

TEMA 1 – EL NÚMERO REAL

CLASIFICACIÓN Y REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE NÚMEROS REALES

EJERCICIO 1 : Clasifica los siguientes números como $\frac{4}{5}$; $\frac{10}{5}$; $-2,333\dots$; $\sqrt{7}$; $\sqrt{36}$; $\frac{\pi}{2}$; -5 ; $7,\bar{4}$

Solución:

$$\frac{4}{5} = 0,8 \Rightarrow \text{Decimal exacto, Fraccionario, Racional, Real}$$

$$\frac{10}{5} = 2 \Rightarrow \text{Natural, Entero, Racional, Real}$$

$$-2,3333\dots = -2,\bar{3} \Rightarrow \text{Decimal periódico puro, Fraccionario, Racional, Real}$$

$$\sqrt{7} \Rightarrow \text{Irracional, Real}$$

$$\sqrt{36} = 6 \Rightarrow \text{Natural, Entero, Racional, Real}$$

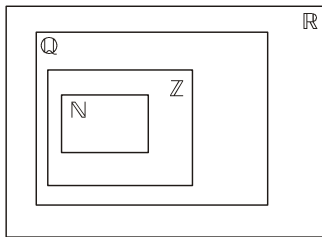
$$\frac{\pi}{2} \Rightarrow \text{Irracional, Decimal no periódico, Real}$$

$$-5 \Rightarrow \text{Entero negativo, Entero, Racional, Real}$$

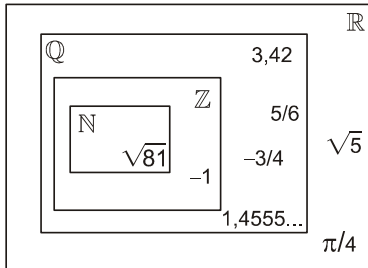
$$7,4\bar{5} \Rightarrow \text{Decimal periódico mixto, Fraccionario, Racional, Real}$$

EJERCICIO 2 : Sitúa cada número en su lugar correspondiente dentro del diagrama:

3,42; $\frac{5}{6}$; $-\frac{3}{4}$; $\sqrt{81}$; $\sqrt{5}$; -1 ; $\frac{\pi}{4}$; 1,4555...

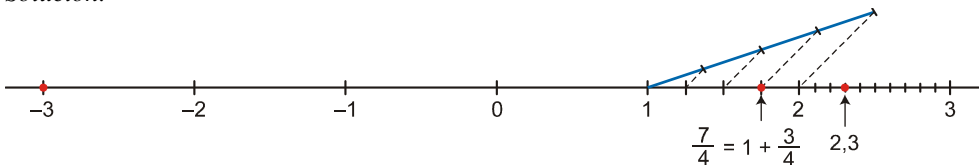


Solución:



EJERCICIO 3 : Representa sobre la recta los siguientes números: 2,3; $\frac{7}{4}$; -3

Solución:



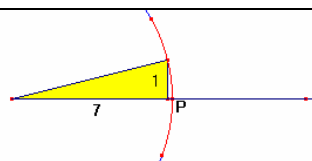
EJERCICIO 4 : Representa en la recta real los siguientes números, utilizando el Teorema de Pitágoras:

a) $\sqrt{50}$

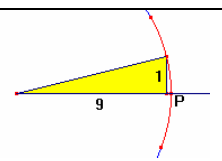
b) $\sqrt{82}$

Solución:

a) $\sqrt{50} = \sqrt{7^2 + 1^2}$
 La hipotenusa de un triángulo rectángulo de catetos 7 y 1 es la longitud pedida. Con el compás podemos trasladar esta medida a donde deseemos.



b) $\sqrt{82} = \sqrt{9^2 + 1^2}$



EJERCICIO 5 : Representa en la recta real los siguientes números, utilizando el Teorema de Pitágoras:

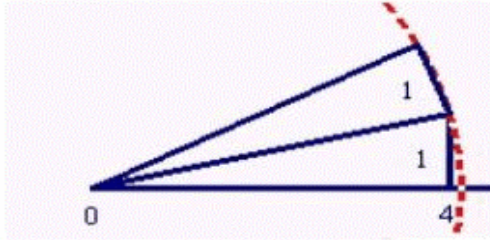
a) $\sqrt{18}$

b) $\sqrt{46}$

Solución:

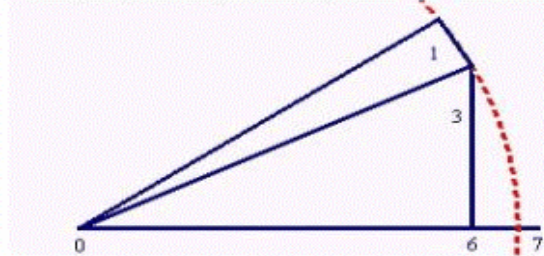
a) $\sqrt{18}$

$$18 = (\sqrt{17})^2 + 1^2 = (\sqrt{4^2 + 1^2})^2 + 1^2$$



b) $\sqrt{46}$

$$46 = (\sqrt{45})^2 + 1^2 = (\sqrt{3^2 + 6^2})^2 + 1^2$$

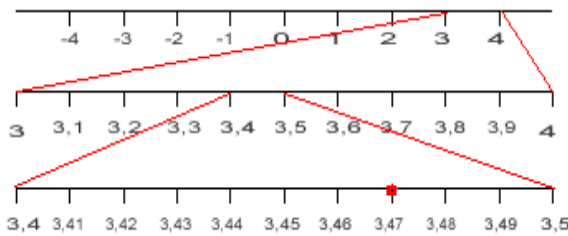


EJERCICIO 6 : Representa en la recta real: a) 3,47

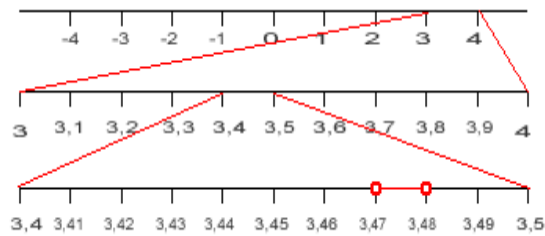
b) 3,4777777... (repeating 7)

Solución:

a)



b)



INTERVALOS Y SEMIRECTAS

EJERCICIO 7 : Escribe en todas las formas posibles los siguientes intervalos y semirrectas:

a) $\{x / -2 \leq x < 3\}$

b) $(-\infty, -2]$

c) Números mayores que -1



Solución:

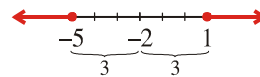
<p>a) $[-2, 3)$ Intervalo semiabierto Números comprendidos entre -2 y 3, incluido -2</p>	<p>b) $\{x / x \leq -2\}$ Semirrecta Números menores o iguales que -2</p>	<p>c) $(-1, +\infty)$ Semirrecta $\{x / x > -1\}$</p>	<p>d) $[5, 7]$ Intervalo cerrado $\{x / 5 \leq x \leq 7\}$ Números comprendidos entre 5 y 7, ambos incluidos.</p>
---	--	--	---

EJERCICIO 8 : Escribe en forma de intervalos los valores de x que cumplen: a) $|x + 2| \geq 3$

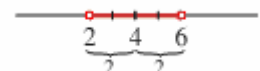
b) $|x - 4| < 2$

Solución:

a) Son los números de $(-\infty, -5] \cup [1, +\infty)$.



b) Es el intervalo (2, 6)



FRACCIONES, POTENCIAS Y DECIMALES

EJERCICIO 9 :

a) Opera y simplifica el resultado:

$$\frac{-1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{-1} + 1,1\widehat{6} - \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}\right]$$

b) Simplifica: $\frac{2^{-5} \cdot 4^2}{2^{-1}}$

Solución:

a) • Expresamos $N = 1,1\widehat{6}$ en forma de fracción:

$$100N = 116,666\dots$$

$$- 10N = 11,666\dots$$

$$90N = 105 \rightarrow N = \frac{105}{90} = \frac{7}{6}$$

• Operamos y simplificamos:

$$\frac{-1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{-1} + \frac{7}{6} - \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}\right] = \frac{-1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{3} + \frac{7}{6} - \left[\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\right] = \frac{-1}{2} + \frac{5}{4} + \frac{7}{6} - 1 = \frac{-6}{12} + \frac{15}{12} + \frac{14}{12} - \frac{12}{12} = \frac{11}{12}$$

$$b) \frac{2^{-5} \cdot 4^2}{2^{-1}} = \frac{2^{-5} \cdot 2^4}{2^{-1}} = \frac{2^{-1}}{2^{-1}} = 1$$

EJERCICIO 10 :

$$a) \text{ Calcula y simplifica el resultado: } \frac{-2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} + 0,8\widehat{3} - \left[\frac{2}{3} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}\right]$$

$$b) \text{ Simplifica: } 3^6 \cdot 3^{-5} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$$

Solución:

a) • Expresamos $N = 0,8\widehat{3}$ en forma de fracción:

$$100N = 83,333\dots$$

$$- 10N = 8,333\dots$$

$$90N = 75 \rightarrow N = \frac{75}{90} = \frac{5}{6}$$

• Operamos y simplificamos:

$$\frac{-2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} + \frac{5}{6} - \left[\frac{2}{3} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}\right] = \frac{-2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} + \frac{5}{6} - \left[\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right] = \frac{-2}{3} + \frac{2}{6} + \frac{5}{6} - \frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{-4}{6} + \frac{2}{6} + \frac{5}{6} - \frac{4}{6} + \frac{1}{6} = 0$$

$$b) 3^6 \cdot 3^{-5} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} = 3^6 \cdot 3^{-5} \cdot 3^4 = 3^5 = 243$$

EJERCICIO 11

$$a) \text{ Efectúa y simplifica: } \frac{1}{4} - \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} + 1,1\widehat{6} - \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{3} : \frac{2}{5}\right]$$

$$b) \text{ Reduce a una sola potencia: } \frac{3^{-5} \cdot 9^4}{3^{-6} \cdot 3^0}$$

Solución:

a) • Expresamos $N = 1,1\widehat{6}$ en forma de fracción:

$$100N = 116,666\dots$$

$$- 10N = 11,666\dots$$

$$90N = 105 \rightarrow N = \frac{105}{90} = \frac{7}{6}$$

• Operamos y simplificamos:

$$\frac{1}{4} - \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} + \frac{7}{6} - \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{3} : \frac{2}{5}\right] = \frac{1}{4} - \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} + \frac{7}{6} - \left[\frac{1}{2} - \frac{5}{6}\right] = \frac{1}{4} - \frac{9}{4} + \frac{7}{6} - \frac{1}{2} + \frac{5}{6} = \frac{3}{12} - \frac{27}{12} + \frac{14}{12} - \frac{6}{12} + \frac{10}{12} = \frac{-6}{12} = \frac{-1}{2}$$

$$b) \frac{3^{-5} \cdot 9^4}{3^{-6} \cdot 3^0} = \frac{3^{-5} \cdot 3^8}{3^{-6} \cdot 1} = 3^9$$

EJERCICIO 12

$$a) \text{ Opera y simplifica: } 2,1\widehat{6} + \frac{1}{4} \cdot \frac{-3}{2} - \left[\left(\frac{-1}{2}\right)^2 + \frac{3}{8}\right]$$

$$b) \text{ Reduce a una sola potencia y calcula: } \left[\left(\frac{5}{3}\right)^3 : \left(\frac{3}{5}\right)^{-2}\right]^{-1}$$

Solución:

a) • Expresamos $N = 2,1\widehat{6}$ en forma de fracción:

$$100N = 216,666\dots$$

$$- 10N = 21,666\dots$$

$$90N = 195 \rightarrow N = \frac{195}{90} = \frac{13}{6}$$

• Operamos y simplificamos:

$$\frac{13}{6} + \frac{1}{4} \cdot \frac{-3}{2} - \left[\left(\frac{-1}{2} \right)^2 + \frac{3}{8} \right] = \frac{13}{6} - \frac{3}{8} - \left[\frac{1}{4} + \frac{3}{8} \right] = \frac{13}{6} - \frac{3}{8} - \frac{1}{4} - \frac{3}{8} = \frac{52}{24} - \frac{9}{24} - \frac{6}{24} - \frac{9}{24} = \frac{28}{24} = \frac{7}{6}$$

$$b) \left[\left(\frac{5}{3} \right)^3 : \left(\frac{3}{5} \right)^{-2} \right]^{-1} = \left[\left(\frac{5}{3} \right)^3 : \left(\frac{5}{3} \right)^2 \right]^{-1} = \left[\left(\frac{5}{3} \right)^1 \right]^{-1} = \left(\frac{5}{3} \right)^{-1} = \frac{3}{5}$$

RADICALES

EJERCICIO 13 : Expresa en forma de potencia, efectúa las operaciones y simplifica:

$$a) \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt{a^7}$$

$$b) \sqrt[5]{2^3} : \sqrt{2}$$

$$c) \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt{3^4}$$

$$d) \frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt[3]{a^2}}$$

$$e) \sqrt[6]{x^4} \cdot \sqrt[3]{x^2}$$

Solución:

$$a) \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt{a^7} = a^{1/3} \cdot a^{7/2} = a^{23/6} = a^3 \sqrt[6]{a^5}$$

$$b) \sqrt[5]{2^3} \div \sqrt{2} = 2^{3/5} \div 2^{1/2} = 2^{1/10} = 10\sqrt[10]{2}$$

$$c) \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt{3^4} = 3^{1/4} \cdot 3^{4/2} = 3^{1/4} \cdot 3^2 = 3^{9/4} = 3^2 \sqrt[4]{3} = 9\sqrt[4]{3}$$

$$d) \frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt[3]{a^2}} = \frac{a^{3/2}}{a^{2/3}} = a^{5/6} = \sqrt[6]{a^5}$$

$$e) \sqrt[6]{x^4} \cdot \sqrt[3]{x^2} = x^{4/6} \cdot x^{2/3} = x^{2/3} \cdot x^{2/3} = x^{4/3} = \sqrt[3]{x^4} = x\sqrt[3]{x}$$

EJERCICIO 14 : Efectúa y simplifica:

$$a) \sqrt{\frac{2}{27}} \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$b) \sqrt{48} - 2\sqrt{12}$$

$$c) \frac{2 + \sqrt{2}}{3 + \sqrt{2}}$$

$$d) \frac{\sqrt{6+3\sqrt{3}}}{4\sqrt{3}}$$

Solución:

$$a) \sqrt{\frac{2}{27}} \sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3}{27 \cdot 2}} = \sqrt{\frac{3}{3^3}} = \sqrt{\frac{1}{3^2}} = \frac{1}{3}$$

$$b) \sqrt{48} - 2\sqrt{12} = \sqrt{2^4 \cdot 3} - 2\sqrt{2^2 \cdot 3} = 4\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 0$$

$$c) \frac{2 + \sqrt{2}}{3 + \sqrt{2}} = \frac{(2 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2})}{(3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2})} = \frac{6 - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 2}{9 - 2} = \frac{4 + \sqrt{2}}{7}$$

$$d) \frac{\sqrt{6+3\sqrt{3}}}{4\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{6+3\sqrt{3}})\sqrt{3}}{4\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{18+9}}{4 \cdot 3} = \frac{\sqrt{2 \cdot 3^2 + 9}}{12} = \frac{3\sqrt{2} + 9}{12} = \frac{3\sqrt{2}}{12} + \frac{9}{12} = \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{3}{4} = \frac{\sqrt{2} + 3}{4}$$

EJERCICIO 15 : Simplifica al máximo las siguientes expresiones:

$$a) \sqrt{\frac{48}{75}} \cdot \sqrt{2}$$

$$b) \sqrt{108} - \sqrt{147}$$

$$c) \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{6}}{\sqrt{3}}$$

$$d) \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1}$$

Solución:

$$a) \sqrt{\frac{48}{75}} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{\frac{48 \cdot 2}{75}} = \sqrt{\frac{2^4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 5^2}} = \frac{4}{5} \sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}}{5}$$

$$b) \sqrt{108} - \sqrt{147} = \sqrt{2^2 \cdot 3^3} - \sqrt{3 \cdot 7^2} = 6\sqrt{3} - 7\sqrt{3} = -\sqrt{3}$$

$$c) \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \frac{(2\sqrt{3} + \sqrt{6})\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{6 + \sqrt{18}}{3} = \frac{6 + \sqrt{2 \cdot 3^2}}{3} = \frac{6 + 3\sqrt{2}}{3} = 2 + \sqrt{2}$$

$$d) \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} = \frac{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} - 1)}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)} = \frac{2 + 1 - 2\sqrt{2}}{2 - 1} = 3 - 2\sqrt{2}$$

LOGARITMOS

EJERCICIO 16 : Utiliza las propiedades de los logaritmos para calcular el valor de las siguientes expresiones, teniendo en cuenta que $\log k = 1,2$:

a) $\log \frac{\sqrt[4]{k}}{1000}$ b) $\log (100 k^3)$ c) $\log \frac{100}{k^2}$

Solución:

$$a) \log \frac{\sqrt[4]{k}}{1000} = \log \sqrt[4]{k} - \log 1000 = \log k^{1/4} - \log 10^3 = \frac{1}{4} \log k - 3 = \frac{1}{4} \cdot 1,2 - 3 = 0,3 - 3 = -2,7$$

$$b) \log (100 k^3) = \log 100 + \log k^3 = \log 10^2 + 3 \log k = 2 + 3 \cdot 1,2 = 2 + 3,6 = 5,6$$

$$c) \log \frac{100}{k^2} = \log 100 - \log k^2 = \log 10^2 - 2 \log k = 2 - 2 \cdot 1,2 = 2 - 2,4 = -0,4$$

EJERCICIO 17 : Expresa como un solo logaritmo la siguiente expresión utilizando las propiedades de los logaritmos:

$$3 \ln 2 + \frac{1}{3} \ln 8 - \frac{1}{2} \ln 25$$

$$\text{Solución: } 3 \ln 2 + \frac{1}{3} \ln 8 - \frac{1}{2} \ln 25 = \ln 2^3 + \ln \sqrt[3]{8} - \ln \sqrt{25} = \ln 8 + \ln 2 - \ln 5 = \ln(8 \cdot 2) - \ln 5 = \ln 16 - \ln 5 = \ln \frac{16}{5}$$

EJERCICIO 18 : Si sabemos que $\log k = 0,9$, calcula: $\log \frac{k^3}{100} - \log(100\sqrt{k})$

$$\begin{aligned} \text{Solución: } \log \frac{k^3}{100} - \log(100\sqrt{k}) &= \log k^3 - \log 100 - (\log 100 + \log \sqrt{k}) = 3 \log k - \log 100 - \log 100 - \log k^{1/2} = \\ &= 3 \log k - 2 \log 100 - \frac{1}{2} \log k = \frac{5}{2} \log k - 2 \log 100 = \frac{5}{2} \cdot 0,9 - 2 \cdot 2 = 2,25 - 4 = -1,75 \end{aligned}$$

EJERCICIO 19 : Sabiendo que $\ln 2 \approx 0,69$, calcula el logaritmo neperiano de: a) 4 b) $\sqrt{2}$ c) $\sqrt[4]{8}$

Solución:

$$a) \ln 4 = \ln 2^2 = 2 \ln 2 \approx 2 \cdot 0,69 = 1,38 \quad b) \ln \sqrt{2} = \ln 2^{1/2} = \frac{1}{2} \ln 2 \approx \frac{1}{2} \cdot 0,69 = 0,345 \quad c) \ln \sqrt[4]{8} = \ln 2^{3/4} = \frac{3}{4} \ln 2 \approx \frac{3}{4} \cdot 0,69 = 0,5175$$

EJERCICIO 20 : Halla el valor de x , utilizando la definición de logaritmo:

a) $\log_x 16 = 4$ b) $\log_3 x = 4$ c) $\log_2 64 = x$ d) $\log_x 64 = 3$
 e) $\log_2 x = 5$ f) $\log_x 27 = 3$ g) $\log_2 32 = x$ h) $\log_3 x = 3$

Solución:

$$\begin{aligned} a) \log_x 16 = 4 &\rightarrow x^4 = 16 \rightarrow x = 2 & b) \log_3 x = 4 &\rightarrow 3^4 = x \rightarrow x = 81 \\ c) \log_2 64 = x &\rightarrow 2^x = 64 \rightarrow x = 6 & d) \log_x 64 = 3 &\rightarrow x^3 = 64 \rightarrow x = 4 \\ e) \log_2 x = 5 &\rightarrow 2^5 = x \rightarrow x = 32 & f) \log_x 27 = 3 &\rightarrow x^3 = 27 \rightarrow x = 3 \\ g) \log_2 32 = x &\rightarrow 2^x = 32 \rightarrow x = 5 & h) \log_3 x = 3 &\rightarrow 3^3 = x \rightarrow x = 27 \end{aligned}$$

EJERCICIO 21 : Calcula, utilizando la definición de logaritmo:

a) $\log_2 \frac{1}{8} + \log_3 \sqrt{27} - \ln 1$ b) $\log_2 32 + \log_3 \sqrt[3]{81} - \ln \frac{1}{e^2}$ c) $\log_3 \frac{1}{81} + \log_2 \sqrt{8} - \ln e$ d) $\log_5 125$
 e) $\log \frac{1}{1000}$ f) $\log_4 16 + \log_3 \sqrt[5]{81} - \ln 1$ g) $\log_7 343 + \log_2 \sqrt{32} - \log_{1/2} \left(\frac{1}{2} \right)$ h) $\log_2 \sqrt{2}$

Solución:

$$a) \log_2 \frac{1}{8} + \log_3 \sqrt{27} - \ln 1 = \log_2 2^{-3} + \log_3 3^{3/2} - \ln 1 = -3 + \frac{3}{2} - 0 = -\frac{3}{2}$$

$$b) \log_2 32 + \log_3 \sqrt[3]{81} - \ln \frac{1}{e^2} = \log_2 2^5 + \log_3 3^{4/3} - \ln e^{-2} = 5 + \frac{4}{3} - (-2) = 5 + \frac{4}{3} + 2 = \frac{25}{3}$$

$$c) \log_3 \frac{1}{81} + \log_2 \sqrt{8} - \ln e = \log_3 3^{-4} + \log_2 2^{3/2} - \ln e = -4 + \frac{3}{2} - 1 = \frac{-7}{2}$$

$$d) \log_5 125 = \log_5 5^3 = 3 \qquad e) \log \frac{1}{1000} = \log 10^{-3} = -3$$

$$f) \log_4 16 + \log_3 \sqrt[5]{81} - \ln 1 = \log_4 4^2 + \log_3 3^{4/5} - \ln 1 = 2 + \frac{4}{5} - 0 = \frac{14}{5}$$

$$g) \log_7 343 + \log_2 \sqrt{32} - \log_{1/2} \left(\frac{1}{2} \right) = \log_7 7^3 + \log_2 2^{5/2} - \log_{1/2} \left(\frac{1}{2} \right) = 3 + \frac{5}{2} - 1 = \frac{9}{2}$$

$$h) \log_2 \sqrt{2} = \log_2 2^{1/2} = \frac{1}{2}$$

EJERCICIO 22 : Expresa como un solo logaritmo la siguiente expresión, utilizando las propiedades de los logaritmos:

$$3 \log 2 + \log 5 + \log \frac{1}{25} - \log 4$$

Solución:

$$3 \log 2 + \log 5 + \log \frac{1}{25} - \log 4 = \log 2^3 + \log 5 + \log \frac{1}{25} - \log 4 = \log 8 + \log 5 + \log \frac{1}{25} - \log 4 = \log \frac{8 \cdot 5}{25 \cdot 4} = \log \frac{2}{5} = -0,40$$

EJERCICIO 23 : Si $\ln k = 0,7$, calcula el valor de la siguiente expresión: $\ln \frac{\sqrt[3]{k}}{10} + \ln(10k^2)$

$$\text{Solución: } \ln \frac{\sqrt[3]{k}}{10} + \ln(10k^2) = \ln \sqrt[3]{k} - \ln 10 + \ln 10 + \ln k^2 = \ln k^{1/3} + 2 \ln k = \frac{1}{3} \ln k + 2 \ln k = \frac{7}{3} \ln k = \frac{7}{3} \cdot 0,7 = 1,63$$

EJERCICIO 24 : Sabiendo que $\log 7 = 0,85$, calcula (sin utilizar la calculadora): a) $\log 700$ b) $\log 49$ c) $\log \sqrt[3]{7}$

$$\text{Solución: a) } \log 700 = \log(7 \cdot 100) = \log 7 + \log 100 = 0,85 + 2 = 2,85$$

$$b) \log 49 = \log 7^2 = 2 \log 7 = 2 \cdot 0,85 = 1,7$$

$$c) \log \sqrt[3]{7} = \log 7^{1/3} = \frac{1}{3} \log 7 = \frac{1}{3} \cdot 0,85 = 0,28$$

EJERCICIO 25 : Sabiendo que $\log 3 = 0,48$, calcula (sin utilizar la calculadora) el logaritmo (en base 10) de cada uno de estos números: a) 30 b) 9 c) $\sqrt[5]{9}$

$$\text{Solución: a) } \log 30 = \log(3 \cdot 10) = \log 3 + \log 10 = 0,48 + 1 = 1,48$$

$$b) \log 9 = \log 3^2 = 2 \log 3 = 2 \cdot 0,48 = 0,96$$

$$c) \log \sqrt[5]{9} = \log 3^{2/5} = \frac{2}{5} \log 3 = \frac{2}{5} \cdot 0,48 = 0,192$$

EJERCICIO 26 :

a) Calcula, utilizando la definición de logaritmo: $\log_2 256 - \log_3 \sqrt[3]{3} + \log_2 \sqrt{2}$

b) Halla el valor de x , aplicando las propiedades de los logaritmos: $\log x = 3 \log 2 - 2 \log 3$

Solución:

$$a) \log_2 2^8 - \log_3 3^{1/3} + \log_2 2^{1/2} = 8 - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{49}{6}$$

$$b) \log x = \log 2^3 - \log 3^2 = \log \frac{2^3}{3^2} = \log \frac{8}{9} \Rightarrow x = \frac{8}{9}$$

EJERCICIO 27

a) Calcula, utilizando la definición de logaritmo: $\log_{\sqrt{2}} 2 - \log_3 \frac{1}{27} + \log_2 1$

b) Halla el valor de x en la expresión: $\log x^2 = -4$, sabiendo que $x > 0$.

Solución:

$$a) \log_{\sqrt{2}}(\sqrt{2})^2 - \log_3 3^{-3} + \log_2 1 = 2 - (-3) + 0 = 2 + 3 = 5$$

$$b) \log x^2 = -4 \Rightarrow x^2 = 10^{-4} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{10^4} \Rightarrow x = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}$$

EJERCICIO 28

a) Calcula, utilizando la definición de logaritmo: $\log \frac{1}{10} + \log_2 \sqrt{32} - \log_2 \frac{1}{4}$

b) Sabiendo que $\log k = 1,1$ calcula $\log(10k^3)$.

Solución:

$$a) \log 10^{-1} + \log_2 2^{5/2} - \log_2 2^{-2} = -1 + \frac{5}{2} - (-2) = -1 + \frac{5}{2} + 2 = \frac{7}{2}$$

$$b) \log(10k^3) = \log 10 + \log k^3 = \log 10 + 3 \log k = 1 + 3 \cdot 1,1 = 1 + 3,3 = 4,3$$

EJERCICIO 29

a) Calcula, utilizando la definición de logaritmo: $\log_3 \frac{1}{9} - \log_3 \sqrt{3} + \log_3 81$

b) Calcula el valor de x , aplicando las propiedades de los logaritmos: $\log x = \log 102 - \log 34$

Solución:

$$a) \log_3 3^{-2} - \log_3 3^{1/2} + \log_3 3^4 = -2 - \frac{1}{2} + 4 = \frac{3}{2}$$

$$b) \log x = \log \frac{102}{34} \Rightarrow x = \frac{102}{34} = 3$$

EJERCICIO 30

a) Calcula, utilizando la definición de logaritmo: $\log_7 2401 - \log_3 \frac{1}{\sqrt{3}} + \log_2 \sqrt[5]{8}$

b) Si $\log k = 0,7$ calcula $\log \left(\frac{\sqrt[3]{k}}{100} \right)$.

Solución:

$$a) \log_7 7^4 - \log_3 3^{-1/2} + \log_2 2^{3/5} = 4 - \left(-\frac{1}{2} \right) + \frac{3}{5} = 4 + \frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{51}{10}$$

$$b) \log \frac{\sqrt[3]{k}}{100} = \log \sqrt[3]{k} - \log 100 = \log k^{1/3} - \log 10^2 = \frac{1}{3} \log k - 2 \log 10 = \frac{1}{3} \cdot 0,7 - 2 \cdot 1 = 0,23 - 2 = -1,77$$

ERRORES Y COTAS

EJERCICIO 31 : Halla los errores y cotas de los errores al aproximar el número π a las centésimas.

Valor real $\pi = 3,14159265\dots$

Valor de medición: 3,14

Error absoluto = |Valor real – Valor de medición| = |3,14159265\dots - 3,14| = 0,00159265\dots < 0,002 = $2 \cdot 10^{-3}$

Error relativo = $\frac{\text{Error absoluto}}{\text{Valor real}} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{\pi} = 6,366197724\dots \cdot 10^{-4} < 6,37 \cdot 10^{-4}$

NOTACIÓN CIENTÍFICA

EJERCICIO 32 : Los valores de A , B y C son: $A = 2,28 \cdot 10^7$

$$B = 2 \cdot 10^{-4}$$

$$C = 4,3 \cdot 10^5$$

Calcula: $\frac{A}{B} + A \cdot C$

$$\text{Solución: } \frac{A}{B} + A \cdot C = \frac{2,28 \cdot 10^7}{2 \cdot 10^{-4}} + (2,28 \cdot 10^7) \cdot (4,3 \cdot 10^5) =$$

$$= 1,14 \cdot 10^{11} + 9,804 \cdot 10^{12} = 1,14 \cdot 10^{11} + 98,04 \cdot 10^{11} = 99,18 \cdot 10^{11} = 9,918 \cdot 10^{12}$$

EJERCICIO 33 : Calcula y expresa el resultado en notación científica:

a)
$$\frac{3,7 \cdot 10^{12} - 4,2 \cdot 10^{11} + 28 \cdot 10^{10}}{1,2 \cdot 10^{-4}}$$

b)
$$\frac{(2,4 \cdot 10^{-5})^2 + 3,1 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 10^{-12}}$$

Solución:

a)
$$\frac{3,7 \cdot 10^{12} - 4,2 \cdot 10^{11} + 28 \cdot 10^{10}}{1,2 \cdot 10^{-4}} = \frac{370 \cdot 10^{10} - 42 \cdot 10^{10} + 28 \cdot 10^{10}}{1,2 \cdot 10^{-4}} =$$

$$= \frac{(370 - 42 + 28) \cdot 10^{10}}{1,2 \cdot 10^{-4}} = \frac{356 \cdot 10^{10}}{1,2 \cdot 10^{-4}} = 296,67 \cdot 10^{14} = 2,9667 \cdot 10^{16} \approx 2,97 \cdot 10^{16}$$

b)
$$\frac{(2,4 \cdot 10^{-5})^2 + 3,1 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 10^{-12}} = \frac{5,76 \cdot 10^{-10} + 3,1 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 10^{-12}} = \frac{5,76 \cdot 10^{-10} + 310 \cdot 10^{-10}}{2 \cdot 10^{-12}} = \frac{315,76 \cdot 10^{-10}}{2 \cdot 10^{-12}} = 157,88 \cdot 10^2 =$$

$$= 1,5788 \cdot 10^4 \approx 1,58 \cdot 10^4$$

EJERCICIO 34 : Una vacuna tiene 100.000.000 bacterias por centímetro cúbico. ¿Cuántas bacterias habrá en una caja de 120 ampollas de 80 milímetros cúbicos cada una?*Solución:*

$$10^8 \text{ bacterias/cm}^3 \quad \text{y} \quad 80 \text{ mm}^3 = 8 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^3$$

$$120 \cdot 8 \cdot 10^{-2} = 9,6 \text{ cm}^3 \text{ en una caja.}$$

$$9,6 \cdot 10^8 \text{ número de bacterias en una caja.}$$

EJERCICIO 35 :

a) Calcula el número aproximado de glóbulos rojos que tiene una persona, sabiendo que tiene unos 4.500.000 por milímetro cúbico y que su cantidad de sangre es de 5 litros.

b) ¿Qué longitud ocuparían esos glóbulos rojos puestos en fila si su diámetro es de 0,008 milímetros por término medio? Exprésalo en kilómetros.

Solución:

a)
$$5 \text{ l} = 5 \text{ dm}^3 = 5 \cdot 10^6 \text{ mm}^3 \text{ de sangre}$$

$$4,5 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^6 = 2,25 \cdot 10^{13} \text{ número de glóbulos rojos}$$

b)
$$2,25 \cdot 10^{13} \cdot 8 \cdot 10^{-3} = 1,8 \cdot 10^{11} \text{ mm} = 180 \text{ 000 km}$$

USO DE LA CALCULADORA

EJERCICIO 36 : Utilizando la calculadora, halla:

a)
$$\sqrt[5]{16807}$$

b)
$$\frac{3,4 \cdot 10^{-7} + 2,8 \cdot 10^{-6}}{4,2 \cdot 10^{-4}}$$

c)
$$\log_7 390$$

d)
$$9,2 \cdot 10^{-12} + 3,8 \cdot 10^{-15} - 2,64 \cdot 10^{-14}$$

e)
$$\log_5 27 + \ln 32$$

f)
$$(4,31 \cdot 10^8) : (3,25 \cdot 10^{-4}) + 7 \cdot 10^{11}$$

g)
$$\log_3 25$$

h)
$$\frac{5,25 \cdot 10^9 + 2,32 \cdot 10^8}{2,5 \cdot 10^{-12}}$$

Solución:

a)
$$16807 \text{ SHIFT } [x^{1/y}] \ 5 = 7 \quad \text{Por tanto:} \quad \sqrt[5]{16807} = 7$$

b)
$$(3.4 \text{ EXP } 7 +/- + 2.8 \text{ EXP } 6 +/-) + 4.2 \text{ EXP } 4 +/- = 7.476190476^{-03} \quad \text{Por tanto:} \quad \frac{3,4 \cdot 10^{-7} + 2,8 \cdot 10^{-6}}{4,2 \cdot 10^{-4}} = 7,48 \cdot 10^{-3}$$

c)
$$\log 390 \div \log 7 = 3.06599292 \quad \text{Por tanto:} \quad \log_7 390 = 3,07$$

d)
$$9.2 \text{ EXP } 12 +/- + 3.8 \text{ EXP } 15 +/- - 2.64 \text{ EXP } 14 +/- = 9.1774^{-12}$$

$$\text{Por tanto:} \quad 9,2 \cdot 10^{-12} + 3,8 \cdot 10^{-15} - 2,64 \cdot 10^{-14} = 9,18 \cdot 10^{-12}$$

e)
$$\log 27 \div \log 5 + \ln 32 = 5.513554486 \quad \text{Por tanto:} \quad \log_5 27 + \ln 32 \approx 5,51$$

f)
$$4.31 \text{ EXP } 8 \div 3.25 \text{ EXP } 4 +/- + 7 \text{ EXP } 11 = 2.026153846^{12}$$

$$\text{Por tanto:} \quad (4,31 \cdot 10^8) : (3,25 \cdot 10^{-4}) + 7 \cdot 10^{11} = 2,03 \cdot 10^{12}$$

g)
$$\log 25 + \log 3 = 2.929947041 \quad \text{Por tanto:} \quad \log_3 25 = 2,93$$

h)
$$(5.25 \text{ EXP } 9 + 2.32 \text{ EXP } 8) + 2.5 \text{ EXP } 12 +/- = 2.1928^{21} \quad \text{Por tanto:} \quad 2,19 \cdot 10^{21}$$