

## Variable aleatoria

Se llama **variable aleatoria** a toda función que asocia a cada elemento del espacio muestral  $E$  un número real.

Se utilizan letras mayúsculas  $X, Y, \dots$  para designar variables aleatorias, y las respectivas minúsculas  $(x, y, \dots)$  para designar valores concretos de las mismas.

### Variable aleatoria discreta

Una **variable aleatoria discreta** es aquella que sólo puede tomar valores enteros.

#### *Ejemplos:*

El número de hijos de una familia, la puntuación obtenida al lanzar un dado.

### Variable aleatoria continua

Una **variable aleatoria continua** es aquella que, al menos teóricamente, puede tomar todos los valores posibles dentro de un cierto intervalo de la recta real.

#### *Ejemplos*

La altura de los alumnos de una clase, las horas de duración de una pila.

## Función de probabilidad

Se llama **función de probabilidad de una variable aleatoria discreta  $X$**  a la aplicación que asocia a cada valor de  $x_i$  de la variable su probabilidad  $p_i$ .

$$0 \leq p_i \leq 1$$

$$p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n = \sum p_i = 1$$

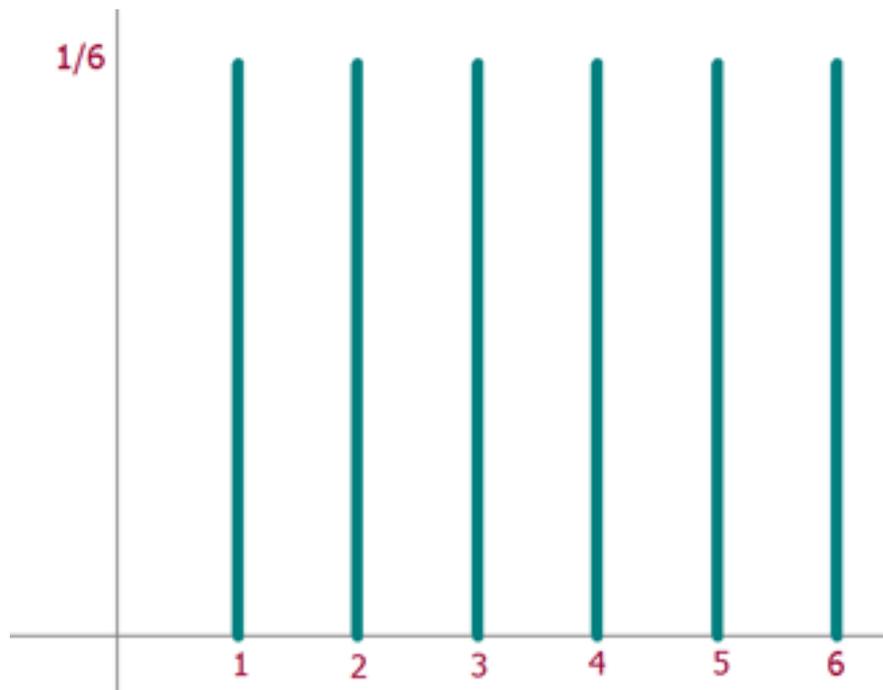
### ***Ejemplo***

La **distribución de probabilidad** de las puntuaciones obtenidas al lanzar un dado son:.

<b>x</b>	<b>p<sub>i</sub></b>
<b>1</b>	$\frac{1}{6}$
<b>2</b>	$\frac{1}{6}$
<b>3</b>	$\frac{1}{6}$
<b>4</b>	$\frac{1}{6}$
<b>5</b>	$\frac{1}{6}$
<b>6</b>	$\frac{1}{6}$
<b>1</b>	

### **Representación**

La representación de una **distribución discreta de probabilidad** es un **diagrama de barras**.



## **Función de distribución**

Sea  $X$  una variable aleatoria discreta cuyos valores suponemos ordenados de menor a mayor. Llamaremos **función de distribución de la variable  $X$** , y escribiremos  $F(x)$  a la función:

$$F(x) = p(X \leq x)$$

**La función de distribución asocia a cada valor de la variable aleatoria la probabilidad acumulada hasta ese valor.**

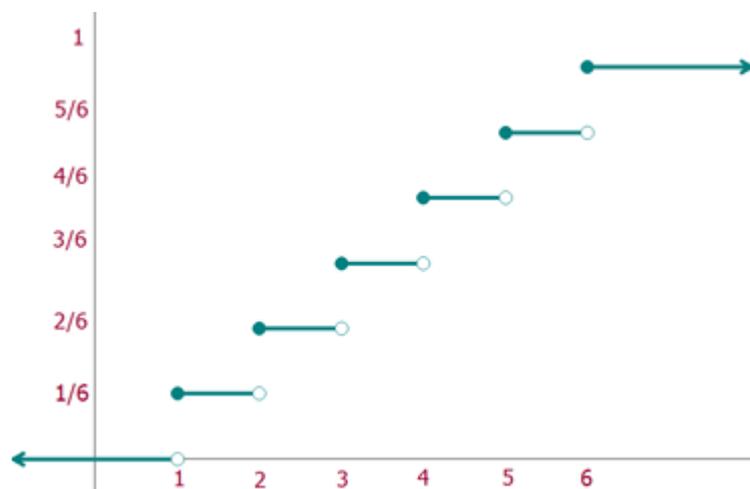
### ***Ejemplo***

La **función de distribución de probabilidad** de las puntuaciones obtenidas al lanzar un dado son:

$x$	$p_i$
$x < 1$	<b>0</b>
$1 \leq x < 2$	$\frac{1}{6}$
$2 \leq x < 3$	$\frac{2}{6}$
$3 \leq x < 4$	$\frac{3}{6}$
$4 \leq x < 5$	$\frac{4}{6}$
$5 \leq x < 6$	$\frac{5}{6}$
$6 \leq x$	<b>1</b>

### Representación

La representación de una **función de distribución de probabilidad** es una gráfica escalonada.



## Media y varianza de una variable aleatoria discreta

### Esperanza matemática o media

$$\mu = X_1 \cdot p_1 + X_2 \cdot p_2 + \dots + X_i \cdot p_i = \sum_{i=1}^n X_i \cdot p_i$$

### Varianza

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2 \cdot p_i - \mu^2$$

### Desviación típica

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n X_i^2 \cdot p_i - \mu^2}$$

**Ejemplo:** La **esperanza matemática, la varianza, y la desviación típica**, de la distribución de probabilidad de las puntuaciones obtenidas al lanzar un dado son.

<b>x</b>	<b>p<sub>i</sub></b>	<b>x · p<sub>i</sub></b>	<b>x<sup>2</sup> · p<sub>i</sub></b>
<b>1</b>	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
<b>2</b>	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{4}{6}$
<b>3</b>	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{9}{6}$
<b>4</b>	$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{16}{6}$
<b>5</b>	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{25}{6}$
<b>6</b>	$\frac{1}{6}$	<b>1</b>	<b>6</b>
		$\frac{21}{6}$	$\frac{91}{6}$

$$\mu = \frac{21}{6} = 3.5$$

$$\sigma^2 = \frac{91}{6} - (3.5)^2 = 2.9167$$

$$\sigma = \sqrt{2.9167} = 1.7078$$