INFERENCIA ESTADÍSTICA

(ESTIMACIÓN POR INTERVALOS DE CONFIANZA)

(SOLUCIONARIO LIBRO)

2º DE BACHILLERATO LETRAS

COLEGIO MARAVILLAS

Recopilados por: Teresa González

1.-(3)

Con una muestra de 100 personas para determinar su altura media, en metros, se ha obtenido el intervalo de confianza (1,62; 1,74) con un nivel de confianza del 95 %. Interpreta este resultado y decide cuál será el error máximo admisible.

Con la muestra elegida, la probabilidad de que la altura media de la población esté en el intervalo de confianza (1,62; 1,74) es 0,95.

Establecemos el radio del intervalo de confianza y su punto medio:

$$\text{Radio} = \frac{1,74 - 1,62}{2} = 0,06$$

$$\text{Punto medio} = \frac{1,74 + 1,62}{2} = 1,68$$

El error máximo admisible es 0,06; es decir, al considerar la altura media como 1,68 metros, el mayor error que podemos cometer en la estimación es de 6 centímetros.

2.- (4)

En una muestra de alumnos de Bachillerato para determinar su gasto mensual, en euros, se ha obtenido el intervalo (81,15; 87,75) con un nivel de confianza del 99 %. Interpreta este resultado y decide cuál será el error máximo admisible.

Con la muestra elegida, la probabilidad de que el gasto medio de los alumnos de Bachillerato esté en el intervalo de confianza (81,15; 87,75) es 0,99.

Establecemos el radio del intervalo de confianza y su punto medio:

$$\text{Radio} = \frac{87,75 - 81,15}{2} = 3,3$$

$$\text{Punto medio} = \frac{87,75 + 81,15}{2} = 84,45$$

El error máximo admisible es 3,3; es decir, al considerar el gasto medio de los alumnos de Bachillerato como 84,45 €, el mayor error que podemos cometer en la estimación es de 3,30 €.

3.- (5)

En un hospital se ha tomado la temperatura a una muestra de 64 pacientes, para estimar la temperatura media de sus enfermos. La media de la muestra ha sido de 37,1 °C, y la desviación típica de la población, de 1,04 °C. Calcula un intervalo de confianza para la media poblacional con un nivel de confianza del 99 %.

$$1 - \alpha = 0,99 \rightarrow \alpha = 0,01 \rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0,005} = 2,58$$

$$\left(37,1 - 2,58 \cdot \frac{1,04}{\sqrt{64}}; 37,1 + 2,58 \cdot \frac{1,04}{\sqrt{64}}\right) = (36,76; 37,44)$$

Con la muestra elegida, la probabilidad de que la temperatura media de los 64 pacientes esté en el intervalo de confianza (36,76; 37,44) es 0,99.

4.- (6)

Un estudio realizado sobre una muestra de 200 coches indica que la antigüedad media de la muestra es de 7,85 años. Calcula un intervalo de confianza para la antigüedad media de la población, con un nivel de confianza del 95 %, y teniendo en cuenta que la desviación típica es de 2,9 años.

$$1-\alpha = 0{,}95 \rightarrow \alpha = 0{,}05 \rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}025} = 1{,}96$$

$$\left(7{,}85 - 1{,}96 \cdot \frac{2{,}9}{\sqrt{200}}; 7{,}85 + 1{,}96 \cdot \frac{2{,}9}{\sqrt{200}}\right) = (7{,}45; 8{,}25)$$

Con la muestra elegida, la probabilidad de que la antigüedad media de los coches esté en el intervalo de confianza (7,45; 8,25) es 0,95.

5.- (7)

De una distribución normal, con media desconocida y desviación típica 8, ¿cuál debe ser el tamaño mínimo de una muestra si se pretende que el error máximo admisible cometido, al estimar la media poblacional, sea inferior a 2, para un nivel de confianza del 99 %?

$$1-\alpha = 0{,}99 \rightarrow \alpha = 0{,}01 \rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}005} = 2{,}58$$

$$n = \left(\frac{z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{2{,}58 \cdot 8}{2}\right)^2 = 106{,}5$$

Para que se cumplan las condiciones, y como n tiene que ser un número entero, debe ser mayor o igual que 107.

6.- (8)

La desviación típica del peso de las bolsas de frutos secos de una marca es de 15 g. De una muestra de 250 bolsas, el peso medio ha sido de 246 g. Al hallar el intervalo de confianza del 90 % para el peso medio, ¿cuál es el error máximo admisible?

$$1-\alpha = 0{,}90 \rightarrow \alpha = 0{,}1 \rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}005} = 2{,}58$$

$$E = 1{,}645 \cdot \frac{15}{\sqrt{250}} = 1{,}56$$

Este resultado indica que, al considerar 246 gramos como peso medio de las bolsas, el mayor error que podemos cometer en la estimación es 1,56 gramos con una probabilidad de 0,90.

7.- (9)

En las últimas elecciones se ha tomado una muestra de 450 personas a la salida de los colegios electorales, y 125 de ellas afirmaron votar al partido *A*. Halla un intervalo de confianza para el porcentaje de votantes del partido *A* con un nivel de confianza del 90 %.

$$125 \text{ personas de } 450 \rightarrow \hat{p} = \frac{125}{450} = 0{,}28$$

$1-\alpha=0{,}90 \rightarrow \alpha=0{,}1 \rightarrow z_{\alpha/2}=z_{0,5}=1{,}645$

$$\left(0{,}28-1{,}645\cdot\sqrt{\frac{0{,}28\cdot 0{,}72}{450}};\ 0{,}28+1{,}645\cdot\sqrt{\frac{0{,}28\cdot 0{,}72}{450}}\right)=(0{,}25;\ 0{,}31)$$

Con la muestra elegida, la probabilidad de que la proporción de votantes esté en el intervalo de confianza (0,25; 0,31) es 0,90.

8.- (10)

De una muestra de 500 personas, 325 tienen teléfono móvil. Determina un intervalo de confianza para estimar la proporción de usuarios de teléfono móvil de la población con un nivel de confianza:

a) Del 95 % **b) Del 99 %**

a) 325 personas de 500 $\rightarrow \hat{p}=\frac{325}{500}=0{,}65$

$1-\alpha=0{,}95 \rightarrow \alpha=0{,}05 \rightarrow z_{\alpha/2}=z_{0,025}=1{,}96$

$$\left(0{,}65-1{,}96\cdot\sqrt{\frac{0{,}65\cdot 0{,}35}{500}};\ 0{,}65+1{,}96\cdot\sqrt{\frac{0{,}65\cdot 0{,}35}{500}}\right)=(0{,}61;\ 0{,}69)$$

Con la muestra elegida, la probabilidad de que la proporción de las personas que tiene teléfono móvil esté en el intervalo de confianza (0,61; 0,69) es 0,95.

b) $\hat{p}=0,65$

$1-\alpha=0{,}99 \rightarrow \alpha=0{,}01 \rightarrow z_{\alpha/2}=z_{0,005}=2{,}58$

$$\left(0{,}65-2{,}58\cdot\sqrt{\frac{0{,}65\cdot 0{,}35}{500}};\ 0{,}65+2{,}58\cdot\sqrt{\frac{0{,}65\cdot 0{,}35}{500}}\right)=(0{,}59;\ 0{,}71)$$

Con la muestra elegida, la probabilidad de que la proporción de las personas que tiene teléfono móvil esté en el intervalo de confianza (0,59; 0,71) es 0,99.

9.- (11)

De una muestra de 300 bombillas, 24 han resultado ser defectuosas. Al determinar el intervalo de confianza para la proporción de bombillas defectuosas de la población con un nivel de significación de 0,01, ¿cuál es el error máximo admisible?

24 bombillas defectuosas de 300 $\rightarrow \hat{p}=\frac{24}{300}=0,08$

$\alpha=0{,}01 \rightarrow z_{\alpha/2}=z_{0,005}=2{,}58$

$$E=z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\cdot\hat{q}}{n}}=2{,}58\cdot\sqrt{\frac{0{,}08\cdot 0{,}92}{300}}=0{,}04$$

Este resultado indica que, al considerar el 8% como la proporción de bombillas defectuosas, el mayor error que podemos cometer en la estimación es 0,04.

10.- (12)

De una muestra de1.000 habitantes, 650 leen cierto periódico. ¿Cuál debe ser el tamaño mínimo de una muestra, si se pretende que el error máximo admisible cometido, al estimar la proporción poblacional, sea inferior al 5 %, para un nivel de confianza del 90 %?

650 habitantes leen cierto periódico de 1.000 $\rightarrow \hat{p} = \dfrac{650}{1.000} = 0{,}65$

$1 - \alpha = 0{,}90 \rightarrow \alpha = 0{,}1 \rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}05} = 1{,}645$

$$n = \frac{1{,}645^2 \cdot 0{,}65 \cdot 0{,}35}{0{,}05^2} = 246{,}25$$

Para que se cumplan las condiciones, y como n tiene que ser un número entero, debe ser mayor o igual que 247.

11.- (17)

En un supermercado comprobaron que el gasto medio por cliente el año pasado fue de 13 €. Este año, con una muestra de 75 clientes, el gasto medio ha sido de 11 €. Plantea el contraste de hipótesis con nivel de significación del 1 % para decidir si realmente el gasto medio por cliente ha disminuido.

$$\left.\begin{array}{l} H_0\colon \mu = 13 \\ H_1\colon \mu \neq 13 \end{array}\right\} \rightarrow \text{Contraste bilateral}$$

12.- (18)

En las últimas elecciones, el 57 % de los votantes estaba a favor del alcalde. En una encuesta realizada recientemente, de 425 personas elegidas al azar, 174 están a favor del alcalde. Plantea el contraste de hipótesis con nivel de significación del 5 % para decidir si la popularidad del alcalde se mantiene.

$$\left.\begin{array}{l} H_0\colon p \leq 0{,}57 \\ H_1\colon p > 0{,}57 \end{array}\right\} \rightarrow \text{Contraste unilateral}$$

13.- (19)

En un supermercado comprobaron que el gasto medio por cliente el año pasado fue de 13 €. Este año con una muestra de 75 clientes, el gasto medio ha sido de 11 €. ¿Cómo sería la forma de la zona de aceptación y la zona crítica en el contraste de hipótesis, con nivel de significación del 1 %, para decidir si realmente el gasto medio por cliente ha disminuido?

$$\left.\begin{array}{l} H_0\colon \mu = 13 \\ H_1\colon \mu \neq 13 \end{array}\right\}$$

$\alpha = 0{,}01$ Contraste bilateral $\rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}005} = 2{,}58$

La zona de aceptación correspondería a la zona central por debajo de la curva.

14.- (20)

En las últimas elecciones, el 57 % de los votantes estaba a favor del alcalde. En una encuesta realizada recientemente, de 425 personas elegidas al azar, 174 están a favor del alcalde. ¿Cómo sería la forma de la zona de aceptación y la zona crítica en el contraste, con nivel de significación del 5 %, para decidir si la popularidad del alcalde se mantiene?

$$\left.\begin{array}{l} H_0\colon p \le 0{,}57 \\ H_1\colon p > 0{,}57 \end{array}\right\}$$

$\alpha = 0{,}05$ Contraste unilateral $\rightarrow z_\alpha = z_{0{,}05} = 1{,}645$

La zona de aceptación correspondería a la zona derecha por debajo de la curva.

15.- (21)

El gasto medio semanal de gasóleo de los comerciales de una empresa el año pasado fue de 43 € con una desviación típica de 4. Este año, con una muestra de 120 comerciales, el gasto medio ha sido de 45 €. Plantea un contraste de hipótesis, con nivel de significación del 5 %, para decidir si el gasto medio por comercial se ha mantenido.

$$\left.\begin{array}{l} H_0\colon \mu = 43 \\ H_1\colon \mu \neq 43 \end{array}\right\}$$

$\alpha = 0{,}05$ Contraste bilateral $\rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}025} = 1{,}96$

$$\left(43 - 1{,}96 \cdot \frac{4}{\sqrt{120}};\ 43 + 1{,}96 \cdot \frac{4}{\sqrt{120}}\right) = (42{,}28;\ 43{,}71)$$

$\overline{x} = 45$ y $45 \notin (42{,}28;\ 43{,}71) \rightarrow$ Rechazamos H_0.

No podemos aceptar que el gasto medio por comercial se ha mantenido.

16.- (22)

Un fabricante de electrodomésticos asegura que el precio medio de sus lavadoras es de 275 € con una desviación típica de 10. Para comprobarlo, de una muestra de 320 lavadoras obtenemos que el precio medio es de 285 €. ¿Podemos aceptar la afirmación del fabricante con nivel de significación del 1 %?

$$\left.\begin{array}{l} H_0\colon \mu = 275 \\ H_1\colon \mu \neq 275 \end{array}\right\}$$

$\alpha = 0{,}01$ Contraste bilateral $\rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}005} = 2{,}58$

$$\left(275 - 2{,}58 \cdot \frac{12}{\sqrt{320}};\ 275 + 2{,}58 \cdot \frac{12}{\sqrt{320}}\right) = (273{,}27;\ 276{,}73)$$

$\overline{x} = 285$ y $285 \notin (273{,}27;\ 276{,}73) \rightarrow$ Rechazamos H_0.

Con los datos obtenidos no podemos aceptar la afirmación del fabricante.

17.- (23)

En un servicio de atención al cliente, la empresa asegura que el tiempo medio de espera para recibir atención no supera los 6 minutos, con una desviación típica de 2. En una muestra de 30 llamadas, el tiempo medio de espera ha sido de 8 minutos.

Plantea un contraste de hipótesis con nivel de significación del 5 % para decidir si el tiempo medio de espera es superior al que indica la empresa.

$$\left.\begin{array}{l} H_0\colon \mu \le 6 \\ H_1\colon \mu > 6 \end{array}\right\}$$

$\alpha = 0{,}05$ Contraste unilateral $\rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}05} = 1{,}645$

$$\left(-\infty;\ 6 + 1{,}645 \cdot \frac{2}{\sqrt{30}}\right) = (-\infty;\ 6{,}6)$$

$\overline{x} = 8$ y $8 \notin (-\infty;\ 6{,}6) \rightarrow$ Rechazamos H_0.

Con los datos obtenidos podemos admitir que el tiempo medio de espera supera los 6 minutos.

18.- (24)

Un fabricante asegura que la duración media de las baterías de un modelo de teléfono móvil es de 400 horas, con una desviación típica de 50.

Para comprobarlo, de una muestra de 170 baterías ha resultado que su duración media ha sido de 340 horas. ¿Podemos aceptar la afirmación del fabricante con nivel de significación del 10 %? ¿Y si el nivel de significación es del 1 %?

$$\left.\begin{array}{l} H_0\colon \mu \ge 400 \\ H_1\colon \mu < 400 \end{array}\right\}$$

- $\alpha = 0{,}1$ Contraste unilateral $\rightarrow z_{\alpha} = z_{0{,}1} = 1{,}28$

$$\left(400 - 1{,}28 \cdot \frac{50}{\sqrt{170}};\ +\infty\right) = (395{,}09;\ +\infty)$$

$\overline{x} = 340$ y $340 \notin (395{,}09;\ +\infty) \rightarrow$ Rechazamos H_0.

Con los datos obtenidos rechazamos la afirmación del fabricante.

- $\alpha = 0{,}01$ Contraste unilateral $\rightarrow z_{\alpha} = z_{0{,}01} = 2{,}33$

$$\left(400 - 2{,}33 \cdot \frac{50}{\sqrt{170}};\ +\infty\right) = (391{,}06;\ +\infty)$$

$\overline{x} = 340$ y $340 \notin (391{,}06;\ +\infty) \rightarrow$ Rechazamos H_0.

En este caso, también rechazamos la afirmación del fabricante.

19.- (25)

Una empresa dedicada a la fabricación de tornillos asegura que solo un 1 % de su producción es defectuosa. Se selecciona una muestra de 150 tornillos y se observa que 3 de ellos son defectuosos.

¿Podemos aceptar la hipótesis del fabricante con nivel de significación del 1 %?

$$\left.\begin{array}{l} H_0\colon p = 0,01 \\ H_1\colon p \neq 0,01 \end{array}\right\}$$

$\alpha = 0{,}01$ Contraste bilateral $\rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}005} = 2{,}58$

$$\left(0{,}01 - 2{,}58 \cdot \sqrt{\frac{0{,}01 \cdot 0{,}99}{150}} ; 0{,}01 + 2{,}58 \cdot \sqrt{\frac{0{,}01 \cdot 0{,}99}{150}}\right) = (-0{,}01;\ 0{,}03)$$

Como la proporción no puede ser negativa, la zona de aceptación es (0; 0,03).

$$\hat{p} = \frac{3}{150} = 0{,}02$$

Como $0{,}02 \in (0;\ 0{,}03)$, podemos aceptar la hipótesis del fabricante.

20.- (26)

Un profesor de Educación Física afirma que el porcentaje de alumnos de Bachillerato que juegan al baloncesto es del 15 %.

Si de una muestra de 60 alumnos, 14 de ellos juegan al baloncesto, ¿podemos aceptar la afirmación del profesor con nivel de significación de 0,05?

$$\left.\begin{array}{l} H_0\colon p = 0,15 \\ H_1\colon p \neq 0,15 \end{array}\right\}$$

$\alpha = 0{,}05$ Contraste bilateral $\rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}025} = 1{,}96$

$$\left(0{,}15 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}15 \cdot 0{,}85}{60}} ; 0{,}15 + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}15 \cdot 0{,}85}{60}}\right) = (0{,}06;\ 0{,}24)$$

$$\hat{p} = \frac{14}{60} = 0,23$$

Como $0{,}23 \in (0{,}06;\ 0{,}24)$, aceptamos la afirmación del profesor.

21.- (27)

Una empresa dedicada a la fabricación de bombillas asegura que, como máximo, un 2 % de su producción es defectuosa. Se selecciona una muestra de 300 bombillas y se observa que 8 de ellas son defectuosas.

¿Podemos aceptar la hipótesis del fabricante con nivel de significación del 5 %?

$$\left.\begin{array}{l} H_0\colon p \leq 0,02 \\ H_1\colon p > 0,02 \end{array}\right\}$$

$\alpha = 0{,}05$ Contraste unilateral $\rightarrow z_{\alpha} = z_{0{,}05} = 1{,}645$

$$\left(-\infty;\ 0{,}02 + 1{,}645 \cdot \sqrt{\frac{0{,}02 \cdot 0{,}98}{300}}\right) = (-\infty;\ 0{,}03)$$

$$\hat{p} = \frac{8}{300} = 0{,}027$$

Como $0{,}027 \in (-\infty;\ 0{,}03)$, podemos aceptar la hipótesis del fabricante.

22.- (28)

Los profesores de una academia de idiomas aseguran que el porcentaje de alumnos que estudian inglés en su centro es, como mínimo, del 58 %.
Si de una muestra de 40 alumnos, 23 de ellos estudian inglés, ¿podemos aceptar la afirmación de los profesores con nivel de significación de 0,01?

$$\left.\begin{array}{l} H_0\colon p \geq 0{,}58 \\ H_1\colon p < 0{,}58 \end{array}\right\}$$

$\alpha = 0{,}01$ Contraste unilateral $\rightarrow z_\alpha = z_{0{,}01} = 2{,}33$

$$\left(0{,}58 - 2{,}33 \cdot \sqrt{\frac{0{,}58 \cdot 0{,}42}{40}};\ +\infty\right) = (0{,}4;\ +\infty)$$

$$\hat{p} = \frac{23}{40} = 0{,}575$$

Como $0{,}575 \in (0{,}4;\ +\infty)$, aceptamos la afirmación de los profesores.

23.- (33)

Entre los 1.250 estudiantes de un centro escolar se ha seleccionado una muestra aleatoria, compuesta por el 20 % de los mismos, y se ha consultado si disponen de conexión a Internet en casa. Si todos han contestado a la consulta y se ha obtenido un total de 175 respuestas afirmativas, ¿qué estimación puntual puede darse para el porcentaje de alumnos que tienen conexión a Internet en su casa?

El tamaño de la muestra es:

20% de $1.250 = 0{,}2 \cdot 1.250 = 250$

Así, el estimador puntual para el porcentaje de alumnos que tiene conexión de Internet en casa resulta:

$$\hat{p} = \frac{175}{250} = 0{,}7$$

24.- (35)

Desde el departamento de orientación de un centro escolar se han realizado una serie de pruebas para determinar la capacidad de visión espacial de la población estudiantil, sabiendo que esta se distribuye según una distribución normal con una desviación típica de 7,8 puntos. Si al elegir aleatoriamente una muestra de 180 estudiantes, se ha obtenido una media muestral de 64 puntos, ¿cuál es el intervalo de confianza para la media de capacidad de visión espacial a un nivel de confianza del 95 %?

$$1-\alpha=0{,}95 \rightarrow \alpha=0{,}05 \rightarrow z_{\alpha/2}=z_{0{,}025}=1{,}96$$

$$\left(64-1{,}96\cdot\frac{7{,}8}{\sqrt{180}};\ 64+1{,}96\cdot\frac{7{,}8}{\sqrt{180}}\right)=(62{,}86;\ 65{,}14)$$

Con la muestra elegida, la probabilidad de que la media de capacidad de visión espacial de los estudiantes esté en el intervalo de confianza (62,86; 65,14) es 0,95.

25.- (36)

Un estudio estadístico realizado a 49 personas nos dice que el tiempo de conexión anual a Internet de los habitantes de una ciudad sigue una distribución normal de media 250 minutos y desviación típica 30 minutos. Halla el intervalo de confianza, con un nivel de confianza del 95 %, para el tiempo medio de conexión a Internet.

(La Rioja. Junio 2007. Parte A. Cuestión 4)

$$1-\alpha=0{,}95 \rightarrow \alpha=0{,}05 \rightarrow z_{\alpha/2}=z_{0{,}025}=1{,}96$$

$$\left(250-1{,}96\cdot\frac{30}{\sqrt{49}};\ 250+1{,}96\cdot\frac{30}{\sqrt{49}}\right)=(241{,}6;\ 258{,}4)$$

Con la muestra elegida, la probabilidad de que el tiempo medio de conexión a Internet de los habitantes de esa ciudad esté en el intervalo de confianza (241,6; 258,4) es 0,95.

26.- (37)

Una empresa dedicada a los estudios de mercado quiere conocer la aceptación de un nuevo producto. Con este fin ha tomado una muestra aleatoria formada por 50 personas, de las cuales 35 han declarado que piensan comprarlo. Calcula un intervalo de confianza al nivel del 98 % para la proporción de compradores de la población considerada.

$$1-\alpha=0{,}98 \rightarrow \alpha=0{,}02 \rightarrow z_{\alpha/2}=z_{0{,}01}$$

Para un nivel de confianza del 98 % tenemos que buscar en la tabla de la $N(0, 1)$ el que acumula una probabilidad de 0,99; es decir:

$$z_{\alpha/2}=z_{0{,}01}=2{,}33$$

Calculamos la proporción de compradores, $\hat{p}$, y de no compradores, $\hat{q}$.

$$\hat{p}=\frac{35}{50}=0{,}7 \qquad \hat{q}=1-\hat{p}=1-0{,}7=0{,}3$$

$$\left(0{,}7-2{,}33\cdot\sqrt{\frac{0{,}7\cdot 0{,}3}{50}};\ 0{,}7+2{,}33\cdot\sqrt{\frac{0{,}7\cdot 0{,}3}{50}}\right)=(0{,}55;\ 0{,}85)$$

Con la muestra elegida, la probabilidad de que la proporción de compradores esté en el intervalo de confianza (0,55; 0,85) es 0,98.

27.- (38)

En una muestra aleatoria de 300 personas de una determinada ciudad hay 75 que fuman. Calcula el intervalo de confianza aproximado para la proporción poblacional para un nivel de confianza del 97 %.

(Baleares. Junio 2007. Opción B. Cuestión 8)

$1-\alpha = 0{,}97 \rightarrow \alpha = 0{,}03 \rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}015}$

Para un nivel de confianza del 97 % tenemos que buscar en la tabla de la $N(0, 1)$ el que acumula una probabilidad de 0,985; es decir:

$z_{\alpha/2} = z_{0{,}015} = 2{,}17$

Calculamos la proporción de fumadores, $\hat{p}$, y de no fumadores, $\hat{q}$.

$$\hat{p} = \frac{75}{300} = 0{,}25 \qquad \hat{q} = 1 - \hat{p} = 1 - 0{,}25 = 0{,}75$$

$$\left(0{,}25 - 2{,}17 \cdot \sqrt{\frac{0{,}25 \cdot 0{,}75}{300}}\,;\, 0{,}25 + 2{,}17 \cdot \sqrt{\frac{0{,}25 \cdot 0{,}75}{300}}\right) = (0{,}2;\, 0{,}3)$$

Con la muestra elegida, la probabilidad de que la proporción de fumadores esté en el intervalo de confianza (0,2; 0,3) es 0,97.

28.- (38)

En una muestra aleatoria de 300 personas de una determinada ciudad hay 75 que fuman. Calcula el intervalo de confianza aproximado para la proporción poblacional para un nivel de confianza del 97 %.

(Baleares. Junio 2007. Opción B. Cuestión 8)

$1-\alpha = 0{,}97 \rightarrow \alpha = 0{,}03 \rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}015}$

Para un nivel de confianza del 97 % tenemos que buscar en la tabla de la $N(0, 1)$ el que acumula una probabilidad de 0,985; es decir:

$z_{\alpha/2} = z_{0{,}015} = 2{,}17$

Calculamos la proporción de fumadores, $\hat{p}$, y de no fumadores, $\hat{q}$.

$$\hat{p} = \frac{75}{300} = 0{,}25 \qquad \hat{q} = 1 - \hat{p} = 1 - 0{,}25 = 0{,}75$$

$$\left(0{,}25 - 2{,}17 \cdot \sqrt{\frac{0{,}25 \cdot 0{,}75}{300}}\,;\, 0{,}25 + 2{,}17 \cdot \sqrt{\frac{0{,}25 \cdot 0{,}75}{300}}\right) = (0{,}2;\, 0{,}3)$$

Con la muestra elegida, la probabilidad de que la proporción de fumadores esté en el intervalo de confianza (0,2; 0,3) es 0,97.

29.- (39)

En una pequeña ciudad se quiere estudiar la incidencia del aumento del paro. Para ello se selecciona una muestra formada por 100 personas, de las que 14 están en situación de desempleo.

a) Determina el intervalo de confianza al 99 % para la proporción poblacional de parados en esta ciudad.

b) **Halla el intervalo de confianza al 95 % para la misma proporción, y compáralo con el obtenido en el apartado anterior.**

Calculamos la proporción de parados, $\hat{p}$, y de no parados, $\hat{q}$.

$$\hat{p} = \frac{14}{100} = 0{,}14 \qquad \hat{q} = 1 - \hat{p} = 1 - 0{,}14 = 0{,}86$$

a) $1 - \alpha = 0{,}99 \rightarrow \alpha = 0{,}01 \rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}005} = 2{,}58$

$$\left(0{,}14 - 2{,}58 \cdot \sqrt{\frac{0{,}14 \cdot 0{,}86}{100}}\,;\, 0{,}14 + 2{,}58 \cdot \sqrt{\frac{0{,}14 \cdot 0{,}86}{100}}\right) = (0{,}05;\, 0{,}23)$$

b) $1 - \alpha = 0{,}95 \rightarrow \alpha = 0{,}05 \rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}025} = 1{,}96$

$$\left(0{,}14 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}14 \cdot 0{,}86}{100}}\,;\, 0{,}14 + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}14 \cdot 0{,}86}{100}}\right) = (0{,}07;\, 0{,}21)$$

Al disminuir el nivel de confianza, disminuye la amplitud del intervalo.

30.- (40)

En un control de calidad se analizó una muestra aleatoria de 750 tornillos, resultando defectuosos 80 de ellos. Hallar un intervalo de confianza para la proporción de tornillos defectuosos en el conjunto de la producción, con:

a) 95 % de confianza. **b) 99 % de confianza.**

(País Vasco. Julio 2004. Apartado D. Ejercicio 2)

Calculamos la proporción de tornillos defectuosos, $\hat{p}$, y de tornillos no defectuosos, $\hat{q}$.

$$\hat{p} = \frac{80}{750} = 0{,}11 \qquad \hat{q} = 1 - \hat{p} = 1 - 0{,}11 = 0{,}89$$

a) $1 - \alpha = 0{,}95 \rightarrow \alpha = 0{,}05 \rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}025} = 1{,}96$

$$\left(0{,}11 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}11 \cdot 0{,}89}{750}}\,;\, 0{,}11 + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}11 \cdot 0{,}89}{750}}\right) = (0{,}09;\, 0{,}13)$$

b) $1 - \alpha = 0{,}99 \rightarrow \alpha = 0{,}01 \rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}005} = 2{,}58$

$$\left(0{,}11 - 2{,}58 \cdot \sqrt{\frac{0{,}11 \cdot 0{,}89}{750}}\,;\, 0{,}11 + 2{,}58 \cdot \sqrt{\frac{0{,}11 \cdot 0{,}89}{750}}\right) = (0{,}08;\, 0{,}14)$$

31.- (43)

Determina un intervalo de confianza al 95 % para comprobar si una moneda está trucada a partir de una muestra de 40 lanzamientos.

Calculamos el intervalo de confianza al 95 %, suponiendo que la proporción de las caras en los 40 lanzamientos es $\hat{p} = 0,5$.

$1 - \alpha = 0,95 \rightarrow \alpha = 0,05 \rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0,025} = 1,96$

El intervalo de confianza, si la moneda no está trucada, es:

$$\left(0,5 - 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,5 \cdot 0,5}{40}}\,;\, 0,5 + 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,5 \cdot 0,5}{40}}\right) = (0,35; 0,65)$$

32.- (44)

Tras múltiples observaciones se ha constatado que el número de pulsaciones de los deportistas entre 20 y 25 años se distribuye normalmente con una desviación típica de 9 pulsaciones. Si una muestra de 100 deportistas de esa edad presenta una media de 64 pulsaciones:

a) Encontrar el intervalo de confianza al 97 % para la media de pulsaciones de todos los deportistas de esa edad.

b) Interpretar el significado del intervalo obtenido.

(Castilla–La Mancha. Septiembre 2008. Bloque 4. Ejercicio B)

a) $1 - \alpha = 0,97 \rightarrow \alpha = 0,03 \rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0,015}$

Para un nivel de confianza del 97 % tenemos que buscar en la tabla de la $N(0, 1)$ el que acumula una probabilidad de 0,985 que es 2,17. Luego .

$z_{\alpha/2} = z_{0,015} = 2,17$

$$\left(64 - 2,17 \cdot \frac{9}{\sqrt{100}}; 64 + 2,17 \cdot \frac{9}{\sqrt{100}}\right) = (62,05; 65,95)$$

b) La probabilidad de que la muestra proceda de una población cuya media esté en el intervalo (62,05; 65,95) es 0,97.

33.- (45)

A una prueba psicotécnica se presentan 100 candidatos, de los que solo 5 responden correctamente a todos los ejercicios. Con una confianza del 98 %, ¿cuál es el error máximo que se comete al afirmar que la proporción de candidatos aptos es del 5 %?

Determinamos la proporción de la muestra.

Como de 100 candidatos, 5 responden correctamente:

$$\hat{p} = \frac{5}{100} = 0,05$$

$\hat{q} = 1 - \hat{p} = 1 - 0,05 = 0,95$

$1 - \alpha = 0,98 \rightarrow \alpha = 0,02 \rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0,01}$

Para un nivel de confianza del 98 % tenemos que buscar en la tabla de la $N(0, 1)$ el que acumula una probabilidad de 0,99, que es 2,33.

El error máximo cometido es:

$$E = 2{,}33 \cdot \sqrt{\frac{0{,}05 \cdot 0{,}95}{100}} = 0{,}05$$

Este resultado indica que, al considerar el 5 % como la proporción de candidatos que responde correctamente a todos los ejercicios, el mayor error que podemos cometer en la estimación es 0,05.

34.- (46)

A una muestra aleatoria de 300 estudiantes de Bachillerato de determinada provincia se les preguntó si utilizaban habitualmente la bicicleta para acudir a su instituto.
Sabiendo que se obtuvo 90 respuestas afirmativas, determinar justificando la respuesta:

a) El intervalo de confianza al 95 % para el porcentaje de estudiantes de Bachillerato de esa provincia que utilizaban habitualmente la bicicleta para acudir a su instituto.

b) El error máximo que cometeríamos, con una confianza del 95 %, si estimamos que dicho porcentaje es del 30 %.

(Extremadura. Junio 2007. Opción B. Problema 3)

a) Determinamos la proporción de la muestra.

$$\hat{p} = \frac{90}{300} = 0{,}3 \qquad \hat{q} = 1 - \hat{p} = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$$

$$1 - \alpha = 0{,}95 \rightarrow \alpha = 0{,}05 \rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}025} = 1{,}96$$

$$\left(0{,}3 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}3 \cdot 0{,}7}{300}};\ 0{,}3 + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}3 \cdot 0{,}7}{300}}\right) = (0{,}25;\ 0{,}35)$$

b) El error máximo cometido es: $E = 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}3 \cdot 0{,}7}{300}} = 0{,}052$

35.- (47)

Los responsables de una página web desean estimar el tiempo, en minutos, que sus visitantes permanecen conectados. Una muestra aleatoria de 100 de ellos sigue una distribución normal $N(105, 16)$. Se pide:

a) Estimar el tiempo medio de conexión, en minutos, de los visitantes mediante un intervalo de confianza del 95 %.

b) Determinar el tamaño de la muestra si deseamos que el error cometido al estimar el tiempo medio de conexión, con un nivel de confianza del 99 %, no exceda a 0,2575.

a) $1 - \alpha = 0{,}95 \rightarrow \alpha = 0{,}05 \rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}025} = 1{,}96$

$$\left(105 - 1{,}96 \cdot \frac{16}{\sqrt{100}};\ 105 + 1{,}96 \cdot \frac{16}{\sqrt{100}}\right) = (101{,}86;\ 108{,}14)$$

b) $1-\alpha=0{,}99 \rightarrow \alpha=0{,}01 \rightarrow z_{\alpha/2}=z_{0{,}005}=2{,}58$

$$n=\left(\frac{z_{\alpha/2}\cdot\sigma}{E}\right)^2=\left(\frac{2{,}58\cdot 16}{0{,}2575}\right)^2=25.699{,}514$$

Para que se cumplan las condiciones y como n tiene que ser un número entero, debe ser mayor o igual que 25.700.

36.- (48)

Se ha lanzado una moneda al aire 200 veces y se ha obtenido cara en 120 ocasiones. Se pretende repetir la experiencia para conseguir que el error cometido sea inferior a 0,03, con un nivel de confianza del 97 %. ¿Cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra?

(Andalucía. Año 2007. Modelo 5. Opción A. Ejercicio 3)

$$\hat{p}=\frac{120}{200}=0{,}6 \qquad \hat{q}=1-\hat{p}=1-0{,}6=0{,}4$$

$1-\alpha=0{,}97 \rightarrow \alpha=0{,}03 \rightarrow z_{\alpha/2}=z_{0{,}015}$

Para un nivel de confianza del 97 % tenemos que buscar en la tabla de la $N(0, 1)$ el que acumula una probabilidad de 0,985 que es 2,17.

$z_{\alpha/2}=z_{0{,}015}=2{,}17$

$$n=\frac{2{,}17^2\cdot 0{,}6\cdot 0{,}4}{0{,}03^2}=1.255{,}71$$

Para que se cumplan las condiciones, y como n tiene que ser un número entero, debe ser mayor o igual que 1.256.

37.- (49)

Se ha tomado una muestra aleatoria de 100 individuos a los que se les ha preguntado la cantidad de dinero que tienen en la cartera, obteniéndose una media muestral de 110 €. Se sabe que la desviación típica de la población es de 20 €.

a) Obtener un intervalo de confianza, al 90 %, para la cantidad de dinero en la cartera de la población.

b) ¿Cuál es el error máximo cometido con la estimación anterior?

c) Si deseamos que el error cometido, con el mismo nivel de confianza, sea la décima parte del apartado anterior, ¿cuál ha de ser el tamaño de la muestra?

(Cantabria. Junio 2007. Ejercicio 3. Opción B)

a) $1-\alpha=0{,}90 \rightarrow \alpha=0{,}1 \rightarrow z_{\alpha/2}=z_{0{,}05}=1{,}645$

$$\left(110-1{,}645\cdot\frac{20}{\sqrt{100}};\ 110+1{,}645\cdot\frac{20}{\sqrt{100}}\right)=(106{,}71;\ 113{,}29)$$

b) El error máximo cometido es: $E=1{,}645\cdot\dfrac{20}{\sqrt{100}}=3{,}29$

c) El tamaño de la muestra para que el error máximo sea 0,329, es:

$$n=\left(\frac{1{,}645\cdot 20}{0{,}329}\right)^2=10.000$$

38.- (50)

Se ha estudiado el número de horas semanales dedicadas a practicar deporte por los jóvenes de entre 14 y 18 años, obteniéndose una variable aleatoria con distribución normal y de desviación típica igual a una hora.

Si se toma una muestra aleatoria de 64 chicos y chicas de edad entre 14 y 18 años, resulta que practican deporte una media de 6 horas semanales.

a) ¿Cuál es el error de estimación del tiempo medio que practican deporte los jóvenes de la ciudad con un nivel de confianza del 98 %?

b) ¿Qué tamaño muestral mínimo ha de tomarse para que el error en la estimación sea menor de media hora con un nivel de confianza del 97 %?

a) $1-\alpha = 0{,}98 \rightarrow \alpha = 0{,}02 \rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}01}$

Para un nivel de confianza del 98 % tenemos que buscar en la tabla de la $N(0, 1)$ el que acumula una probabilidad de 0,99 que es 2,33.

$z_{\alpha/2} = z_{0{,}01} = 2{,}33$

$$E = 2{,}33 \cdot \frac{1}{\sqrt{64}} = 0{,}29$$

b) $1-\alpha = 0{,}97 \rightarrow \alpha = 0{,}03 \rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}015}$

Para un nivel de confianza del 97 % tenemos que buscar en la tabla de la $N(0, 1)$ el que acumula una probabilidad de 0,985, que es 2,17.

$z_{\alpha/2} = z_{0{,}015} = 2{,}17$

$$n = \left(\frac{2{,}17 \cdot 1}{0{,}5}\right)^2 = 18{,}84$$

Para que se cumplan las condiciones, y como n tiene que ser un número entero, debe ser mayor o igual que 19.

39.- (51)

Para estimar la calidad del agua en una ciudad se ha seleccionado una muestra de 100 usuarios del servicio de suministro municipal con un nivel de confianza del 95 %. Si el error máximo admisible en el estudio es de 1,274; ¿cuál es la desviación típica de la muestra obtenida?

$1-\alpha = 0{,}95 \rightarrow \alpha = 0{,}05 \rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}025} = 1{,}96$

Escribimos la fórmula de cálculo de error y despejamos la desviación típica.

$$E = z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow 1{,}274 = 1{,}96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{100}} \rightarrow \sigma = \frac{1{,}274 \cdot 10}{1{,}96} = 6{,}5$$

40.- (52)

En una encuesta realizada a 10.000 personas, 2.500 responden a favor de una opción. Si el error máximo que se comete es del 2 %, determina el tamaño de la muestra, en cada caso, para que la confianza en que sea elegida dicha opción sea:

a) Del 95 % **b) Del 99 %**

Primero determinamos la proporción de la muestra.

$$\hat{p} = \frac{2.500}{10.000} = 0,25 \qquad \hat{q} = 1 - \hat{p} = 1 - 0,25 = 0,75$$

a) $1 - \alpha = 0,95 \rightarrow \alpha = 0,05 \rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0,025} = 1,96$

$$n = \frac{1,96^2 \cdot 0,25 \cdot 0,75}{0,02^2} = 1.800,75$$

Luego el tamaño de la muestra tiene que ser de 1.801.

b) $1 - \alpha = 0,99 \rightarrow \alpha = 0,01 \rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0,005} = 2,58$

$$n = \frac{2,58^2 \cdot 0,25 \cdot 0,75}{0,02^2} = 3.120,19$$

Luego el tamaño de la muestra tiene que ser de 3.121.

41.- (53)

El peso de los niños varones a las 10 semanas de vida se distribuye según una normal con desviación típica de 87 g.

¿Cuántos datos son suficientes para estimar, con una confianza del 95 %, el peso medio de esa población con un error no superior a 15 g?

(Murcia. Junio 2007. Bloque 5. Cuestión 2)

$1 - \alpha = 0,95 \rightarrow \alpha = 0,05 \rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0,025} = 1,96$

Sustituyendo los valores y despejando se tiene:

$$n = \left(\frac{1,96 \cdot 87}{15}\right)^2 \rightarrow n = 129,23$$

Para que se cumplan las condiciones, y como el número de datos n tiene que ser un número entero, debe ser mayor o igual que 130.

42.- (54)

El tiempo en minutos dedicado cada día a escuchar música por los estudiantes de Secundaria de una cierta ciudad se supone que es una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 15 minutos. Se toma una muestra aleatoria simple de 10 estudiantes y se obtienen los siguientes tiempos (en minutos):

91	68	39	82	55
70	72	62	54	67

a) Determínese un intervalo de confianza al 90 % para el tiempo medio diario dedicado a escuchar música por un estudiante.

b) Calcúlese el tamaño muestral mínimo necesario para conseguir una estimación de la media del tiempo diario dedicado a escuchar música con un error menor que 5 minutos, con un nivel de confianza del 95 %.

(Madrid. Junio 2008. Opción A. Ejercicio 4)

Primero calculamos la media de la muestra: $\overline{x} = \dfrac{660}{10} = 66$

a) $1 - \alpha = 0{,}90 \rightarrow \alpha = 0{,}1 \rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}05} = 1{,}645$

$$\left(66 - 1{,}645 \cdot \frac{15}{\sqrt{10}};\ 66 + 1{,}645 \cdot \frac{15}{\sqrt{10}}\right) = (58{,}2;\ 73{,}8)$$

b) $1 - \alpha = 0{,}95 \rightarrow \alpha = 0{,}05 \rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}025} = 1{,}96$

Sustituyendo los valores y despejando se tiene:

$$n = \left(\frac{1{,}96 \cdot 15}{5}\right)^2 \rightarrow n = 34{,}57$$

Para que se cumplan las condiciones, y como n tiene que ser un número entero, debe ser mayor o igual que 35.

43.- (55)

Se ha tomado una muestra de los precios de los melocotones en 16 establecimientos, elegidos al azar, en una ciudad donde se ha determinado que los precios se distribuyen según una distribución normal de varianza 25 y media desconocida.

Si se han obtenido estos precios, en céntimos de euro,

95	108	97	112
99	106	105	100
99	98	104	110
107	111	103	110

halla un intervalo de confianza para el precio medio de los melocotones a un nivel de confianza del 90 %.

Primero calculamos la media de la muestra:

$$\overline{x} = \frac{1.664}{16} = 104$$

$1 - \alpha = 0{,}90 \rightarrow \alpha = 0{,}1 \rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}05} = 1{,}645$

$$\left(104 - 1{,}645 \cdot \frac{25}{\sqrt{16}};\ 104 + 1{,}64 \cdot \frac{25}{\sqrt{16}}\right) = (93{,}72;\ 114{,}28)$$

44.- (56)

La duración de las baterías de un modelo de teléfono móvil, en horas, sigue una distribución normal de media desconocida y varianza 900. Con una muestra elegida al azar, y a un nivel de confianza del 95 %, se ha obtenido para la media el intervalo de confianza (37,26; 39,22). Calcula el valor que se ha obtenido en dicha muestra para la media y halla el tamaño muestral utilizado.

Como la varianza es 900, se tiene que: $\sigma^2 = 900 \rightarrow \sigma = \sqrt{900} = 30$

$1 - \alpha = 0{,}95 \rightarrow \alpha = 0{,}05 \rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}025} = 1{,}96$

$$\left(\overline{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (37{,}26;\ 39{,}22)$$

$$\left.\begin{array}{l} \overline{x} - 1{,}96 \cdot \dfrac{30}{\sqrt{n}} = 37{,}26 \\ \overline{x} + 1{,}96 \cdot \dfrac{30}{\sqrt{n}} = 39{,}22 \end{array}\right\} \rightarrow 2\overline{x} = 76{,}48 \rightarrow \overline{x} = 38{,}24$$

Despejamos n de la primera ecuación:

$$38{,}24 - 1{,}96 \cdot \frac{30}{\sqrt{n}} = 37{,}26 \rightarrow 0{,}98 = 1{,}96 \cdot \frac{30}{\sqrt{n}} \rightarrow n = \left(\frac{1{,}96 \cdot 30}{0{,}98}\right)^2 = 3.600$$

45.- (57)

Se sabe que (45,13; 51,03) es un intervalo de confianza, al 95 %, para la media de una variable aleatoria que sigue una distribución normal con desviación típica 15.

a) ¿Cuál es el error cometido?

b) Calcule, con el mismo nivel de confianza, el tamaño muestral mínimo necesario para que el error no sea superior a 1,8.

(Andalucía. Septiembre 2007. Opción B. Ejercicio 3)

a) El error máximo cometido es el radio del intervalo.

$$r = \frac{51{,}03 - 45{,}13}{2} = 2{,}95 \rightarrow \text{Error} = 2{,}95$$

b) $1 - \alpha = 0{,}95 \rightarrow \alpha = 0{,}05 \rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}025} = 1{,}96$

El tamaño de la muestra es:

$$n = \left(\frac{1{,}96 \cdot 15}{1{,}8}\right)^2 = 266{,}78$$

Por tanto, el tamaño muestral mínimo debe ser mayor o igual que 267.

46.- (58)

Las puntuaciones obtenidas en unas pruebas de gimnasia rítmica siguen una normal de media desconocida y desviación típica 1,19. Si se selecciona una muestra al azar de gimnastas y se obtiene el intervalo de confianza (8,601; 8,699) a un nivel del 92 % para la media, determina: La media muestral y el tamaño de la muestra elegida.

$1 - \alpha = 0{,}92 \rightarrow \alpha = 0{,}08 \rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}04}$

Para un nivel de confianza del 92 % tenemos que buscar en la tabla de la $N(0, 1)$ el que acumula una probabilidad de 0,96, que es 1,75.

$z_{\alpha/2} = z_{0{,}04} = 1{,}75$

$$\left(\overline{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \overline{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (8{,}601; 8{,}699)$$

$$\left.\begin{array}{l} \overline{x} - 1{,}75 \cdot \dfrac{1{,}19}{\sqrt{n}} = 8{,}601 \\ \overline{x} + 1{,}75 \cdot \dfrac{1{,}19}{\sqrt{n}} = 8{,}699 \end{array}\right\} \rightarrow 2\overline{x} = 17{,}3 \rightarrow \overline{x} = 8{,}65$$

Despejamos n de la primera ecuación:

$$8{,}65 - 1{,}75 \cdot \frac{1{,}19}{\sqrt{n}} = 8{,}601 \rightarrow 0{,}049 = 1{,}75 \cdot \frac{1{,}19}{\sqrt{n}} \rightarrow n = \left(\frac{1{,}75 \cdot 1{,}19}{0{,}049}\right)^2 = 1.806{,}25$$

El valor de n no es entero debido al redondeo a la hora de construir el intervalo.

47.- (59)

En una población de 2.000 conductores se seleccionó una muestra aleatoria de 200. A los conductores seleccionados se les preguntó si llevaban en sus vehículos cadenas para utilizar en caso de que hubiese nieve en las carreteras. A partir de la información recogida se obtuvo el siguiente intervalo de confianza al 95 % para la proporción de conductores de esa población que llevaban en sus vehículos cadenas para la nieve: (0,172; 0,228). Determinar, justificando la respuesta:

a) La estimación puntual que daríamos para la proporción de conductores de esa población que llevan en su vehículo cadenas para la nieve.

b) El error máximo que estaríamos cometiendo, con una confianza del 95 %, con dicha estimación puntual.

(Extremadura. Septiembre 2007. Opción B. Problema 3)

a) Como el intervalo de confianza está centrado en $\hat{p}$, hallamos este centro del intervalo.

$$(0{,}172; 0{,}228) \rightarrow \hat{p} = \frac{0{,}228 + 0{,}172}{2} = 0{,}2$$

b) El error máximo cometido es el radio del intervalo de confianza

$$E = \frac{0{,}228 - 0{,}172}{2} = 0{,}028$$

Observación:

Los datos del problema no son correctos:

Si $n = 200$ y $\hat{p} = 0{,}2$ $\rightarrow$ El intervalo de confianza del 95 % es:

$$\left(\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\cdot(1-\hat{p})}{n}}\,;\,\hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\cdot(1-\hat{p})}{n}}\right) =$$

$$= \left(0{,}2 - 1{,}96\cdot\sqrt{\frac{0{,}2\cdot 0{,}8}{200}}\,;\,0{,}2 + 1{,}96\cdot\sqrt{\frac{0{,}2\cdot 0{,}8}{200}}\right) = (0{,}145;\,0{,}255)$$

Esto es contradictorio con el dato del problema que asegura que el intervalo de confianza del 95 % es (0,172; 0,228).

48.- (60)

La vida media de un determinado modelo de bombilla sigue una distribución normal con desviación típica igual a 60 días. Elegida una muestra y con un nivel de confianza del 98 % se obtiene el intervalo (388,68; 407,32) para la vida media. Calcule la media y el tamaño de la muestra elegida. Detalle los pasos realizados para obtener los resultados.

(Aragón. Junio 2008. Cuestión C2)

Como el intervalo de confianza para la media es:

$$\left(\overline{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \overline{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

La media de la muestra es el punto medio del intervalo.

$$\overline{x} = \frac{388{,}68 + 407{,}32}{2} = 398 \text{ días}$$

La amplitud del intervalo es 18,64, por tanto:

$$z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 9{,}32$$

$$1 - \alpha = 0{,}98 \rightarrow \alpha = 0{,}02 \rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}01}$$

Para un nivel de confianza del 98 % tenemos que buscar en la tabla de la $N(0, 1)$ el que acumula una probabilidad de 0,99 que es 2,33.

$$2{,}33\cdot\frac{60}{\sqrt{n}} = 9{,}32 \rightarrow \sqrt{n} = 15 \rightarrow n = 225 \text{ bombillas}$$

50.- (62)

El gasto mensual (en euros) en electricidad por familia, para las familias de cierta ciudad, sigue una distribución normal de media μ desconocida y desviación típica $\sigma = 25$ €.

a) A partir de una muestra de 100 familias de esa ciudad, se obtuvo el intervalo de confianza (45, 55) para el gasto mensual por familia en electricidad. Determinar el nivel de confianza con el que se ha construido dicho intervalo.

b) Qué número de familias tendríamos que seleccionar al azar, como mínimo, para garantizar, con un nivel de confianza del 99%, una estimación del gasto medio con un error máximo no superior a 3 €?

(Galicia. Junio 2007. Bloque 3. Ejercicio 2)

a) $$\left(\overline{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \overline{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (45, 55)$$

$$\rightarrow \left(\overline{x} - z_{\alpha/2}\frac{25}{\sqrt{100}}; \ \overline{x} + z_{\alpha/2}\frac{25}{\sqrt{100}}\right) = (45, 55)$$

$$\rightarrow \left.\begin{array}{l} \overline{x} - z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{25}{\sqrt{100}} = 45 \\ \overline{x} + z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{25}{\sqrt{100}} = 55 \end{array}\right\} \rightarrow 5 \cdot z_{\alpha/2} = 10 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2$$

$$1 - \frac{\alpha}{2} = 0{,}9772 \rightarrow \alpha = 0{,}0456$$

Nivel de confianza: $1 - \alpha = 0{,}9544$

b) El error máximo admisible es:

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$1 - \alpha = 0{,}99 \rightarrow \alpha = 0{,}001 \rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}005} = 2{,}58 \rightarrow n = \left(\frac{2{,}58 \cdot 25}{3}\right)^2 = 462{,}25$$

Tendríamos que seleccionar al azar como mínimo a 463 familias.

51.- (63)

Una compañía aérea sabe que el tiempo de retraso de sus vuelos sigue una distribución normal con media 12 minutos y desviación típica 1,5 minutos. Con el fin de contrastar, con un nivel de significación del 4%, si el tiempo de los retrasos se ha reducido, se tomó una muestra aleatoria de 10 vuelos y se obtuvo que los retrasos ascendieron a un total de 110 minutos.

a) ¿Cuáles son las hipótesis nula y alternativa?

b) Establece la zona de aceptación del contraste.

c) Realiza el contraste.

a) La hipótesis nula y alternativa son las siguientes:

$$\left.\begin{aligned} H_0&: \mu \geq 12 \\ H_1&: \mu < 12 \end{aligned}\right\}$$

b) $\alpha = 0{,}04$ Contraste unilateral $\rightarrow z_\alpha = z_{0{,}04} = 1{,}75$

$$\left(12 - 1{,}75 \cdot \frac{1{,}5}{\sqrt{10}}; +\infty\right) = (11{,}17; +\infty)$$

c) $\overline{x} = \dfrac{110}{10} = 11$

Como la media muestral $11 \notin (11{,}17; +\infty)$, podemos admitir que el tiempo medio de retraso se ha reducido.

52.- (64)

El salario medio correspondiente a una muestra de 625 empleados de una empresa es de 850 €. Se sabe que la desviación típica de los salarios en la empresa es de 75 €. Con estos datos, ¿se puede afirmar, con un nivel de confianza del 98 %, que el salario medio en esa empresa es de 875 €?

$$\left.\begin{aligned} H_0&: \mu = 875 \\ H_1&: \mu \neq 875 \end{aligned}\right\}$$

$\alpha = 0{,}02$ Contraste bilateral $\rightarrow z_\alpha = z_{0{,}01} = 2{,}33$

$$\left(875 - 2{,}33 \cdot \frac{75}{\sqrt{625}}; 875 + 2{,}33 \cdot \frac{75}{\sqrt{625}}\right) = (868{,}01; 881{,}99)$$

Como la media muestral es 850 € y $850 \notin (868{,}01; 881{,}99)$, podemos rechazar que el salario medio es de 875 €.

53.- (65)

Se ha realizado un estudio de medios durante un mes para conocer la aceptación de un programa televisivo. En una encuesta a 10.000 personas resulta que la media de espectadores de dicho programa es de 8.500 con desviación típica $\sigma = 250$. ¿Se puede afirmar con una significación del 1 % que el número medio de espectadores del programa asciende a 9.000 personas?

$$\left.\begin{aligned} H_0&: \mu = 9.000 \\ H_1&: \mu \neq 9.000 \end{aligned}\right\}$$

$\alpha = 0{,}01$ Contraste bilateral $\rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}005} = 2{,}58$

$$\left(9.000 - 2{,}58 \cdot \frac{250}{\sqrt{10.000}}; 9.000 + 2{,}58 \cdot \frac{250}{\sqrt{10.000}}\right) = (8.993{,}55; 9.006{,}45)$$

Como la media muestral $8.500 \notin (8.993{,}55; 9.006{,}45)$, no podemos admitir que el número medio de espectadores sea 9.000.

54.- (66)

Los depósitos mensuales, en euros, en una entidad bancaria, siguen una distribución normal de media μ y de desviación típica $\sigma = 5{,}1$. Con el fin de contrastar si la media de los depósitos mensuales es 20 €, se toma una muestra de tamaño 16, resultando ser la media muestral 22,40 €. ¿Se puede aceptar la hipótesis de que la media es 20 a un nivel de significación del 5 %?

(Madrid. Septiembre 2002. Opción A. Ejercicio 4)

$$\left.\begin{array}{l} H_0: \mu = 20 \\ H_1: \mu \neq 20 \end{array}\right\}$$

$\alpha = 0{,}05$ Contraste bilateral $\rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}025} = 1{,}96$

$$\left(20 - 1{,}96 \cdot \frac{5{,}1}{\sqrt{16}},\ 20 + 1{,}96 \cdot \frac{5{,}1}{\sqrt{16}}\right) = (17{,}5;\ 22{,}5)$$

Como la media muestral es 22,40 € y $22{,}40 \in (17{,}5;\ 22{,}5)$, podemos aceptar que el deposito medio mensual es de 20 €.

55.- (68)

La duración de un modelo de bombilla de bajo consumo, según el fabricante, se distribuye como una normal de media 5.000 horas y desviación típica 310 horas.

Con el fin de contrastar esta hipótesis, se toma una muestra al azar de 40 de esas bombillas y la duración media para esta muestra es de 4.500 horas. ¿Se puede creer al fabricante a un nivel de confianza del 95 %?

(Navarra. Junio 2008. Ejercicio 3. Opción B)

$$\left.\begin{array}{l} H_0: \mu = 5.000 \\ H_1: \mu \neq 5.000 \end{array}\right\}$$

$\alpha = 0{,}05$ Contraste bilateral $\rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}025} = 1{,}96$

$$\left(5.000 - 1{,}96 \cdot \frac{310}{\sqrt{40}};\ 5.000 + 1{,}96 \cdot \frac{310}{\sqrt{40}}\right) = (4.903{,}93;\ 5.096{,}07)$$

Como la media muestral es 4.500 horas y $4.500 \notin (4.903{,}93;\ 5.096{,}07)$, no se puede creer al fabricante.

56.- (69)

Se está calibrando una balanza. Para ello se pesa una «pesa de prueba» de 1.000 gramos 60 veces, obteniéndose un peso medio de 1.000,6 gramos.

Si la desviación típica de la población es de 2 gramos, ¿podemos aceptar la hipótesis nula $H_0: \mu = 1.000$ frente a la alternativa $H_1: \mu \neq 1.000$ con una confianza del 99 %?

(Murcia. Septiembre 2008. Bloque 5. Cuestión 2)

$$\left.\begin{array}{l} H_0: \mu = 1.000 \\ H_1: \mu \neq 1.000 \end{array}\right\}$$

$\alpha = 0{,}01$ Contraste bilateral $\rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}005} = 2{,}58$

$$\left(1.000 - 2{,}58 \cdot \frac{2}{\sqrt{60}};\ 1.000 + 2{,}58 \cdot \frac{2}{\sqrt{60}}\right) = (999{,}33;\ 1.000{,}67)$$

Como la media muestral es 1.000,6 y $1.000{,}6 \in (999{,}33;\ 1.000{,}67)$, aceptamos la hipótesis nula.

57.- (72)

Supongamos que aplicamos un test de atención a 145 alumnos de Bachillerato, obtenidos por muestreo aleatorio simple. Los resultados fueron: media igual a 32 y desviación típica de 15. El baremo del mencionado test de atención nos dice que para la población de Bachillerato, la media es 35 y la desviación típica es 16,76.

¿Es compatible nuestra media con la media que ofrece el baremo a un nivel de confianza del 95 %? Razona la respuesta.

(Castilla–La Mancha. Septiembre 2002. Bloque 4. Ejercicio B)

Planteamos las hipótesis nula y alternativa.

$$\left.\begin{array}{l} H_0\colon \mu = 35 \\ H_1\colon \mu \neq 35 \end{array}\right\}$$

Calculamos la zona de aceptación.

$\alpha = 0{,}05$ Contraste bilateral $\rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}025} = 1{,}96$

$$\left(35 - 1{,}96 \cdot \frac{16{,}76}{\sqrt{145}}; 35 + 1{,}96 \cdot \frac{16{,}76}{\sqrt{145}}\right) = (32{,}27; 37{,}73)$$

Como la media muestral es 32 horas y $32 \notin (32{,}27; 37{,}73)$, rechazamos el baremo del test.

58.- (74)

En un taller se dedican a la estampación de dibujos en camisetas. En su publicidad afirman que como máximo producen un 2 % de piezas defectuosas. Para contrastarlo se toma una muestra aleatoria de 100 camisetas. Con un nivel de significación del 5 %, ¿se puede aceptar lo que dice la publicidad?

Planteamos las hipótesis nula y alternativa:

$$\left.\begin{array}{l} H_0\colon p \leq 0{,}02 \\ H_1\colon p > 0{,}02 \end{array}\right\}$$

Calculamos la zona de aceptación.

$\alpha = 0{,}05$ Contraste unilateral $\rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}05} = 1{,}645$

$$\left(-\infty; 0{,}02 + 1{,}645 \cdot \sqrt{\frac{0{,}02 \cdot 0{,}98}{100}}\right) = (-\infty; 0{,}04)$$

Si la proporción de estampaciones defectuosas en la muestra de 100 camisetas se encuentra en el intervalo $(-\infty; 0{,}04)$ aceptamos la afirmación de que, como máximo, el 2 % de las estampaciones se producen defectuosas, y en caso contrario lo rechazamos.

59.- (75)

Una empresa de mensajería quiere estudiar el peso de los paquetes entregados por sus motoristas a lo largo del día, por lo que pesa los encargos de diez de ellos obteniendo los siguientes resultados:

4,9	5,2	5,1	4,8	5,3
5,5	4,9	5,0	5,2	4,9

Si los pesos de los paquetes siguen una distribución normal de media 5 kg y desviación típica 0,2 kg, se desea contrastar si el peso medio de los paquetes es de 5 kg, con un nivel de significación del 5 %.

a) Plantea las hipótesis nula y alternativa del contraste.

b) Determina la zona de aceptación del contraste.

c) Realiza el contraste.

a) Planteamos las hipótesis nula y alternativa.

$$\left.\begin{array}{l} H_0\colon \mu = 5 \\ H_1\colon \mu \neq 5 \end{array}\right\}$$

b) Calculamos la zona de aceptación.

$\alpha = 0{,}05$ Contraste bilateral $\rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}025} = 1{,}96$

$$\left(5 - 1{,}96 \cdot \frac{0{,}2}{\sqrt{10}}; 5 + 1{,}96 \cdot \frac{0{,}2}{\sqrt{10}}\right) = (4{,}88; 5{,}12)$$

c) Como la media muestral es $\overline{x} = \dfrac{50{,}8}{10} = 5{,}08$ kg y $5{,}08 \in (4{,}88; 5{,}12)$ aceptamos la hipótesis nula.

60.- (77)

En una muestra aleatoria de 225 habitantes de una población hay 18 de ellos que hablan alemán. A nivel de significación de 0,05, ¿hay suficiente evidencia para refutar la afirmación de que al menos el 10 % de los habitantes de la población hablan alemán?

(Baleares. Junio 2006. Opción B. Cuestión 4)

Planteamos las hipótesis nula y alternativa.

$$\left.\begin{array}{l} H_0\colon p \geq 0{,}1 \\ H_1\colon p < 0{,}1 \end{array}\right\}$$

Calculamos la zona de aceptación.

$\alpha = 0{,}05$ Contraste unilateral $\rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}05} = 1{,}645$

$$\left(0{,}1 - 1{,}645 \cdot \sqrt{\frac{0{,}1 \cdot 0{,}9}{225}}; +\infty\right) = (0{,}067; +\infty)$$

Hallamos la proporción de la muestra.

$$\hat{p} = \frac{18}{225} = 0{,}08$$

Como $0{,}08 \in (0{,}067; +\infty)$, aceptamos la afirmación de que, al menos, el 10 % de los habitantes hablan alemán.

61.- (76)

Antes de unas elecciones se investiga la intención de voto de una población a uno de los dos partidos políticos que se han presentado (*A* y *B*). Si se determina que 200 de cada 500 personas votarán al partido *A*, para contrastar esta afirmación con un nivel de confianza del 99 %, se pide:

a) Plantear las hipótesis nula y alternativa.

b) Obtener la zona de aceptación del contraste.

c) Determinar la decisión sobre la intención de voto de la población.

a) Primero calculamos la proporción teórica de personas que se espera que voten al partido *A*.

$$p = \frac{200}{500} = 0{,}4$$

Planteamos las hipótesis nula y alternativa.

$$\left.\begin{array}{l} H_0\colon p = 0{,}4 \\ H_1\colon p \neq 0{,}4 \end{array}\right\}$$

b) $\alpha = 0{,}01$ Contraste unilateral $\rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}005} = 2{,}58$

$$\left(0{,}4 - 2{,}58 \cdot \sqrt{\frac{0{,}4 \cdot 0{,}6}{500}}; 0{,}4 + 2{,}58 \cdot \sqrt{\frac{0{,}4 \cdot 0{,}6}{500}}\right) = (0{,}34; 0{,}46)$$

c) Hallamos la proporción de una muestra de 500 personas. Si esta proporción pertenece al intervalo (0,34; 0,46) podemos aceptar la hipótesis de que la proporción de votantes al partido *A* es de 0,4, y en caso contrario la rechazamos.

62.- (79)

Una autoescuela anuncia que al menos el 80 % de sus alumnos aprueban el examen teórico. Se elige aleatoriamente una muestra de 50 alumnos, de los cuales, 42 aprueban el examen. ¿Se puede admitir la afirmación del anuncio a un nivel de significación del 3 %?

Planteamos las hipótesis nula y alternativa.

$$\left.\begin{array}{l} H_0\colon p \geq 0{,}8 \\ H_1\colon p < 0{,}8 \end{array}\right\}$$

Calculamos la zona de aceptación.

$\alpha = 0{,}03$ Contraste unilateral $\rightarrow z_{\alpha} = z_{0{,}03} = 1{,}88$

$$\left(0{,}8 - 1{,}88 \cdot \sqrt{\frac{0{,}8 \cdot 0{,}2}{50}}; +\infty\right) = (0{,}694; +\infty)$$

Hallamos la proporción de la muestra.

$$\hat{p} = \frac{42}{50} = 0{,}84$$

Como $0{,}84 \in (0{,}694; +\infty)$, aceptamos la afirmación de que, al menos, el 80 % de los alumnos de la autoescuela aprueban el examen teórico.

63.- (80)

Cierto partido político difunde en su campaña que el 60 % de los electores tiene intención de votarle en las próximas elecciones, pero en una encuesta realizada a 1.000 de esos electores elegidos al azar solo 540 afirmaron tal intención. ¿Es aceptable lo que dice el partido, con un 95 % de confianza? ¿Y con el 99 %?

(País Vasco. Junio 2008. Apartado D. Ejercicio 2)

Planteamos las hipótesis nula y alternativa.

$$\left.\begin{array}{l} H_0\colon p = 0{,}6 \\ H_1\colon p \neq 0{,}6 \end{array}\right\}$$

Calculamos la zona de aceptación.

- Si el nivel de confianza es del 95 %:

  $\alpha = 0{,}05$ Contraste bilateral $\rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}25} = 1{,}96$

  $$\left(0{,}6 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}6 \cdot 0{,}4}{1.000}}\,;\, 0{,}6 + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}6 \cdot 0{,}4}{1.000}}\right) = (0{,}57;\, 0{,}63)$$

  Hallamos la proporción de la muestra.

  $$\hat{p} = \frac{540}{1.000} = 0{,}54$$

  Como $0{,}54 \notin (0{,}57; 0{,}63)$; rechazamos la hipótesis de que la proporción de votantes al partido es de 0,6.

- Si el nivel de confianza es del 99 %:

  $\alpha = 0{,}01$ Contraste bilateral $\rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}005} = 2{,}58$

  $$\left(0{,}6 - 2{,}58 \cdot \sqrt{\frac{0{,}6 \cdot 0{,}4}{1.000}}\,;\, 0{,}6 + 2{,}58 \cdot \sqrt{\frac{0{,}6 \cdot 0{,}4}{1.000}}\right) = (0{,}56;\, 0{,}64)$$

  Como $0{,}54 \notin (0{,}56; 0{,}64)$ rechazamos la hipótesis de que la proporción de votantes al partido es de 0,6.

64.- (81)

Según los datos de cierta comunidad autónoma relativos al impuesto sobre la renta, en el pasado ejercicio fiscal la contribución media fue de 4.000 €. En una muestra de 500 declaraciones del año en curso, elegidas al azar, la contribución media ha sido de 4.120 €, con una desviación típica de 1.200 €.

¿Puede decirse, con un 95 % de confianza, que ha variado la aportación media de los contribuyentes? ¿Y con un 99 % de confianza?

(País Vasco. Junio 2007. Apartado D. Ejercicio 2)

Planteamos las hipótesis nula y hipótesis alternativa.

$$\left.\begin{array}{l} H_0 : \mu = 4.000 \\ H_1 : \mu \neq 4.000 \end{array}\right\}$$

- Si el nivel de confianza es del 95 %:

  Calculamos la zona de aceptación.

  $\alpha = 0{,}05$ Contraste bilateral $\rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}025} = 1{,}96$

  $$\left(4.000 - 1{,}96 \cdot \frac{1.200}{\sqrt{500}};\ 4.000 + 1{,}96 \cdot \frac{1.200}{\sqrt{500}}\right) = (3.894{,}82;\ 4.105{,}18)$$

  Como 4.120 no pertenece a la zona de aceptación, rechazamos la hipótesis nula con un nivel de confianza del 95 %.

- Si el nivel de confianza es del 99 %:

  Calculamos la zona de aceptación.

  $\alpha = 0{,}01$ Contraste bilateral $\rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}005} = 2{,}58$

  $$\left(4.000 - 2{,}58 \cdot \frac{1.200}{\sqrt{500}};\ 4.000 + 2{,}58 \cdot \frac{1.200}{\sqrt{500}}\right) = (3.861{,}54;\ 4.138{,}46)$$

  Como 4.120 pertenece a la zona de aceptación, aceptamos la hipótesis nula con un nivel de confianza del 99 %.

65.- (84)

En una granja avícola se ha tomado una muestra aleatoria de 200 polluelos de pato, entre los cuales se encontraron 120 hembras.

a) Halle un intervalo de confianza, con un nivel del 98 %, para la proporción de hembras entre estos polluelos.

b) Razone, a la vista del intervalo encontrado, si a ese nivel de confianza puede admitirse que la verdadera proporción de hembras de pato en esa granja es 0,5.

(Andalucía. Junio 2007. Opción B. Ejercicio 3)

a) $1 - \alpha = 0{,}98 \rightarrow \alpha = 0{,}02 \rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}01}$

Para un nivel de confianza del 98 % tenemos que buscar en la tabla de la $N(0, 1)$ el que acumula una probabilidad de 0,99, que es 2,33.

$z_{\alpha/2} = z_{0{,}01} = 2{,}33$

Calculamos la proporción de hembras, $\hat{p}$, y de machos, $\hat{q}$.

$$\hat{p} = \frac{120}{200} = 0{,}6 \qquad \hat{q} = \frac{80}{200} = 0{,}4$$

El intervalo de confianza es:

$$\left(0{,}6 - 2{,}33 \cdot \sqrt{\frac{0{,}6 \cdot 0{,}4}{200}};\ 0{,}6 + 2{,}33 \cdot \sqrt{\frac{0{,}6 \cdot 0{,}4}{200}}\right) = (0{,}52;\ 0{,}68)$$

b) Como se tiene que $0{,}5 \notin (0{,}52;\ 0{,}68)$, no se puede admitir, a un nivel de confianza del 98 %, que la proporción de hembras de pato sea 0,5.