultados.
c) Se lanzan 2 dados cúbicos, uno rojo y otro azul, y se anota la suma de las puntuaciones.
d) Se extraen 2 piezas de fruta de un frutero en el que hay manzanas, naranjas y peras.
e) Se extraen 2 bolas de una bolsa que contiene bolas blancas, negras, rojas y verdes.
f) Se extraen 3 caramelos de una caja que tiene caramelos de fresa, limón y naranja.

a) $E = \{C, CC, CCC\}$

Como solo anotamos las caras obtenidas, entonces podemos obtener una, dos o tres caras.

b) $E = \left\{\begin{matrix} 11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 31, 32, 33, 34, 35, 36, \\ 41, 42, 43, 44, 45, 46, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 61, 62, 63, 64, 65, 66 \end{matrix}\right\}$

Como los dados son de distintos colores, los sucesos 16 y 61 son diferentes.

c) $E = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

En este caso el color de los dados nos es indiferente, ya que nos preguntan por la suma de los resultados.

d) $E = \{MM, MN, MP, NN, NP, PP\}$ En este caso no importa el orden.

e) $E=\{BB, BN, BR, BV, NN, NR, NV, RR, RV, VV\}$

En este caso no importa el orden.

f) $E=\{FFF, FFL, FFN, FNN, FNL, FLL, NNN, NNL, NLL, LLL\}$

En este caso no importa el orden.

40. Se considera el experimento que consiste en lanzar un dado con 12 caras numeradas del 1 al 12 y los siguientes sucesos:

A **= «Salir número par»**
B **= «Salir número múltiplo de 3»**
C **= «Salir número múltiplo de 5»**
D **= «Salir número mayor o igual que 6»**
E **= «Salir número menor que 5»**

a) Describe los sucesos indicando los sucesos elementales que los componen.
b) ¿Cuáles son incompatibles dos a dos?
c) Calcula $A - B$, $\overline{A} \cup E$, $\overline{C} \cap A$.

a) $A=\{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ $\quad C=\{5, 10\}$ $\quad F=\{1, 2, 3, 4\}$

$B=\{3, 6, 9, 12\}$ $\quad D=\{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

b) $B\cap C=\varnothing \rightarrow$ Son incompatibles.

$C\cap F=\varnothing \rightarrow$ Son incompatibles.

$D\cap F=\varnothing \rightarrow$ Son incompatibles.

c) $A-B=A\cap \overline{B}=\{2, 4, 6, 8, 10, 12\}\cap\{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11\}=\{2, 4, 8, 10\}$

$\overline{A}\cup F=\{1, 3, 5, 7, 9, 11\}\cup\{1, 2, 3, 4\}=\{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 11\}$

$\overline{C}\cap A=\{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12\}\cap\{2, 4, 6, 8, 10, 12\}=\{2, 4, 6, 8, 12\}$

41. Se lanza un dado cúbico, se anota la suma de las puntuaciones de las caras visibles y se consideran los sucesos:

A **= «Salir número par»**
B **= «Salir número mayor que 16»**
C **= «Salir número múltiplo de 3»**

a) Describe los sucesos indicando los sucesos elementales que los componen.
b) Calcula $(A \cup \overline{B}) \cap C$.
c) Comprueba estas propiedades.

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B} \qquad \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

a) $A=\{16, 18, 20\}$ $\quad B=\{17, 18, 19, 20\}$ $\quad C=\{15, 18\}$

b) $A\cup\overline{B}=\{16, 18, 20\}\cup\{15, 16\}=\{15, 16, 18, 20\}$

$\left(A\cup\overline{B}\right)\cap C=\{15, 16, 18, 20\}\cap\{15, 18\}=\{15, 18\}$

c) $\left.\begin{array}{l}\overline{A\cup B}=\overline{\{16, 17, 18, 19, 20\}}=\{15\}\\ \overline{A}\cap\overline{B}=\{15, 17, 19\}\cap\{15, 16\}=\{15\}\end{array}\right\}\rightarrow$ La propiedad se cumple.

$\left.\begin{array}{l}\overline{A\cap B}=\overline{\{18, 20\}}=\{15, 16, 17, 19\}\\ \overline{A}\cup\overline{B}=\{15, 17, 19\}\cup\{15, 16\}=\{15, 16, 17, 19\}\end{array}\right\}\rightarrow$ La propiedad se cumple.

42. **Se ha segmentado a la población de cierta provincia respecto al lugar de residencia, zona urbana o zona rural, y por edad, mayores de 18 años y menores de 18 años.**

Describe los sucesos que puedas formar con los siguientes sucesos.

A **= «Ser mayor de 18 años»**

B **= «Vivir en zona urbana»**

- Complementarios: $\overline{A}$ y $\overline{B}$
- Unión: $A \cup B$, $\overline{A} \cup B$, $A \cup \overline{B}$, $\overline{A} \cup \overline{B}$, $A \cup \overline{A}$ y $B \cup \overline{B}$
- Intersección: $A \cap B$, $\overline{A} \cap B$, $A \cap \overline{B}$, $\overline{A} \cap \overline{B}$, $A \cap \overline{A}$ y $B \cap \overline{B}$
- Diferencia: $A - B$ y $B - A$

Vamos a definir un ejemplo de cada uno:

$\overline{A} =$ «NO ser mayor de 18 años»

$A \cup \overline{B} =$ «Ser mayor de 18 años O NO vivir en zona urbana»

$\overline{A} \cap B =$ «NO ser mayor de 18 años Y vivir en zona urbana»

$B - A =$ «Vivir en zona urbana Y NO ser mayor de 18 años»

43. **Se extrae una carta de la baraja española. Considera estos sucesos.**

A **= «Sacar un as»**

B **= «Sacar un basto»**

C **= «Sacar un caballo»**

R **= «Sacar un rey»**

F **= «Sacar una figura»**

Describe los siguientes sucesos indicando los sucesos elementales que los componen.

a) $A \cap B$

b) $\overline{B} \cap C$

c) $B \cap F$

d) $A \cup R \cup F$

e) $\overline{C} \cap F$

f) $(C \cup R) \cap \overline{F}$

a) $A \cap B =$ «Sacar un as Y sacar un basto»

$A \cap B = \{1B\}$

b) $\overline{B} \cap C =$ «NO sacar un basto Y sacar un caballo»

$\overline{B} \cap C = \{CE, CO, CC\}$

c) $B \cap F =$ «Sacar un basto Y sacar una figura»

$B \cap F = \{SB, CB, RB\}$

d) $A \cup R \cup F =$ «Sacar un as O sacar un rey O sacar una figura»

$A \cup R \cup F = \{1B, 1E, 1C, 1O, SB, SE, SC, SO, CB, CE, CC, CO, RB, RE, RC, RO\}$

e) $\overline{C} \cap F =$ «NO sacar un caballo Y sacar una figura»

$\overline{C} \cap F = \{SB, SE, SC, SO, RB, RE, RC, RO\}$

f) $(C \cup R) \cap \overline{F} =$ «Sacar un caballo O sacar un rey Y NO sacar una figura»

$(C \cup R) \cap \overline{F} = \varnothing$

44. **Se hace girar una ruleta segmentada en 18 sectores numerados del 1 al 18, se espera a que se detenga y se anota el número en el que se ha parado. Expresa como unión o intersección los siguientes sucesos.**

A = «Detenerse en un número múltiplo de 3 o de 5»
B = «Detenerse en un número mayor que 15 o menor que 5»
C = «Detenerse en un número múltiplo de 3 y de 4»
D = «Detenerse en un número par y divisor de 18»

E = «Detenerse en un número múltiplo de 3»

F = «Detenerse en un número múltiplo de 5»

G = «Detenerse en un número mayor que 15»

H = «Detenerse en un número menor que 5»

I = «Detenerse en un número múltiplo de 4»

J = «Detenerse en un número par»

K = «Detenerse en un número divisor de 18»

$A = E \cup F$ $\quad$ $B = G \cup H$ $\quad$ $C = E \cap I$ $\quad$ $D = J \cap K$

45. **Un experimento consiste en sacar una bola de una urna con 4 bolas rojas, numeradas del 1 al 4; 5 azules, numeradas del 1 al 5; y 3 negras, numeradas del 1 al 3.**

R = «Salir bola roja»
A = «Salir bola azul»
N = «Salir bola negra»
I = «Salir número impar»
P = «Salir número par»

Describe estos sucesos.

a) $R \cup P$ $\quad$ c) $\overline{P} \cap N$ $\quad$ e) $\overline{N}$
b) $I \cup P$ $\quad$ d) $R \cap I$ $\quad$ f) $\overline{R \cup A}$

a) $R \cup P = \{R1, R2, R3, R4, A2, A4, N2\}$

b) $I \cup P = \{R1, R2, R3, R4, A1, A2, A3, A4, A5, N1, N2, N3\}$

c) $\overline{P} \cap N = \{N1, N3\}$

d) $R \cap I = \{R1, R3\}$

e) $\overline{N} = \{R1, R2, R3, R4, A1, A2, A3, A4, A5\}$

f) $\overline{R \cup A} = \{N1, N2, N3\}$

46. **En un experimento aleatorio sabemos que:**

$P(A) = 0{,}6$ $\quad$ $P(B) = 0{,}5$ $\quad$ $P(A + B) = 0{,}2$

Calcula las siguientes probabilidades.

a) $P(\overline{A})$ $\quad$ d) $P(A - B)$
b) $P(A \cup B)$ $\quad$ e) $P(\overline{B} - A)$
c) $P(\overline{A} \cup \overline{B})$ $\quad$ f) $P(\overline{A} \cap \overline{B})$

a) $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 0{,}4$

b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}9$

c) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 0{,}8$

d) $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0{,}4$

e) $P(\overline{B} - A) = P(\overline{B}) - P(\overline{B} \cap A) = 1 - P(B) - \left[P(A) - P(A \cap B)\right] = 1 - P(A \cup B) = 0{,}1$

f) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 0{,}1$

47. Si A y B son incompatibles, con $P(A) = 0{,}6$ y $P(A \cup B) = 0{,}9$; calcula lo siguiente.

a) $P(B)$ b) $P(A - B)$ c) $P(\overline{A} \cap B)$

a) $P(B) = P(A \cup B) - P(A) = 0{,}3$

b) $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0{,}6$

c) $P(\overline{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0{,}3$

48. Determina $P(A \cup B)$, $P(\overline{A} \cup \overline{B})$ y $P(\overline{A} \cap \overline{B})$, si:

$P(A) = 0{,}6$ $P(B) = 0{,}5$ $P(A + B) = 0{,}3$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}8$

$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 0{,}7$

$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 0{,}2$

49. Halla $P(A)$, $P(B)$ y $P(\overline{A} \cap B)$, si:

$P(A \cup B) = 0{,}8$ $P(B) = 0{,}6$ $P(A + B) = 0{,}3$

$P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 0{,}4$

$P(A) = P(A \cup B) - P(B) + P(A \cap B) = 0{,}7$

$P(\overline{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0{,}1$

50. ¿Es posible que haya dos sucesos tales que $P(A) = 0{,}6$; $P(B) = 0{,}8$ y $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0{,}7$?

No es posible.

$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 0{,}7 \to 1 - P(A \cap B) = 0{,}7 \to P(A \cap B) = 0{,}3$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}6 + 0{,}8 - 0{,}3 = 1{,}1 > 1$

51. ¿Es posible que haya dos sucesos tales que $P(A) = 0{,}3$; $P(B) = 0{,}6$ y $P(A \cap B) = 0{,}3$? ¿Cómo son esos sucesos?

Sí, es posible, pues: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}3 + 0{,}6 - 0{,}3 = 0{,}6$.

El suceso A está contenido en el suceso B.

52. ¿Es posible encontrar dos sucesos tales que $P(A) = 0{,}5$; $P(B) = 0{,}2$ y $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0{,}6$?

Sí, es posible.

$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 0{,}6 \to P(A \cup B) = 0{,}4$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}4 \to P(A \cap B) = 0{,}3$

53. Si $P(A) = 0{,}7$ y $P(B) = 0{,}4$; ¿pueden A y B ser sucesos incompatibles?

No, porque si $P(A \cap B) = 0 \to P(A \cup B) = P(A) + P(B) > 1$.

54. Sabemos que $P(A \cup B) = P(A) - P(A \cap B)$.

a) Decide cómo son los sucesos A y B.

b) Calcula $P(A \cup B)$ y $P(A \cap B)$.

El enunciado indica que $P(A \cup B) = P(A) - P(A \cap B)$, y por otra parte, sabemos que $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

De ambas igualdades obtenemos que $P(B) = 0$ y $P(A \cap B) = 0$.

a) Los sucesos A y B son disjuntos, pues la probabilidad de su intersección es cero.

b) $P(A \cup B) = P(A)$ $\qquad P(A \cap B) = 0$

55. Si $E = \{S_1, S_2, S_3, S_4\}$ es el espacio muestral de un experimento aleatorio:

a) ¿Puede suceder que $P(S_1) = \frac{1}{5}$, $P(S_2) = \frac{2}{3}$, $P(S_3) = \frac{1}{4}$ y $P(S_4) = \frac{1}{6}$?

b) ¿Y que $P(S_1) = \frac{1}{5}$, $P(S_2) = \frac{1}{3}$, $P(S_3) = \frac{1}{4}$ y $P(S_4) = \frac{1}{6}$?

Justifica tus respuestas.

a) $\frac{1}{5}+\frac{2}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{77}{60}>1 \rightarrow$ No puede suceder porque la probabilidad del espacio muestral debe valer 1.

b) $\frac{1}{5}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{57}{60}<1 \rightarrow$ No puede suceder porque la probabilidad del espacio muestral debe valer 1.

56. Tras un estudio de cierta población, se concluye que al elegir al azar una persona de esta población la probabilidad de que esté a favor de la apertura de comercios en días festivos es 0,8; la de que esté a favor de una ley reguladora del horario comercial es 0,4 y la de que esté a favor de las dos cuestiones es 0,3. Elegida una persona de esa población, calcula:

a) La probabilidad de que esté a favor de la apertura de comercios en días festivos o de que exista una ley reguladora del horario comercial.

b) La probabilidad de que ni esté a favor de la apertura de comercios en días festivos ni de que exista una ley reguladora del horario comercial.

A = «A favor de la apertura de comercios en días festivos»

B = «A favor de la ley reguladora del horario comercial»

$P(A \cup B) = 0{,}8 + 0{,}4 - 0{,}3 = 0{,}9$

$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0{,}9 = 0{,}1$

57. Realizada una encuesta entre los habitantes de una ciudad, se concluye que el 40 % lee habitualmente el periódico, el 30 % lee revistas culturales y el 20 % lee ambos tipos de publicaciones. Elegido al azar un ciudadano de este lugar, ¿cuál es la probabilidad de que lea el periódico o lea revistas culturales?

A = «Leer habitualmente el periódico» $\qquad$ B = «Leer habitualmente revistas culturales»

$P(A \cup B) = 0{,}4 + 0{,}3 - 0{,}2 = 0{,}5$

58. **En cierto centro escolar, tras un estudio de los resultados académicos, se concluye que la probabilidad de que un alumno apruebe Lengua española es 0,7, la probabilidad de aprobar Lengua extranjera es 0,6 y la probabilidad de aprobar ambas materias es 0,5. Elegido un alumno de ese centro escolar:**

a) ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe al menos una de las dos materias?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe solo una de las dos?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que no apruebe ninguna?

A = «Aprobar Lengua española» B = «Aprobar Lengua extranjera»

a) $P(A \cup B) = 0{,}7 + 0{,}6 - 0{,}5 = 0{,}8$

b) $\left(P(A) - P(A \cap B)\right) + \left(P(B) - P(A \cap B)\right) = 0{,}3$

c) $P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) = P\left(\overline{A \cup B}\right) = 1 - P(A \cup B) = 0{,}2$

59. **Se extrae una carta de la baraja española. Calcula la probabilidad de que:**

a) Sea un basto o una espada.
b) Sea un basto o un rey.
c) Sea una figura o un caballo
d) Sea una copa o una figura.

a) A = «Sacar un basto»

B = «Sacar una espada»

Se trata de sucesos incompatibles, es decir, $A \cap B = \varnothing$. Por tanto:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{10}{40} + \frac{10}{40} = 0{,}5$$

b) A = «Sacar un basto»

B = «Sacar un rey»

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{10}{40} + \frac{4}{40} - \frac{1}{40} = 0{,}325$$

c) A = «Sacar una figura»

B = «Sacar un caballo»

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{12}{40} + \frac{4}{40} - \frac{4}{40} = 0{,}3$$

d) A = «Sacar una copa»

B = «Sacar una figura»

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{10}{40} + \frac{12}{40} - \frac{3}{40} = 0{,}475$$

60. **Considera el experimento de escoger al azar una pieza de fruta de un frutero en el que hay 4 manzanas rojas, 6 naranjas, 3 manzanas verdes, 5 peras verdes, 2 plátanos y 1 pera amarilla. Calcula la probabilidad de escoger:**

a) Una pieza de color rojo.
b) Una pieza de color verde.
c) Una pieza que no sea verde ni roja.
d) Una pieza que no sea amarilla.

Hay $4 + 6 + 3 + 5 + 2 + 1 = 21$ piezas de fruta en total.

a) Hay 4 frutas rojas en el frutero $\rightarrow$ La probabilidad de coger una fruta roja es: $\frac{4}{21} = 0,19$

b) Hay $3 + 5 = 8$ frutas verdes en el frutero $\rightarrow$ La probabilidad de coger una fruta verde es: $\frac{8}{21} = 0,38$

c) $6 + 2 + 1 = 9$ frutas que no son ni rojas ni verdes en el frutero $\rightarrow$ La probabilidad de coger una fruta ni verde ni roja es: $\frac{9}{21} = 0,43$

d) Hay $1 + 2 = 3$ frutas amarillas en el frutero $\rightarrow$ La probabilidad de coger una fruta amarilla es: $\frac{3}{21} = 0,14$

61. **Se extrae una bola de una urna con siete bolas rojas numeradas del 1 al 7, cuatro bolas azules numeradas del 8 al 11 y tres bolas verdes numeradas del 12 al 14. Calcula la probabilidad de que:**

a) La bola sea roja.
b) La bola sea roja o verde.
c) El número de la bola sea múltiplo de 5.
d) El número de la bola sea mayor que 8 pero menor que 13.
e) El número de la bola sea par y la bola de color verde.
f) El número de la bola sea impar y la bola de color azul o verde.

Hay $7 + 4 + 3 = 14$ bolas en total.

a) Hay 7 bolas rojas en la bolsa $\rightarrow$ La probabilidad de coger una bola roja es $\frac{7}{14} = 0,5$

b) Hay $7 + 4 = 10$ bolas rojas y verdes en la bolsa $\rightarrow$ La probabilidad de coger una bola roja o verde es $\frac{10}{14} = 0,71$

c) Hay 2 bolas cuyo número es múltiplo de 5 $\rightarrow$ La probabilidad de coger una bola cuyo número sea múltiplo de 5 es $\frac{2}{14} = 0,14$

d) Hay 4 bolsas cuyo número está comprendido entre el 8 y el 13 $\rightarrow$ La probabilidad de coger una bola cuyo número está comprendido entre el 8 y el 13 es $\frac{4}{14} = 0,28$

e) Hay 2 bolas verdes cuyo número es par $\rightarrow$ La probabilidad de coger una bola verde cuyo número sea par es $\frac{2}{14} = 0,14$

f) Hay 3 bolas verdes y azules cuyo número es impar $\rightarrow$ La probabilidad de coger una bola verde o azul cuyo número sea impar es $\frac{3}{14} = 0,21$

62. **Se lanzan al aire dos dados, uno azul y otro rojo, y se anotan los pares de resultados. Calcula la probabilidad de que:**

a) Los resultados de ambos dados sean iguales.
b) Los resultados de ambos dados sean pares.
c) El primer resultado sea menor que el segundo.

a) Como los dados se pueden diferenciar, tenemos en total 36 combinaciones posibles:

{11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, 22, 23, ..., 64, 65, 66}

Y solo son iguales en seis casos: {11, 22, 33, 44, 55, 66}

Por tanto, la probabilidad de que ambos resultados sean iguales es $\frac{6}{36} = 0,1\widehat{6}$

b) Como los dados se pueden diferenciar, tenemos en total 36 combinaciones posibles:

{11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, 22, 23, ..., 64, 65, 66}

Y son pares en ambos dados si en el primero que se lanza el resultado es par (2, 4 o 6), y luego el resultado del segundo también es par (2, 4 o 6), es decir, en 3 · 3 = 9 que son $\{22, 24, 26, 42, 44, 46, 62, 64, 66\}$.

Por tanto, la probabilidad de que ambos resultados sean pares es $\frac{9}{36} = 0,25$

c) Como los dados se pueden diferenciar, tenemos en total 36 combinaciones posibles:

{11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, 22, 23, ..., 64, 65, 66}

Ahora distingamos los casos:

Si en el primer dado sale 1 → El segundo puede valer 2, 3, 4, 5 o 6.

Si en el primer dado sale 2 → El segundo puede valer 3, 4, 5 o 6.

Si en el primer dado sale 3 → El segundo puede valer 4, 5 o 6.

Si en el primer dado sale 4 → El segundo puede valer 5 o 6.

Si en el primer dado sale 5 → El segundo puede valer 6.

Si en el primer dado sale 6 → En el segundo no vale ninguno.

Nos valen $\{12, 13, 14, 15, 16, 23, 24, 25, 26, 34, 35, 36, 45, 46, 56\}$. Es decir, hay 15 posibilidades. Por tanto, la probabilidad de que el primer resultado sea menor que el segundo es $\frac{15}{36} = 0,41\widehat{6}$

63. Considera el experimento que consiste en lanzar dos dados, uno rojo y otro azul, y anotar la suma de las puntuaciones obtenidas. Calcula la probabilidad de que:

a) La suma sea 7.
b) La suma sea un número múltiplo de 3.
c) La suma sea menor o igual que 9.
d) La suma no sea mayor que 4.

a) El espacio muestral es {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}. Como los dados se pueden diferenciar, tenemos en total 36 combinaciones posibles para realizar la suma de ambos dados. Distingamos los casos:

Si en el primer dado sale 1 → El segundo puede valer 6.

Si en el primer dado sale 2 → El segundo puede valer 5.

Si en el primer dado sale 3 → El segundo puede valer 4.

Si en el primer dado sale 4 → El segundo puede valer 3.

Si en el primer dado sale 5 → El segundo puede valer 2.

Si en el primer dado sale 6 → El segundo puede valer 1.

El 7 lo podemos obtener con seis pares de resultados distintos: $\{16, 25, 34, 43, 52, 61\}$. Por tanto, la probabilidad de que la suma sea 7 es $\frac{6}{36} = 0,1\widehat{6}$

b) El espacio muestral es {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}. Como los dados se pueden diferenciar, tenemos en total 36 combinaciones posibles para realizar la suma de ambos dados. Para que el resultado sea un múltiplo de tres, nos vale que la suma sea 3, 6, 9 o 12. Distingamos los casos:

Si en el primer dado sale 1 ⟶ El segundo puede valer 2 o 5.

Si en el primer dado sale 2 ⟶ El segundo puede valer 1 o 4.

Si en el primer dado sale 3 ⟶ El segundo puede valer 3 o 6.

Si en el primer dado sale 4 ⟶ El segundo puede valer 2 o 5.

Si en el primer dado sale 5 ⟶ El segundo puede valer 1 o 4.

Si en el primer dado sale 6 ⟶ El segundo puede valer 3 o 6.

Hay 12 formas: $\{12, 15, 21, 24, 33, 36, 42, 45, 51, 54, 63, 66\}$ ⟶ La probabilidad de que la suma sea 7 es $\frac{12}{36} = 0,\widehat{3}$.

c) El espacio muestral es {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}. Como los dados se pueden diferenciar, tenemos en total 36 combinaciones posibles para realizar la suma de ambos dados. Vamos a ver en cuántos casos el resultado es mayor que 9. Distingamos los casos:

Si en el primer dado sale 1 ⟶ En el segundo no vale ninguna.

Si en el primer dado sale 2 ⟶ En el segundo no vale ninguna.

Si en el primer dado sale 3 ⟶ En el segundo no vale ninguna.

Si en el primer dado sale 4 ⟶ El segundo puede valer 4.

Si en el primer dado sale 5 ⟶ El segundo puede valer 5 o 6.

Si en el primer dado sale 6 ⟶ El segundo puede valer 4, 5 o 6.

Son seis casos: $\{46, 55, 56, 64, 65, 66\}$ ⟶ La probabilidad de que la suma sea menor o igual que 9 es $\frac{30}{36} = 0,8\widehat{3}$.

d) El espacio muestral es {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}. Como los dados se pueden diferenciar, tenemos en total 36 combinaciones posibles para realizar la suma de ambos dados. Distingamos los casos:

Si en el primer dado sale 1 ⟶ El segundo puede valer 1, 2 o 3.

Si en el primer dado sale 2 ⟶ El segundo puede valer 1 o 2.

Si en el primer dado sale 3 ⟶ El segundo puede valer 1.

Si en el primer dado sale 4 ⟶ En el segundo no vale ninguna.

Si en el primer dado sale 5 ⟶ En el segundo no vale ninguna.

Si en el primer dado sale 6 ⟶ En el segundo no vale ninguna.

En total hay seis casos en los que la suma es menor o igual que 4: $\{11, 12, 13, 21, 22, 31\}$ ⟶ La probabilidad de que la suma no sea mayor que 4 es $\frac{6}{36} = 0,1\widehat{6}$.

64. Se tiene un monedero con cuatro monedas de 0,20 €, seis monedas de 0,50 €, dos monedas de 1 € y tres monedas de 2 €. Se saca una moneda al azar. Calcula la probabilidad de que su valor:

a) Sea superior a 0,50 €.
b) Sea inferior a 2 €.
c) Esté comprendido entre 0,10 y 0,80 €.

a) En total hay 15 monedas en el monedero.

El valor de 5 monedas es superior a 0,5 €.

Por tanto, la probabilidad de que el valor sea superior a 0,5 € es: $\frac{5}{15} = 0,\widehat{3}$

b) En total hay 15 monedas en el monedero.

El valor de 12 monedas es inferior a 2 €.

Por tanto, la probabilidad de que el valor sea inferior a 2 € es: $\frac{12}{15}=0,8$

c) En total hay 15 monedas en el monedero.

El valor de 10 monedas está comprendido entre 0,10 € y 0,80 €.

Por tanto, la probabilidad de que el valor esté comprendido entre 0,10 € y 0,80 € es: $\frac{10}{15}=0,\widehat{6}$

65. Calcula el valor de *x* si en un dado se tiene que:

$$\boldsymbol{P(1)=P(2)=P(3)=\frac{1}{7}}$$
$$\boldsymbol{P(4)=P(5)=P(6)=x}$$

$$P(1)+P(2)+P(3)+P(4)+P(5)+P(6)=1$$

$$\frac{1}{7}+\frac{1}{7}+\frac{1}{7}+x+x+x=1\rightarrow x=\frac{4}{21}=0,1904$$

La probabilidad de sacar un 4, un 5 o un 6 es del 19,04 %.

66. Se ha trucado un dado cúbico, de modo que las puntuaciones que son números primos tienen doble probabilidad de salir que las que no lo son. ¿Cuál es la probabilidad de cada una de las puntuaciones? ¿Cuál es la probabilidad de obtener una puntuación par?

$$P(2)=P(3)=P(5)=2x$$

$$P(1)=P(4)=P(6)=x$$

$$P(1)+P(2)+P(3)+P(4)+P(5)+P(6)=1$$

$$x+2x+2x+x+2x+x=1\rightarrow 9x=1\rightarrow x=\frac{1}{9}=0,\widehat{1}$$

La probabilidad de sacar un 1, un 4 o un 6 es del 11,11 %.

La probabilidad de sacar un 2, un 3 o un 5 es del 22,22 %.

$$P(2)+P(4)+P(6)=0,\widehat{4}$$

La probabilidad de obtener una puntuación par es del 44,44 %.

67. En un dado trucado se tienen las siguientes probabilidades.

$$\boldsymbol{P(1)=P(2)=P(3)=P(6)=0,1}$$
$$\boldsymbol{P(4)=a \qquad P(5)=b \qquad P(4)=2P(5)}$$

Calcula *a* y *b*.

$$P(1)+P(2)+P(3)+P(4)+P(5)+P(6)=1$$

$$0,1+0,1+0,1+a+b+0,1=1\rightarrow a+b=0,6$$

$$P(4)=2P(5)\rightarrow a=2b$$

$$\left.\begin{array}{l}a+b=0,6\\ a=2b\end{array}\right\}\rightarrow a=0,4;\ b=0,2$$

68. **En el experimento que consiste en lanzar dos dados, uno rojo y otro azul, y considerar los pares de puntuaciones, sean los sucesos:**

A = «Las dos puntuaciones son iguales»

B = «Las dos puntuaciones son impares»

C = «Las dos puntuaciones son múltiplos de 3»

Calcula estas probabilidades.

a) $P(A/B)$ b) $P(C/B)$ c) $P(C/A)$

a) $P(A/B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{\frac{3}{36}}{\frac{9}{36}}=\dfrac{3}{9}=0,\widehat{3}$

b) $P(C/B)=\dfrac{P(C\cap B)}{P(B)}=\dfrac{\frac{1}{36}}{\frac{9}{36}}=\dfrac{1}{9}=0,\widehat{1}$

c) $P(C/A)=\dfrac{P(A\cap C)}{P(A)}=\dfrac{\frac{2}{36}}{\frac{6}{36}}=\dfrac{2}{6}=0,\widehat{3}$

69. **De todas las familias que tienen tres hijos, consideramos aquellas en las que hay, al menos, dos niñas. ¿Cuál es la probabilidad de que el otro hijo sea niño?**

A = «Uno de los tres hijos es niño» B = «Dos de los tres hijos son niñas»

$$P(A/B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{2}{4}}=\dfrac{1}{2}=0,5$$

70. **En el experimento que consiste en lanzar dos dados, uno rojo y otro azul, calcula la probabilidad de que:**

a) Una de las puntuaciones sea impar, sabiendo que la suma de las dos puntuaciones es 9.

b) Una de las puntuaciones sea par, sabiendo que la suma de las dos puntuaciones es 7.

c) La suma de las puntuaciones sea 7, sabiendo que su diferencia es 3.

a) A = «Una de las puntuaciones es impar» B = «La suma de las dos puntuaciones es 9»

$$P(A/B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{\frac{4}{36}}{\frac{4}{36}}=1$$

b) A = «Una de las puntuaciones es par» B = «La suma de las dos puntuaciones es 7»

$$P(A/B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{\frac{6}{36}}{\frac{6}{36}}=1$$

c) A = «La suma de las dos puntuaciones es 7» B = «La diferencia de las dos puntuaciones es 3»

$$P(A/B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{\frac{2}{36}}{\frac{6}{36}}=\dfrac{2}{6}=0,\widehat{3}$$

71. **En el experimento que consiste en extraer una carta de la baraja española, calcula la probabilidad de sacar un rey, sabiendo que se ha obtenido una figura.**

A = «Sacar un rey» B = «Sacar una figura»

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{4}{40}}{\frac{12}{40}}=\frac{4}{12}=0,\widehat{3}$$

72. **En una urna hay 50 tarjetas numeradas del 1 al 50. Calcula la probabilidad de que al sacar una tarjeta al azar esté numerada con un cuadrado perfecto, si se sabe que ha salido un múltiplo de 3.**

A = «Sacar una tarjeta numerada con un cuadrado perfecto»

B = «Sacar una tarjeta numerada con un múltiplo de 3»

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{2}{50}}{\frac{16}{50}}=\frac{2}{16}=0,125$$

73. **Calcula $P(A\cup B)$, sabiendo que $P(A)=0,3$; $P(B)=0,5$ y $P(A/B)=0,2$.**

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{P(A)+P(B)-P(A\cup B)}{P(B)}$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A/B)\cdot P(B)=0,7$$

74. **El médico de una empresa tiene una tabla en la que distribuye a los empleados según el sexo y su condición de fumadores, pero se ha perdido un dato. Complétala en tu cuaderno sabiendo que «Ser mujer» y «Ser fumador» son sucesos independientes.**

	Fumador	No fumador
Mujer	30	45
Hombre	80	

Sea x el número de hombres no fumadores de la empresa.

Los sucesos M y F son independientes:

$$P(M\cap F)=P(M)\cdot P(F)=\frac{30}{155+x}=\frac{75}{155+x}\cdot\frac{110}{155+x}\to 30(155+x)=8250\to 155+x=275\to x=120 \text{ hombres.}$$

75. **En un estuche hay 9 pinturas de color azul, 5 de color rojo, 3 de color verde y 1 de color morado. Se eligen tres al azar (con reemplazamiento). Calcula la probabilidad de que:**

a) Sean tres de color verde.
b) Sean tres de color morado.
c) Sean una azul y dos verdes.
d) Sean de distinto color.
e) Al menos haya una de color rojo.

a) $P(V)=\frac{3}{18}=0,1\widehat{6} \rightarrow P(V)\cdot P(V)\cdot P(V)=\frac{3}{18}\cdot\frac{3}{18}\cdot\frac{3}{18}=\frac{27}{5\,832}=0,0046$

b) $P(M)=\frac{1}{18}=0,0\widehat{5} \rightarrow P(M)\cdot P(M)\cdot P(M)=\frac{1}{18}\cdot\frac{1}{18}\cdot\frac{1}{18}=\frac{1}{5\,832}=0,00017$

c) $\left.\begin{array}{l} P(A)=\frac{9}{18}=0,5 \\ P(V)=\frac{3}{18}=0,1\widehat{6} \end{array}\right\} \rightarrow P(A)\cdot P(V)\cdot P(V)=\frac{9}{18}\cdot\frac{3}{18}\cdot\frac{3}{18}=\frac{81}{5\,832}=0,01\widehat{38}$

d) Las únicas posibilidades son: *AVR*, *AVM*, *ARM* y *VRM*; pero hay que tener en cuenta que importan el orden en que sacamos cada color, es decir, *AVR* es distinto a *ARV*, pero tienen la misma probabilidad de ocurrir. En total, cada uno de los casos puede ocurrir 6 (es decir, 3!) veces, por lo que la probabilidad de que todos los colores sean distintos es:

$$6\cdot\left(P(A)\cdot P(V)\cdot P(R)+P(A)\cdot P(V)\cdot P(M)+P(A)\cdot P(R)\cdot P(M)+P(V)\cdot P(R)\cdot P(M)\right)=$$

$$=6\cdot\left(\frac{135}{5\,832}+\frac{45}{5\,832}+\frac{27}{5\,832}+\frac{15}{5\,832}\right)=0,2284$$

e) $P(\text{Al menos un rojo})=1-P(\text{Ningún rojo})=1-\frac{13}{18}\cdot\frac{13}{18}\cdot\frac{13}{18}=0,6232$

76. En una bolsa hay 8 caramelos de fresa, 4 de menta y 6 de limón. Una niña escoge al azar un caramelo de la bolsa y, después de comérselo, escoge al azar un segundo caramelo de la misma bolsa. Calcula la probabilidad de que:

a) Los dos caramelos sean de fresa.
b) Los dos caramelos sean del mismo sabor.
c) Los dos caramelos sean de distinto sabor.
d) El segundo sea de menta.
e) El segundo no sea de fresa.
f) Al menos uno haya sido de limón.

a) $A_1=$ «Coger un caramelo de fresa en primer lugar»

$B_2=$ «Coger un caramelo de fresa en segundo lugar»

$P(A_1)\cdot P(B_2/A_1)=\frac{8}{18}\cdot\frac{7}{17}=\frac{28}{153}=0,183$

b) $A_1=$ «Coger un caramelo en primer lugar»

$B_2=$ «Coger un caramelo del mismo sabor que A_1 en segundo lugar»

Fresa $\rightarrow P(A_1)\cdot P(B_2/A_1)=\frac{8}{18}\cdot\frac{7}{17}=\frac{28}{153}=0,183$

Menta $\rightarrow P(A_1)\cdot P(B_2/A_1)=\frac{4}{18}\cdot\frac{3}{17}=\frac{2}{51}=0,0392$

Limón $\rightarrow P(A_1)\cdot P(B_2/A_1)=\frac{6}{18}\cdot\frac{5}{17}=\frac{5}{51}=0,098$

$\frac{28}{153}+\frac{2}{51}+\frac{5}{51}=\frac{49}{153}=0,3203$

c) $P(\text{Sean de distinto sabor})=1-P(\text{Sean del mismo sabor})=1-\frac{49}{153}=0,6797$

d) $A_1 =$ «Coger un caramelo en primer lugar»

$B_2 =$ «Coger un caramelo de menta en segundo lugar»

$$\text{Fresa} \rightarrow P(A_1)\cdot P(B_2 / A_1) = \frac{8}{18}\cdot\frac{4}{17} = \frac{16}{153} = 0{,}1046$$

$$\text{Menta} \rightarrow P(A_1)\cdot P(B_2 / A_1) = \frac{4}{18}\cdot\frac{3}{17} = \frac{2}{51} = 0{,}0392$$

$$\text{Limón} \rightarrow P(A_1)\cdot P(B_2 / A_1) = \frac{6}{18}\cdot\frac{4}{17} = \frac{5}{51} = 0{,}0784$$

$$\frac{16}{153} + \frac{2}{51} + \frac{4}{51} = \frac{34}{153} = 0{,}\widehat{2}$$

e) $A_1 =$ «Coger un caramelo en primer lugar»

$B_2 =$ «Coger un caramelo de fresa en segundo lugar»

$$\text{Fresa} \rightarrow P(A_1)\cdot P(B_2 / A_1) = \frac{8}{18}\cdot\frac{7}{17} = \frac{28}{153} = 0{,}183$$

$$\text{Menta} \rightarrow P(A_1)\cdot P(B_2 / A_1) = \frac{4}{18}\cdot\frac{8}{17} = \frac{16}{153} = 0{,}1046$$

$$\text{Limón} \rightarrow P(A_1)\cdot P(B_2 / A_1) = \frac{6}{18}\cdot\frac{8}{17} = \frac{8}{51} = 0{,}1569$$

$$\frac{28}{153} + \frac{16}{153} + \frac{8}{51} = \frac{68}{153} = 0{,}\widehat{4}$$

$$P(\text{Segundo no sea de fresa}) = 1 - P(\text{Segundo sea de fresa}) = 1 - \frac{68}{153} = 0{,}\widehat{5}$$

f) $A_1 =$ «Coger un caramelo que no sea de limón en primer lugar»

$B_2 =$ «Coger un caramelo que no sea de limón en segundo lugar»

$$P(A_1)\cdot P(B_2 / A_1) = \frac{12}{18}\cdot\frac{11}{17} = \frac{22}{51} = 0{,}4314$$

$$P(\text{Al menos uno sea de limón}) = 1 - P(\text{Ninguno haya sido de limón}) = 1 - \frac{22}{51} = 0{,}5686$$

77. Sea el experimento que consiste en extraer tres monedas (sin reemplazamiento) de un monedero que contiene 5 monedas de 0,50 €, 7 monedas de 1 € y 3 de 2 €.

Calcula la probabilidad de que:

a) Sean la primera de 1 €, la segunda de 0,50 € y la tercera de 2 €.
b) Sean las dos primeras iguales y la tercera desigual.
c) Sean tres monedas de igual valor.

a) $A_1 =$ «Tomar 1 € en primer lugar»

$B_2 =$ «Tomar 0,50 € en segundo lugar»

$C_3 =$ «Tomar 2 € en tercer lugar»

$$P(A_1)\cdot P(B_2 / A_1)\cdot P(C_3 / A_1 \cap B_2) = \frac{7}{15}\cdot\frac{5}{14}\cdot\frac{3}{13} = \frac{1}{26} = 0{,}0385$$

b) A_1 = «Tomar una moneda en primer lugar»

B_2 = «Tomar una moneda del mismo tipo que A_1 en segundo lugar»

C_3 = «Tomar una moneda de distinto tipo que A_1 en tercer lugar»

$0{,}50\text{ €} \rightarrow P(A_1)\cdot P(B_2/A_1)\cdot P(C_3/A_1\cap B_2)=\frac{5}{15}\cdot\frac{4}{14}\cdot\frac{10}{13}=\frac{20}{273}=0{,}0733$

$1\text{ €} \rightarrow P(A_1)\cdot P(B_2/A_1)\cdot P(C_3/A_1\cap B_2)=\frac{7}{15}\cdot\frac{6}{14}\cdot\frac{8}{13}=\frac{8}{65}=0{,}123$

$2\text{ €} \rightarrow P(A_1)\cdot P(B_2/A_1)\cdot P(C_3/A_1\cap B_2)=\frac{3}{15}\cdot\frac{2}{14}\cdot\frac{12}{13}=\frac{12}{455}=0{,}0263$

$\frac{20}{273}+\frac{8}{65}+\frac{12}{455}=\frac{304}{1365}=0{,}223$

c) A_1 = «Tomar una moneda en primer lugar»

B_2 = «Tomar una moneda del mismo tipo que A_1 en segundo lugar»

C_3 = «Tomar una moneda del mismo tipo que A_1 en tercer lugar»

$0{,}50\text{ €} \rightarrow P(A_1)\cdot P(B_2/A_1)\cdot P(C_3/A_1\cap B_2)=\frac{5}{15}\cdot\frac{4}{14}\cdot\frac{3}{13}=\frac{2}{91}=0{,}022$

$1\text{ €} \rightarrow P(A_1)\cdot P(B_2/A_1)\cdot P(C_3/A_1\cap B_2)=\frac{7}{15}\cdot\frac{6}{14}\cdot\frac{5}{13}=\frac{1}{13}=0{,}0769$

$2\text{ €} \rightarrow P(A_1)\cdot P(B_2/A_1)\cdot P(C_3/A_1\cap B_2)=\frac{3}{15}\cdot\frac{2}{14}\cdot\frac{1}{13}=\frac{1}{455}=0{,}0022$

$\frac{2}{91}+\frac{1}{13}+\frac{1}{455}=\frac{46}{455}=0{,}1011$

78. En la nevera de José hay 5 refrescos de cola, 8 de naranja y 2 de limón. Primero coge uno al azar. En el caso de que sea de limón o cola, repite tomándose un segundo refresco escogido también al azar. Calcula la probabilidad de que:

a) Se tome dos refrescos de limón.
b) Se tome primero uno de cola y segundo uno de naranja.
c) Se tome uno de cola y otro de limón.
d) Se tome dos refrescos.
e) Se tome dos refrescos del mismo sabor.
f) Se tome uno de naranja y otro de limón.

a) A_1 = «Coger un refresco de limón en primer lugar» B_2 = «Coger un refresco de limón en segundo lugar»

$P(A_1)\cdot P(B_2/A_1)=\frac{2}{15}\cdot\frac{1}{14}=\frac{1}{105}=0{,}0095$

b) A_1 = «Coger un refresco de cola en primer lugar» B_2 = «Coger un refresco de naranja en segundo lugar»

$P(A_1)\cdot P(B_2/A_1)=\frac{5}{15}\cdot\frac{8}{14}=\frac{4}{21}=0{,}1905$

c) A_1 = «Coger un refresco de cola en primer lugar» B_2 = «Coger un refresco de limón en segundo lugar»

$P(A_1)\cdot P(B_2/A_1)=\frac{5}{15}\cdot\frac{2}{14}=\frac{1}{21}=0{,}0476$

Como esta probabilidad es la misma que si se toma primero el de limón y luego el de cola, entonces el resultado es: $2\cdot 0{,}0476=0{,}0952$.

d) $P(\text{Tomar dos refrescos}) = 1 - P(\text{Tomar un refresco de naranja en primer lugar}) = 1 - \frac{8}{15} = 0,4\widehat{6}$

e) $A_1 =$ «Coger un refresco en primer lugar»

$B_2 =$ «Coger un refresco del mismo sabor que A_1 en segundo lugar»

$\text{Cola} \rightarrow P(A_1) \cdot P(B_2 / A_1) = \frac{5}{15} \cdot \frac{4}{14} = \frac{2}{21} = 0,0952$

$\text{Limón} \rightarrow P(A_1) \cdot P(B_2 / A_1) = \frac{2}{15} \cdot \frac{1}{14} = \frac{1}{105} = 0,0095$

$\frac{2}{21} + \frac{1}{105} = \frac{11}{105} = 0,1048$

f) $A_1 =$ «Coger un refresco de limón en primer lugar»

$B_2 =$ «Coger un refresco de naranja en segundo lugar»

$P(A_1) \cdot P(B_2 / A_1) = \frac{2}{15} \cdot \frac{8}{14} = \frac{8}{105} = 0,0762$

79. Realiza la actividad anterior suponiendo que solo hay un refresco de limón.

a) No puede tomarse dos refrescos de limón porque solo hay uno: $P(A) = 0$

b) $A_1 =$ «Coger un refresco de cola en primer lugar»

$B_2 =$ «Coger un refresco de naranja en segundo lugar»

$P(A_1) \cdot P(B_2 / A_1) = \frac{5}{14} \cdot \frac{8}{13} = \frac{20}{91} = 0,2198$

c) $A_1 =$ «Coger un refresco de cola en primer lugar»

$B_2 =$ «Coger un refresco de limón en segundo lugar»

$P(A_1) \cdot P(B_2 / A_1) = \frac{5}{14} \cdot \frac{1}{13} = \frac{5}{182} = 0,0275$

Como esta probabilidad es la misma que si se toma primero el de limón y luego el de cola, entonces el resultado es: $2 \cdot 0,0275 = 0,0549$

d) $P(\text{Tomar dos refrescos}) = 1 - P(\text{Tomar un refresco de naranja en primer lugar}) = 1 - \frac{8}{14} = 0,4286$

e) $A_1 =$ «Coger un refresco de cola en primer lugar»

$B_2 =$ «Coger un refresco de cola en segundo lugar»

$P(A_1) \cdot P(B_2 / A_1) = \frac{5}{14} \cdot \frac{4}{13} = \frac{10}{91} = 0,1099$

f) $A_1 =$ «Coger un refresco de limón en primer lugar»

$B_2 =$ «Coger un refresco de naranja en segundo lugar»

$P(A_1) \cdot P(B_2 / A_1) = \frac{1}{14} \cdot \frac{8}{13} = \frac{4}{91} = 0,044$

80. **Se hacen dos grupos con las cartas de una baraja española: G_1 con las copas y G_2 con el resto. Se lanza un dado y si el resultado es un número menor o igual que 4 se escoge al azar una carta de G_2, si sale mayor que 4 se elige de G_1. Calcula la probabilidad de que:**

a) Salga una figura.

b) Salga un as.

c) Salga un caballo, sabiendo que al tirar el dado salió un 6.

a) $A_1 =$ «Sacar un número mayor que 4»

$B_2 =$ «Sacar un número menor o igual que 4»

$C_3 =$ «Salir una figura»

$$P(C_3) = P(A_1)\cdot P(C_3/A_1) + P(B_2)\cdot P(C_3/B_2) = \frac{2}{6}\cdot\frac{3}{10} + \frac{4}{6}\cdot\frac{9}{30} = \frac{3}{10} = 0{,}3$$

b) $A_1 =$ «Sacar un número mayor que 4»

$B_2 =$ «Sacar un número menor o igual que 4»

$C_3 =$ «Salir un as»

$$P(C_3) = P(A_1)\cdot P(C_3/A_1) + P(B_2)\cdot P(C_3/B_2) = \frac{2}{6}\cdot\frac{1}{10} + \frac{4}{6}\cdot\frac{3}{30} = \frac{1}{10} = 0{,}1$$

c) $C_3 =$ «Salir un caballo»

$D_4 =$ «Sacar un 6»

$$P(C_3 \cap D_4) = P(D_4)\cdot P(C_3/D_4) \to P(C_3/D_4) = \frac{P(C_3 \cap D_4)}{P(D_4)} = \frac{\frac{1}{60}}{\frac{1}{6}} = \frac{1}{10} = 0{,}1$$

81. **En un restaurante hay 26 hombres, 20 mujeres y 3 niños. De ellos 15 hombres, 8 mujeres y 1 niño están comiendo «a la carta», mientras que el resto lo hace con el «menú del día». Se elige una persona al azar. Calcula la probabilidad de que sea hombre y esté tomando un menú del día.**

$A_1 =$ «Ser un hombre»

$B_2 =$ «Tomar un menú del día»

$$P(A_1)\cdot P(B_2/A_1) = \frac{26}{49}\cdot\frac{11}{26} = 0{,}2245$$

82. **En un hospital de tres plantas, el 50 % de los enfermos que están ingresados ocupan la primera planta, el 30 % ocupan la segunda planta y el resto está en la tercera planta. Son hombres el 62 % de los enfermos de la primera planta, el 44 % de los de la segunda planta y el 35 % de los de la tercera planta. Elegido al azar un enfermo de este hospital, determina la probabilidad de que sea.**

a) Un hombre.
b) Una mujer de la segunda planta.
c) Un hombre de la primera planta o una mujer de la tercera planta.

a) $A_1 =$ «Enfermo de la primera planta»

$B_2 =$ «Enfermo de la segunda planta»

$C_3 =$ «Enfermo de la tercera planta»

$D_4 =$ «Hombre»

$$P(D_4) = P(A_1)\cdot P(D_4/A_1) + P(B_2)\cdot P(D_4/B_2) + P(C_3)\cdot P(D_4/C_3) = \frac{50}{100}\cdot\frac{62}{100} + \frac{30}{100}\cdot\frac{44}{100} + \frac{20}{100}\cdot\frac{35}{100} = \frac{64}{125} = 0{,}512$$

b) $B_2 =$ «Enfermo de la segunda planta»

$E_5 =$ «Mujer»

$$P(E_5 \cap B_2) = P(B_2)\cdot P(E_5/B_2) = \frac{30}{100}\cdot\frac{56}{100} = \frac{21}{125} = 0{,}168$$

c) $A_1 =$ «Enfermo de la primera planta»

$C_3 =$ «Enfermo de la tercera planta»

$D_4 =$ «Hombre»

$E_5 =$ «Mujer»

$$P\big((D_4 \cap A_1) \cup (E_5 \cap C_3)\big) = P(D_4 \cap A_1) + P(E_5 \cap C_3) = \frac{50}{100}\cdot\frac{62}{100} + \frac{20}{100}\cdot\frac{65}{100} = \frac{11}{25} = 0{,}44$$

83. **Se lanza una moneda. Si sale cara, se elige al azar un número del 1 al 10; si sale cruz, se lanza un dado. Calcula la probabilidad de que el número que se obtiene sea:**

a) Un número par.
b) Un múltiplo de 3.
c) Un múltiplo de 5.

a) $A_1 =$ «Salir cara» $B_2 =$ «Salir cruz» $C_3 =$ «Salir un número par»

$$P(C_3) = P(A_1)\cdot P(C_3/A_1) + P(B_2)\cdot P(C_3/B_2) = \frac{1}{2}\cdot\frac{5}{10} + \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

b) $A_1 =$ «Salir cara» $B_2 =$ «Salir cruz» $C_3 =$ «Salir un múltiplo de 3»

$$P(C_3) = P(A_1)\cdot P(C_3/A_1) + P(B_2)\cdot P(C_3/B_2) = \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{10} + \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{6} = \frac{19}{60} = 0{,}31\widehat{6}$$

c) $A_1 =$ «Salir cara» $B_2 =$ «Salir cruz» $C_3 =$ «Salir un múltiplo de 5»

$$P(C_3) = P(A_1)\cdot P(C_3/A_1) + P(B_2)\cdot P(C_3/B_2) = \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{10} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6} = \frac{11}{60} = 0{,}18\widehat{3}$$

84. En el montón de cartas M_1 hay 5 cartas de oros y 6 de bastos, y en el M_2 hay 7 cartas de oros, 3 de bastos y 2 de espadas. Se saca una carta de M_1 y se mete en M_2. A continuación se saca una carta de M_2. Calcula la probabilidad de que:

a) Salga una carta de oros.
b) Salga una carta de espadas.
c) Salga una carta de oros después de pasar una de bastos.
d) Salga una carta de bastos después de pasar una de oros.

a) Si sacamos bastos de $M_1 \rightarrow P(\text{Sacar oros de } M_2) = \frac{6}{11}\cdot\frac{7}{13} = \frac{42}{143} = 0{,}2937$

Si sacamos oros de $M_1 \rightarrow P(\text{Sacar oros de } M_2) = \frac{5}{11}\cdot\frac{8}{13} = \frac{40}{143} = 0{,}2797$

$$\frac{40}{143} + \frac{42}{143} = \frac{82}{143} = 0{,}5734$$

b) Si sacamos bastos de $M_1 \rightarrow P(\text{Sacar espadas de } M_2) = \frac{6}{11}\cdot\frac{2}{13} = \frac{12}{143} = 0{,}0839$

Si sacamos oros de $M_1 \rightarrow P(\text{Sacar espadas de } M_2) = \frac{5}{11}\cdot\frac{2}{13} = \frac{10}{143} = 0{,}0699$

$$\frac{10}{143} + \frac{12}{143} = \frac{22}{143} = 0{,}1538$$

c) Si sacamos bastos de $M_1 \rightarrow P(\text{Sacar oros de } M_2) = \frac{6}{11}\cdot\frac{7}{13} = \frac{42}{143} = 0{,}2937$

$$P(\text{Oros habiendo pasado una de bastos}) = \frac{\frac{42}{143}}{\frac{6}{11}} = \frac{7}{13} = 0{,}5385$$

d) Si sacamos oros de $M_1 \rightarrow P(\text{Sacar bastos de } M_2) = \frac{5}{11}\cdot\frac{3}{13} = \frac{15}{143} = 0{,}1049$

$$P(\text{Bastos habiendo pasado una de oros}) = \frac{\frac{15}{143}}{\frac{5}{11}} = \frac{3}{13} = 0{,}2308$$

85. Se tienen dos cajas. En la caja C_1 hay 9 fichas rojas y 5 fichas negras. En la caja C_2 hay 6 fichas rojas, 3 fichas negras y 2 blancas. Se lanzan dos monedas al aire. Si salen dos caras, se saca una ficha de C_1; si no, se saca de C_2. Calcula la probabilidad de que:

a) La ficha sea roja.
b) La ficha sea blanca.
c) Salieran dos caras al lanzar las monedas, sabiendo que la ficha que ha salido es negra.

a) A_1 = «Sacar dos caras» B_2 = «No sacar dos caras» C_3 = «Sacar una ficha roja»

$$P(C_3)=P(A_1)\cdot P(C_3/A_1)+P(B_2)\cdot P(C_3/B_2)=\frac{1}{4}\cdot\frac{9}{14}+\frac{3}{4}\cdot\frac{6}{11}=\frac{351}{616}=0,5698$$

b) A_1 = «Sacar dos caras» B_2 = «No sacar dos caras» C_3 = «Sacar una ficha blanca»

$$P(C_3)=P(A_1)\cdot P(C_3/A_1)+P(B_2)\cdot P(C_3/B_2)=\frac{1}{4}\cdot\frac{0}{14}+\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{11}=\frac{3}{22}=0,1\overset{\frown}{36}$$

c) A_1 = «Sacar dos caras» B_2 = «No sacar dos caras» C_3 = «Sacar una ficha negra»

$$P(C_3)=P(A_1)\cdot P(C_3/A_1)+P(B_2)\cdot P(C_3/B_2)=\frac{1}{4}\cdot\frac{5}{14}+\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{11}=\frac{181}{616}=0,2938$$

$$P(A_1/C_3)=\frac{P(A_1)\cdot P(C_3/A_1)}{P(C_3)}=\frac{\frac{5}{56}}{\frac{181}{616}}=\frac{55}{181}=0,3039$$

86. En la caja C_1 hay un dado de cuatro caras, en la caja C_2 hay un dado cúbico y en la caja C_3 hay un dado de ocho caras. Se elige al azar una de las cajas y se lanza el dado que contiene. Calcula la probabilidad de que:

a) Salga un 4.
b) Salga un número par.
c) Salga un número mayor que 5.
d) El dado sea de la caja C_1, sabiendo que ha salido un 4.
e) El dado sea de la caja C_2, sabiendo que ha salido un 6.

a) A_1 = «Caja 1» B_2 = «Caja 2» C_3 = «Caja 3» D_4 = «Sacar un 4»

$$P(D_4)=P(A_1)\cdot P(D_4/A_1)+P(B_2)\cdot P(D_4/B_2)+P(C_3)\cdot P(D_4/C_3)=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{8}=\frac{13}{72}=0,1806$$

b) A_1 = «Caja 1» B_2 = «Caja 2» C_3 = «Caja 3» D_4 = «Sacar un número par»

$$P(D_4)=P(A_1)\cdot P(D_4/A_1)+P(B_2)\cdot P(D_4/B_2)+P(C_3)\cdot P(D_4/C_3)=\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{4}+\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{6}+\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{8}=\frac{1}{2}=0,5$$

c) A_1 = «Caja 1» B_2 = «Caja 2» C_3 = «Caja 3» D_4 = «Sacar un número mayor que 5»

$$P(D_4)=P(A_1)\cdot P(D_4/A_1)+P(B_2)\cdot P(D_4/B_2)+P(C_3)\cdot P(D_4/C_3)=\frac{1}{3}\cdot\frac{0}{4}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{8}=\frac{13}{72}=0,1806$$

d) A_1 = «Caja 1» B_2 = «Caja 2» C_3 = «Caja 3» D_4 = «Sacar un 4»

$$P(D_4)=P(A_1)\cdot P(D_4/A_1)+P(B_2)\cdot P(D_4/B_2)+P(C_3)\cdot P(D_4/C_3)=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{8}=\frac{13}{72}=0,1806$$

$$P(A_1/D_4)=\frac{P(A_1)\cdot P(D_4/A_1)}{P(D_4)}=\frac{\frac{1}{12}}{\frac{13}{72}}=\frac{6}{13}=0,4615$$

e) A_1 = «Caja 1» B_2 = «Caja 2» C_3 = «Caja 3» D_4 = «Sacar un 6»

$$P(D_4)=P(A_1)\cdot P(D_4/A_1)+P(B_2)\cdot P(D_4/B_2)+P(C_3)\cdot P(D_4/C_3)=\frac{1}{3}\cdot\frac{0}{4}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{8}=\frac{7}{72}=0,0972$$

$$P(B_2/D_4)=\frac{P(B_2)\cdot P(D_4/B_2)}{P(D_4)}=\frac{\frac{1}{18}}{\frac{7}{72}}=\frac{4}{7}=0,5714$$

87. **En la urna U_1 hay 4 bolas rojas y 5 negras, y en la urna U_2 hay 6 bolas rojas y 3 negras. Se saca una bola de U_1 y se mete en U_2. Se saca entonces al azar una bola de U_2. Calcula la probabilidad de que:**

a) Salga una bola roja.

b) Salga una bola negra después de haber sacado una roja en la primera urna.

c) La bola extraída de U_1 sea una negra, sabiendo que la que ha salido de la urna U_2 también es negra.

a) $A_1 =$ «Sacar de la primera urna una bola roja»

$B_2 =$ «Sacar de la primera urna una bola negra»

$C_3 =$ «Sacar una bola roja»

$$P(C_3) = P(A_1)\cdot P(C_3/A_1) + P(B_2)\cdot P(C_3/B_2) = \frac{4}{9}\cdot\frac{7}{10} + \frac{5}{9}\cdot\frac{6}{10} = \frac{29}{45} = 0{,}6\widehat{4}$$

b) $C_3 =$ «Sacar una bola negra»

$D_4 =$ «Sacar una bola roja»

$$P(C_3 \cap D_4) = P(D_4)\cdot P(C_3/D_4) \rightarrow P(C_3/D_4) = \frac{P(C_3\cap D_4)}{P(D_4)} = \frac{\frac{12}{90}}{\frac{4}{9}} = \frac{3}{10} = 0{,}3$$

c) $A_1 =$ «Sacar de la primera urna una bola roja»

$B_2 =$ «Sacar de la primera urna una bola negra»

$C_3 =$ «Sacar una bola negra»

$$P(C_3) = P(A_1)\cdot P(C_3/A_1) + P(B_2)\cdot P(C_3/B_2) = \frac{4}{9}\cdot\frac{3}{10} + \frac{5}{9}\cdot\frac{4}{10} = \frac{16}{45} = 0{,}3\widehat{5}$$

$$P(B_2/C_3) = \frac{P(B_2)\cdot P(C_3/B_2)}{P(C_3)} = \frac{\frac{2}{9}}{\frac{16}{45}} = \frac{5}{8} = 0{,}625$$

88. **Se tienen tres bolsas, B_1, B_2 y B_3. Su contenido es el siguiente.**

B_1: 4 bolas blancas y 3 negras.
B_2: 2 bolas blancas y 5 negras.
B_3: 5 bolas blancas y 4 negras.

Se lanza un dado. Si sale 1, 2 o 3, se extrae una bola de B_1; si sale 4 o 5, se extrae de B_2; si sale 6, se extrae de B_3. Sabiendo que la bola extraída es blanca, calcula la probabilidad de que sea de la bolsa B_2.

$A_1 =$ «Bolsa 1» $B_2 =$ «Bolsa 2» $C_3 =$ «Bolsa 3» $D_4 =$ «Sacar una bola blanca»

$$P(D_4) = P(A_1)\cdot P(D_4/A_1) + P(B_2)\cdot P(D_4/B_2) + P(C_3)\cdot P(D_4/C_3) = \frac{3}{6}\cdot\frac{4}{7} + \frac{2}{6}\cdot\frac{2}{7} + \frac{1}{6}\cdot\frac{5}{9} = \frac{179}{378} = 0{,}4735$$

$$P(B_2/D_4) = \frac{P(B_2)\cdot P(D_4/B_2)}{P(D_4)} = \frac{\frac{2}{21}}{\frac{179}{378}} = \frac{36}{179} = 0{,}2011$$

89. **En un cine hay tres salas. En la sala *A* están proyectando una película y hay 240 espectadores. En la sala *B* hay 180 butacas ocupadas y en la sala *C* hay 80 personas. Se sabe que la película de la sala *A* agrada al 40 % de los espectadores, mientras que las películas de las otras salas tienen un 50 % y un 90 % de aceptación.**

A la salida de las tres películas se elige un espectador al azar.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la película le haya gustado?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que le haya gustado si ha estado en la sala *C*?

c) ¿Y cuál es la probabilidad de que salga de la sala *C* si sabemos que la película le ha gustado?

a) $P(G) = P(A) \cdot P(G/A) + P(B) \cdot P(G/B) + P(C) \cdot P(G/C) =$
$$= \frac{240}{500} \cdot \frac{40}{100} + \frac{180}{500} \cdot \frac{50}{100} + \frac{80}{500} \cdot \frac{90}{100} = \frac{129}{250}$$

b) $P(G/C) = \dfrac{9}{10}$

c) $$P(C/G) = \frac{P(C) \cdot P(G/C)}{P(A) \cdot P(G/A) + P(B) \cdot P(G/B) + P(C) \cdot P(G/C)} = \frac{\dfrac{80}{500} \cdot \dfrac{90}{100}}{\dfrac{129}{250}} = \frac{36}{129}$$

90. **El 60 % de los productos de una marca se fabrica en su factoría de Portugal; el 30 % se fabrica en España, y el resto, en la factoría de Andorra. El 1 % de los productos fabricados en Portugal presenta algún defecto de fabricación, mientras que en España y en Andorra estos porcentajes son del 0,5 y el 3 %, respectivamente.**

a) Determina la probabilidad de que un producto resulte defectuoso.

b) Si compramos un producto y resulta defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de Andorra?

a) $P(D) = P(P) \cdot P(D/P) + P(E) \cdot P(D/E) + P(A) \cdot P(D/A) =$
$$= 0{,}6 \cdot 0{,}01 + 0{,}3 \cdot 0{,}005 + 0{,}1 \cdot 0{,}03 = 0{,}0105$$

b) $$P(A/D) = \frac{P(A) \cdot P(D/A)}{P(P) \cdot P(D/P) + P(E) \cdot P(D/E) + P(A) \cdot P(D/A)} = \frac{0{,}1 \cdot 0{,}03}{0{,}0105} = 0{,}28$$

91. **El 60 % de los habitantes adultos de un pueblo es votante del partido QW y el resto vota al partido SZ. Se ha organizado un referéndum. El 35 % de los votantes de QW está a favor de la propuesta, mientras que el 90 % de los votantes de SZ también está dispuesto a apoyarla.**

a) Si se realiza la votación, ¿cuál es la probabilidad de que la propuesta del referéndum sea aprobada?

b) Elegimos al azar un votante de los que votaron afirmativamente. ¿Cuál es la probabilidad de que esta persona sea votante de QW?

a) $P(A) = P(QW) \cdot P(A/QW) + P(SZ) \cdot P(A/SZ) =$
$$= 0{,}6 \cdot 0{,}35 + 0{,}4 \cdot 0{,}9 = 0{,}57$$

b) $$P(QW/A) = \frac{P(QW) \cdot P(A/QW)}{P(QW) \cdot P(A/QW) + P(SZ) \cdot P(A/SZ)} = \frac{0{,}6 \cdot 0{,}35}{0{,}57} = 0{,}37$$

92. **Los médicos de un hospital hacen guardias tres días a la semana.**

a) Calcula la probabilidad de que un médico haga guardia el lunes, el martes y el miércoles.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que libre el fin de semana (sábado y domingo)?

c) ¿Y de que esté de guardia tres días alternos, es decir, con un día de descanso entre la primera y la segunda guardia, y otro día de descanso entre la segunda y la tercera?

a) $P(\text{Hacer guardia lunes, martes y miércoles}) = \dfrac{1}{C_{7,3}} = \dfrac{1}{35}$

b) $P(\text{No hacer guardia sábado y domingo}) = 1 - P(\text{Hacer guardia sábado, domingo y otro día de la semana}) = 1 - \dfrac{5}{35} = \dfrac{6}{7}$

c) $P(\text{Hacer guardia lunes, miércoles y viernes}) + P(\text{Hacer guardia lunes, miércoles y sábado}) +$

$+ P(\text{Hacer guardia lunes, miércoles y domingo}) + P(\text{Hacer guardia lunes, jueves y sábado}) +$

$+ P(\text{Hacer guardia lunes, jueves y domingo}) + P(\text{Hacer guardia lunes, viernes y domingo}) +$

$+ P(\text{Hacer guardia martes, jueves y sábado}) + P(\text{Hacer guardia martes, jueves y domingo}) +$

$+ P(\text{Hacer guardia miércoles, viernes y domingo}) = \dfrac{2}{7}$

93. **Un examen tipo test consta de dos preguntas para las que se ofrecen cuatro posibles respuestas, de las que solo una es correcta. Si se responde al azar, ¿cuál es la probabilidad de acertar dos preguntas? ¿Y de no acertar ninguna? Resuélvelo considerando que el examen consta de cuatro preguntas.**

$$P(A_1 \cap A_2) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

$$P(\overline{A}_1 \cap \overline{A}_2) = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$$

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{256}$$

$$P(\overline{A}_1 \cap \overline{A}_2 \cap \overline{A}_3 \cap \overline{A}_4) = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{81}{256}$$

94. **¿Cuál es la probabilidad de tener 15 aciertos en una quiniela de fútbol compuesta por 15 partidos? ¿Y de tener 14 aciertos?**

$$P(15 \text{ aciertos}) = \frac{1}{3^{15}} = 0{,}000000069$$

$$P(14 \text{ aciertos}) = 15 \cdot \frac{1}{3^{14}} \cdot \frac{2}{3} = 0{,}00000209$$

95. **El 1 % de los ejemplares de una variedad europea de pez presenta una malformación congénita consistente en la ausencia de la aleta dorsal. Ese defecto está presente en el 3 % de los peces de la variedad africana. En un criadero de peces, el 80 % de sus ejemplares es de procedencia europea y el resto africana.**

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un pez del criadero no tenga aleta dorsal?

b) Si el criadero tiene aproximadamente dos millones de ejemplares de peces, ¿cuántos no tendrán aleta dorsal?

a) $P(\overline{D}) = P(E) \cdot P(\overline{D}/E) + P(A) \cdot P(\overline{D}/A) = 0{,}8 \cdot 0{,}01 + 0{,}2 \cdot 0{,}03 = 0{,}014$

b) $0{,}014 \cdot 2\,000\,000 = 28\,000$ ejemplares no tendrán aleta dorsal.

96. **Averigua la relación que deben cumplir *x*, *y*, *z* y *t* para que *A* y *P* sean sucesos independientes.**

	A	*B*
P	*x*	*y*
Q	*z*	*t*

	A	*B*	
P	x	y	$x+y$
Q	z	t	$z+t$
	$x+z$	$y+t$	$x+y+z+t$

Si *A* y *P* son independientes, entonces:

$P(A \cap P) = P(A) \cdot P(P)$

$$\rightarrow \frac{x}{x+y+z+t} = \frac{x+z}{x+y+z+t} \cdot \frac{x+y}{x+y+z+t}$$

$$\rightarrow x^2 + xy + xz + xt = x^2 + xy + xz + yz \rightarrow xt = yz$$

97. **Calcula.**

a) ¿Cuál es la probabilidad de que se encuentren dos amigos y hayan nacido el mismo día de la semana?

b) Y si se encuentran tres amigos, ¿cuál es la probabilidad de que haya, por lo menos, dos amigos que nacieran el mismo día de la semana?

c) ¿Cuántos amigos han de juntarse para poder asegurar, con más del 50 % de probabilidad, que haya dos amigos, al menos, que nacieran el mismo día de la semana?

S = «Haber nacido un día de la semana»

a) $7 \cdot P(S \cap S) = 7 \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{7} = 0{,}14$

b) *P*(Al menos dos nacieron el mismo día) = *P*(Dos nacieron el mismo día) + *P*(Tres nacieron el mismo día) = $3 \cdot 7 \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{6}{7} + 7 \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} = \frac{19}{49} = 0{,}39$

c) Si se reúnen cuatro amigos: *P*(Al menos dos nacieron el mismo día) = *P*(Dos nacieron el mismo día) + *P*(Tres nacieron el mismo día) + *P*(Cuatro nacieron el mismo día) =

$$= 6 \cdot 7 \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{5}{7} + 4 \cdot 7 \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{6}{7} + 7 \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} =$$

$$= \frac{205}{343} = 0{,}59$$

98. **En un juego se lanza una moneda al aire y si sale cara, pierde un punto Beatriz y lo gana Jesús, y si sale cruz, ocurre lo contrario. Entre ambos acuerdan que solo se puede jugar si se dispone de puntos para perder.**

a) ¿Cuál es la probabilidad de que Jesús tenga que dejar de jugar al tercer lanzamiento?

b) ¿Y cuál es la probabilidad de que, tras lanzar la moneda cuatro veces, Jesús tenga solo un punto?

Suponemos que el juego es equitativo, es decir, que Beatriz y Jesús parten con un mismo número de puntos.

a) Queremos calcular la probabilidad de que Jesús pierda todos sus puntos al tercer lanzamiento.

Esto quiere decir que debe tener 1 punto después del segundo lanzamiento y que salga cruz en el tercero.

Como tras el segundo lanzamiento tiene 1 punto, la única posibilidad es que tras el primer lanzamiento tenga 2 puntos, es decir, en el segundo lanzamiento debe salir cruz.

Si tras el primer lanzamiento tiene 2 puntos, necesariamente ha de tener 1 o 3 puntos al comenzar a jugar, pero no puede tener 1 punto, ya que esto significaría que el juego acaba en la primera tirada, pues Jesús o Beatriz se quedarían sin puntos para jugar.

Por tanto, la única opción válida para que Jesús termine de jugar en el tercer lanzamiento es que haya partido con tres puntos y que salgan 3 cruces seguidas.

$$P(XXX) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

Si al comienzo de la partida, tuvieran un número de puntos distinto de 3, la probabilidad de que Jesús pierda exactamente al tercer lanzamiento es cero.

b) Con un razonamiento análogo al anterior, que podemos resumir en el siguiente cuadro, comprobamos que las únicas opciones válidas para que Jesús tenga 1 punto tras la cuarta tirada es que haya comenzado con 3 puntos o con 5 puntos.

$$1 \xleftarrow{4^\circ +} 2 \begin{cases} \xleftarrow{3^\circ +} 3 \begin{cases} \xleftarrow{2^\circ +} 4 \begin{cases} \xleftarrow{1^\circ +} 5 \\ \xleftarrow{1^\circ C} 3 \end{cases} \\ \xleftarrow{2^\circ C} 2 \xleftarrow{1^\circ +} 3 \end{cases} \\ \xleftarrow{3^\circ C} 1 \xleftarrow{2^\circ +} 2 \xleftarrow{1^\circ +} 3 \end{cases}$$

Si ha comenzado con 3 puntos, la probabilidad de que acabe con 1 punto es:

$$P(\text{Acabar con 1 punto}) = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{16}$$

Y si ha comenzado con 5 puntos:

$$P(\text{Acabar con 1 punto}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

PARA PROFUNDIZAR

99. Elige la respuesta adecuada. (Concurso de Primavera)

Seleccionados dos números reales del intervalo $[-20, 10]$, ¿cuál es la probabilidad de que su producto sea positivo?	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{2}{3}$
Ana, Beatriz y Carlos lanzan un dado. Ana gana si saca 1, 2 o 3; Beatriz gana si saca 4 o 5 y Carlos gana si saca 6. El dado va pasando de Ana a Beatriz, de Beatriz a Carlos, de Carlos a Ana…, hasta que alguien gane. ¿Cuál es la probabilidad de que Carlos gane?	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$
¿Cuál es la probabilidad de que al tirar dos dados aparezcan en la cara superior números consecutivos?	$0{,}1\widehat{4}$	$0{,}17$	$0{,}\widehat{27}$	$0{,}\widehat{3}$	$0{,}5$
Una bolsa contiene 3 bolas rojas y 2 bolas blancas. Sacamos las bolas, sin mirar, una a una. ¿Cuál es la probabilidad de que en algún momento solo queden bolas blancas?	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{7}{10}$
En el interior del triángulo equilátero *ABC* elegimos un punto *P*. ¿Cuál es la probabilidad de que el área del triángulo *ABP* sea mayor que el área del triángulo *ACP* y que el área del triángulo *BCP*?	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$

- $A_1 =$ «Número negativo» $\qquad P(A_1)=\frac{20}{30}=\frac{2}{3}=0,\widehat{6}$

  $B_2 =$ «Número positivo» $\qquad P(B_2)=\frac{10}{30}=\frac{1}{3}=0,\widehat{3}$

  $A_1 \cdot B_2 = B_2 \cdot A_1 =$ Número negativo

  $A_1 \cdot A_1 = B_2 \cdot B_2 =$ Número positivo

  $P(A_1)\cdot P(A_1)+P(B_2)\cdot P(B_2)=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}=\frac{5}{9}=0,\widehat{5}$

  La probabilidad de que el producto de dos números reales del intervalo [−20, 10] sea positivo es $\frac{5}{9}$.

- $A_1 =$ «Ana saque un 4, 5 o 6» $\qquad P(A_1)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}=0,5$

  $B_2 =$ «Beatriz saque un 1,2,3 o 6» $\qquad P(B_2)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}=0,\widehat{6}$

  $C_3 =$ «Carlos saque un 6» $\qquad P(C_3)=\frac{1}{6}=0,1\widehat{6}$

  $C_4 =$ «Carlos no saque un 6» $\qquad P(C_4)=\frac{5}{6}=0,8\widehat{3}$

  $P(\text{Carlos gane en una ronda})=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{18}=0,0\widehat{5}$

  $P(\text{Carlos gane en dos rondas})=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{6}=\frac{1}{18}\cdot\frac{5}{18}=0,0154$

  $P(\text{Carlos gane en dos rondas})=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{6}=\frac{1}{18}\cdot\frac{5}{18}\cdot\frac{5}{18}=0,0043$

  En la tirada *n*-ésima, la probabilidad de que Carlos gane es de: $\frac{1}{18}\cdot\left(\frac{5}{18}\right)^{n-1}$

  Y si sumamos $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{18}\cdot\left(\frac{5}{18}\right)^{n-1}=\frac{1}{13}$.

  La probabilidad de que Carlos gane es $\frac{1}{13}$.

- Anotamos en una tabla los posibles resultados de lanzar dos dados y vemos cuáles son consecutivos:

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

$\frac{10}{36}=\frac{5}{18}=0,2\widehat{7}$ $\longrightarrow$ La probabilidad de sacar dos números consecutivos es $0,2\widehat{7}$.

- Para que en algún momento solo queden bolas blancas hay que extraer las tres bolas rojas, pero en la bolsa pueden quedar dos bolas blancas o una:

$A_1 =$ «Sacar una bola roja»

$B_2 =$ «Sacar una bola blanca»

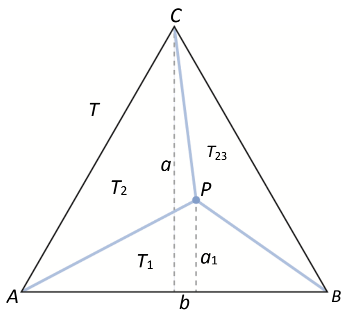
$$P(A_1 \cap A_1 \cap A_1) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{6}{60} = \frac{1}{10} = 0{,}1$$

$$P(B_2 \cap A_1 \cap A_1 \cap A_1) = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{12}{120} = \frac{1}{10} = 0{,}1$$

A $P(B_2 \cap A_1 \cap A_1 \cap A_1)$ la multiplicamos por 3 porque la bola blanca la podemos sacar en la primera, segunda o tercera posición (y estos sucesos tienen la misma probabilidad). Por lo que en total queda:

$\frac{1}{10} + 3 \cdot \frac{1}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = 0{,}4 \rightarrow$ La probabilidad de que solo se queden bolas blancas en la bolsa es de $\frac{2}{5}$.

- Representemos la situación:



Llamemos T al triángulo equilátero y tomemos un punto P. $Área(T) = Área(T_1) + Área(T_2) + Área(T_3)$.
Y, por otro lado, $Área(T) = \frac{b \cdot a}{2}$.

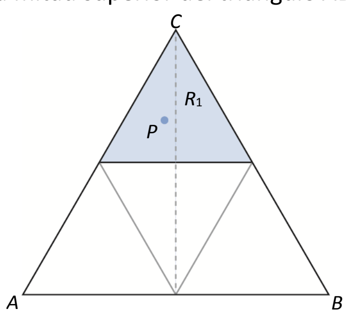
Tomamos como base de T el lado AB, y como base del triángulo T_1 también el lado AB. Como nos dice el problema:

$Área(T_1) > Área(T_2) + Área(T_3) \longrightarrow Área(T_1) + Área(T_1) > Área(T_1) + Área(T_2) + Área(T_3) \longrightarrow 2Área(T_1) > Área(T)$

Así:

$$Área(T) = \frac{b \cdot a}{2} \rightarrow Área(T_1) = \frac{b \cdot a_1}{2} \rightarrow 2 \cdot \frac{b \cdot a_1}{2} > \frac{b \cdot a}{2} \rightarrow 2a_1 > a \rightarrow a_1 > \frac{a}{2}$$

Por lo que el punto P debe estar en la mitad superior del triángulo ABC. Representemos la situación actual:



Al trazar la recta perpendicular a la altura a que la divide en dos segmentos iguales, nos queda en la parte superior el triángulo R_1. Así, el punto P debe estar dentro del triángulo R_1 y, por tanto, la probabilidad de que el área del triángulo T_1 sea mayor que el área del triángulo T_2 y que el área del triángulo T_3 es $\frac{Área(R_1)}{Área\,(T)}$, y como

Área(T) = 4 · Área(R_1), la probabilidad es $\frac{1}{4}$.

100. **En la ecuación de segundo grado $x^2 + ax + b = 0$, los coeficientes, *a* y *b*, son los posibles resultados al lanzar dos dados.**

Calcula la probabilidad de que la ecuación no tenga solución real.

Los resultados al lanzar dos dados son:

(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

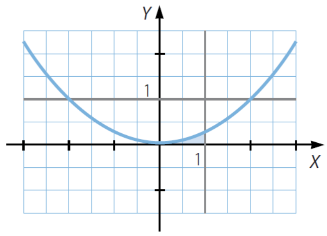
La ecuación de segundo grado no tiene solución si el discriminante es negativo:

$$\Delta = a^2 - 4b < 0 \rightarrow a^2 < 4b \rightarrow P(\text{No solución}) = \frac{17}{36}$$

101. **En la ecuación de segundo grado $x^2 + ax + b = 0$, los coeficientes, *a* y *b*, son dos números reales escogidos al azar en el intervalo [0, 1].**

Calcula la probabilidad de que tenga dos soluciones reales distintas.

La ecuación de segundo grado tiene dos soluciones distintas si el discriminante es positivo: $\Delta = a^2 - 4b > 0 \rightarrow a^2 > 4b$



$$\text{Área encerrada bajo la curva} = \int_0^1 \frac{x^2}{4}\,dx = \left[\frac{x^3}{12}\right]_0^1 = \frac{1}{12}$$

$$P(\text{Dos soluciones distintas}) = \frac{\text{Área favorable}}{\text{Área posible}} = \frac{\frac{1}{12}}{1} = \frac{1}{12}$$

102. **Un semáforo tiene el siguiente ciclo: durante 30 segundos permanece verde, luego está amarillo 3 segundos y finalmente rojo durante otros 30 segundos. Alicia permanece durante 3 segundos observando el semáforo desde la ventana de su casa. ¿Cuál es la probabilidad de que el semáforo cambie de color durante esos 3 segundos?**

Un ciclo completo son 66 segundos (una vez en verde, otra en rojo y dos veces en ambar cuando va a cambiar a verde y cuando va a cambiar a rojo). Suponemos que el ciclo empieza en verde, entonces en los siguientes intervalos de tiempo es cuando podría ver cambiar el color del semáforo:

De verde a ambar $\rightarrow (27, 33) \rightarrow$ 6 segundos

De ambar a rojo $\rightarrow (30, 36) \rightarrow$ 6 segundos

De rojo a ambar $\rightarrow (60, 66) \rightarrow$ 6 segundos

De ambar a verde $\rightarrow (63, 66) \rightarrow$ 3 segundos

Realmente, los intervalos resultantes serían: $(27, 36)$ y $(60, 66)$. En total son 15 segundos; por tanto, la probabilidad de que el semáforo cambie de color durante esos tres segundos es: $\frac{15}{66} = \frac{5}{22} = 0{,}2\overset{\frown}{27}$

103. En un equipo de fútbol tenemos 11 jugadores, cuyas camisetas están numeradas del 1 al 11. Elegimos al azar 6 de ellos. ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de los números de sus camisetas sea impar?

Para que la suma sea impar, entre los seis números tiene que haber un número impar de números impares. Distingamoslo por casos:

Si hay un número impar $\rightarrow$ Tenemos $\binom{6}{1}\cdot\binom{5}{5} = 6\cdot 1 = 6$ posibilidades

Si hay tres números impares $\rightarrow$ Tenemos $\binom{6}{3}\cdot\binom{5}{3} = 20\cdot 10 = 200$ posibilidades

Si hay cinco números impares $\rightarrow$ Tenemos $\binom{6}{5}\cdot\binom{5}{1} = 6\cdot 5 = 30$ posibilidades

Hay un total de $\binom{11}{6} = 462$ posibilidades .

La probabilidad de que la suma de los números de sus camisetas sea impar es de $\frac{236}{462} = \frac{118}{231} = 0{,}5108$.

104. ¿Cuál es el mínimo número de personas necesarias para que la probabilidad de que al menos dos de ellas cumplan años el mismo día sea superior al 50%? Toma el año con 365 días.

Si estudiamos un grupo de n personas, el número de casos posibles es 365^n.

$$P(n \text{ personas no cumplen años el mismo día}) = \frac{365\cdot 364\cdot\ldots\cdot(365-n+1)}{365^n}$$

$$P(\text{Al menos dos personas del grupo de } n \text{ personas cumplen años el mismo día}) =$$
$$= 1 - P(n \text{ personas no cumplen años el mismo día}) =$$
$$= 1 - \frac{365\cdot 364\cdot\ldots\cdot(365-n+1)}{365^n}$$

n	Probabilidad
5	0,027
10	0,12
15	0,25
20	0,41
25	0,57

n	Probabilidad
20	0,41
21	0,44
22	0,47
23	0,51

El mínimo número de personas es 23.

105. Tres deportistas disputan entre sí una serie de pruebas atléticas, hasta que alguno de ellos obtenga 3 triunfos y gane. ¿Cuál es el número más probable de pruebas realizadas?

(V Certamen El Número de Oro)

Sean A, B y C los tres deportistas. La probabilidad de que uno de ellos gane una prueba es $\frac{1}{3}$.

Se deben realizar como mínimo 3 pruebas y ganaría aquel deportista que venciera en las 3 pruebas con una probabilidad de $\left(\frac{1}{3}\right)^3$. La probabilidad es: $3\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{9}$

Si se realizan 4 pruebas, para que gane uno de ellos, por ejemplo, el participante A tendría que ganar en la última prueba y, además, en dos de las tres pruebas anteriores:

- A A A A - A A A A - A (el lugar del guion puede ser ocupado por B o C)

La probabilidad es: $2\cdot C_{3,1}\cdot 3\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{2}{9}$

Si son 5 pruebas, los casos que se pueden dar son:

$$- - A\ A\ A \quad - A - A\ A \quad - A\ A - A \quad A - - A\ A \quad A - A - A \quad A\ A - - A$$

Cada lugar del guion puede ser ocupado por *B* o *C*, y la probabilidad es: $4 \cdot C_{4,\,2} \cdot 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 = \frac{8}{27}$

Si son 6 pruebas, quedarían 3 pruebas para repartir entre *B* y *C* y las otras tres pruebas serán para *A*, teniendo en cuenta que la última es para *A*. La probabilidad es:

$$6 \cdot C_{5,\,2} \cdot 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^6 = \frac{20}{81}$$

Si son 7 pruebas, quedarían 4 pruebas para repartir entre *B* y *C* sin que ninguno gane 3 veces. La probabilidad es:

$$6 \cdot C_{6,\,2} \cdot 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^7 = \frac{10}{81}$$

No será necesario realizar una octava prueba. Por tanto, lo más probable es que se realicen 5 pruebas.

106. En una clase que no tiene más de 16 estudiantes, la probabilidad de que al escoger dos de ellos resulte que ambos han aprobado el último examen de Matemáticas es $\frac{1}{2}$. ¿Cuántos estudiantes hay en la clase y cuántos aprobaron dicho examen?

(Concurso Puig Adam)

Consideramos que n es el número de estudiantes y m es el número de estudiantes que han aprobado.

La probabilidad de que el primer alumno elegido haya aprobado es $\frac{m}{n}$ y la de que el segundo alumno también haya aprobado es $\frac{m-1}{n-1}$.

La probabilidad de que hayan aprobado los dos alumnos elegidos es:

$$\frac{m}{n} \cdot \frac{m-1}{n-1} = \frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad 2m(m-1) = n(n-1)$$

Como m y $m-1$ son números consecutivos, el primer miembro de la ecuación es múltiplo de 4, lo que conlleva que $n(n-1)$ también lo sea, y como $n \leq 16$, n puede valer 16, 13, 12, 9, 8, 5 y 4.

El único valor de n para el que la ecuación tiene solución es 4, siendo entonces $m = 3$.

Por tanto, hay 4 alumnos y aprobaron 3 alumnos.

MATEMÁTICAS EN TU VIDA

1. ¿Cuál es el aporte de los italianos al dominó?

Introdujeron en Europa la versión de 28 fichas.

2. ¿Se puede decir que el dominó es un juego de probabilidades? Razona tu respuesta.

Sí, ya que las fichas se escogen al azar y la elección de ellas marca el desarrollo del juego.

3. Si las puntuaciones fueran desde cero hasta tres, ¿cuántas fichas serían necesarias?

$$C_{4,2} = \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} + 4 = 10$$

Se necesitarían 10 fichas.

4. **Calcula la probabilidad de que se obtenga la blanca doble cuando se elige al azar una ficha de dominó.**

Como en total hay 28 fichas y de la blanca doble solo hay una, entonces la probabilidad es $\frac{1}{28}=0{,}0357$, es decir, un 3,57 %.

5. **Se escoge al azar una ficha de dominó, calcula la probabilidad de que la suma de sus puntos sea mayor que 6.**

En una tabla representamos todas las fichas disponibles y marcamos las que la suma de sus puntos sea mayor que seis:

(0,0)						
(0,1)	(1,1)					
(0,2)	(1,2)	(2,2)				
(0,3)	(1,3)	(2,3)	(3,3)			
(0,4)	(1,4)	(2,4)	**(3,4)**	**(4,4)**		
(0,5)	(1,5)	**(2,5)**	**(3,5)**	**(4,5)**	**(5,5)**	
(0,6)	**(1,6)**	**(2,6)**	**(3,6)**	**(4,6)**	**(5,6)**	**(6,6)**

En total son 12; por tanto, la probabilidad es $\frac{12}{28}=0{,}4286$, es decir, un 42,86 %.

6. **Escogida una ficha de dominó, calcula la probabilidad de que esta ficha tenga un 3 sabiendo que la suma total de sus puntos es mayor que 6.**

$A =$ «La suma de los puntos es mayor que 6»

$B =$ «Tener un tres»

$$P(B/A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}=\frac{\frac{3}{28}}{\frac{12}{28}}=\frac{1}{4}=0{,}25$$

La probabilidad es $\frac{1}{4}=0{,}25$, es decir, un 25 %.