1º de Bachillerato Letras

Matemáticas Aplicadas a las CC.Sociales I

Ejercicios de DISTRIBUCIÓN BINOMIAL Y NORMAL resueltos

(Solucionario libro)

Colegio Maravillas

Recopilados por: Teresa González

1.- (7)

Comprueba si la variable aleatoria que cuenta el número de veces que sale un 5, al lanzar 4 veces un dado de seis caras, sigue una distribución binomial.

La variable es discreta, porque solo puede tomar los valores 0, 1, 2, 3 y 4.

$n = 4$ es el número de veces que se realiza el experimento.

Sea A = «Salir un 5», entonces $P(A) = \frac{1}{6}$.

Los experimentos son independientes, porque lo que sucede en un lanzamiento no influye en el siguiente.

Por tanto, la variable sigue una distribución binomial: $B\left(4, \frac{1}{6}\right)$

2.- (8)

Calcula la probabilidad de que la variable aleatoria, X, que cuenta el número de veces que sale un 5 en 4 tiradas de un dado, sea mayor o igual que 3.

$$P(X \geq 3) = P(X = 3) + P(X = 4) = \binom{4}{3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \frac{5}{6} + \binom{4}{4} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^0 = 0{,}0162$$

3.- (9)

Consideramos la variable aleatoria que cuenta el número de bolas blancas que obtengo, al sacar tres veces una bola de un recipiente que contiene 2 bolas blancas y 3 rojas, y después de anotar el color, devolver la bola al recipiente. Calcula la probabilidad de que obtenga 2 bolas blancas.

$$X \equiv B\left(3, \frac{2}{5}\right) \qquad P(X = 2) = \binom{3}{2} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \frac{3}{5} = 0{,}288$$

4.- (10)

Si consideramos el mismo experimento de la actividad anterior, calcula.

a) La probabilidad de que todas las bolas sean del mismo color.

b) La probabilidad de obtener alguna bola de color rojo.

a) $P(X = 3) + P(X = 0) = \binom{3}{3} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^0 + \binom{3}{0} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^0 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^3 = 0{,}28$

b) $1 - P(X = 3) = 1 - \binom{3}{3} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^0 = 0{,}936$

5.- (11)

Consideramos la variable aleatoria que cuenta el número de bolas blancas que obtengo, al sacar tres veces una bola de un recipiente que contiene 2 bolas blancas y 3 rojas, y después de anotar el color, devolver la bola al recipiente. Calcula, utilizando la tabla de la distribución binomial, la probabilidad de que haya anotado 2 bolas blancas.

$X \equiv B(3; 0{,}4) \qquad P(X = 2) = 0{,}288$

6.- (12)

Si consideramos el mismo experimento de la actividad anterior, calcula.

a) La probabilidad de que todas las bolas sean del mismo color.

b) La probabilidad de obtener alguna bola de color rojo.

a) $P(X=3)+P(X=0)=0{,}064+0{,}216=0{,}28$

b) $1-P(X=3)=1-0{,}064=0{,}936$

7.- (29)

Calcula las probabilidades que se indican en las siguientes distribuciones binomiales.

a) En $B(8;\,0{,}2)$ $\quad P(X=4),\ P(X=1),\ P(X=0)$

b) En $B(12;\,0{,}9)$ $\quad P(X=2),\ P(X<3),\ P(X\geq 11)$

c) En $B(6;\,0{,}8)$ $\quad P(2\leq X\leq 5),\ P(1\leq X\leq 4)$

a) $P(X=4)=\binom{8}{4}\cdot 0{,}2^4\cdot 0{,}8^4=0{,}045875$ $\qquad P(X=1)=\binom{8}{1}\cdot 0{,}2\cdot 0{,}8^7=0{,}33554$

$P(X=0)=\binom{8}{0}\cdot 0{,}2^0\cdot 0{,}8^8=0{,}16777$

b) $P(X=2)=\binom{12}{2}\cdot 0{,}9^2\cdot 0{,}1^{10}=0{,}000000005346$

$$P(X<3)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)=$$
$$=0{,}000000000001+0{,}000000000108+0{,}000000005346=0{,}000000005455$$

$P(X\geq 11)=P(X=11)+P(X=12)=0{,}37657+0{,}28243=0{,}659$

c) $$P(2\leq X\leq 5)=P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)+P(X=5)=$$
$$=0{,}01536+0{,}08192+0{,}24576+0{,}39322=0{,}73626$$
$$P(1\leq X\leq 4)=P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)=$$
$$=0{,}001536+0{,}001536+0{,}08192+0{,}24576=0{,}344576$$

8.- (30)

Una máquina que fabrica discos compactos consigue fabricar un 90 % de discos sin error. Si escogemos 10 de ellos al azar, calcula las siguientes probabilidades.

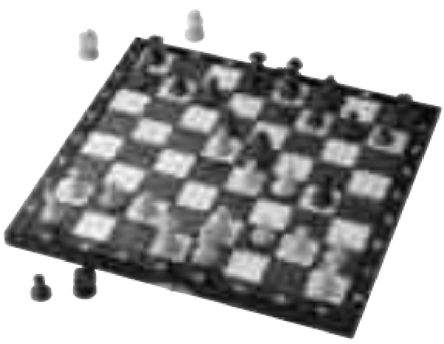
a) No hay ninguno defectuoso. $\qquad$ b) Hay más de uno defectuoso.

a) $P(X=0)=\binom{10}{0}\cdot 0{,}1^0\cdot 0{,}9^{10}=0{,}3487$

b) $P(X>1)=1-P(X\leq 1)=1-(P(X=0)+P(X=1))=1-(0{,}3487+0{,}3874)=0{,}2639$

9.- (33)

De cada 10 veces que mi hermano juega conmigo al ajedrez, me gana 7 veces.



a) ¿Cuál es la probabilidad de que me gane 1 vez?

b) ¿Y de hacer tablas?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que me gane entre 1 y 3 veces, ambos números incluidos?

d) Si apostamos que, en 10 partidas, yo le ganaré al menos 4 veces, ¿cuál es la probabilidad de ganar la apuesta?

$X \equiv B(10; 0{,}7)$

a) $P(X = 1) = \binom{10}{1} \cdot 0{,}7^1 \cdot 0{,}3^9 = 0{,}0001378$

b) $P(X = 5) = \binom{10}{5} \cdot 0{,}7^5 \cdot 0{,}3^5 = 0{,}1029$

c) $P(1 \le X \le 3) = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) =$

$$= \binom{10}{1} \cdot 0{,}7^1 \cdot 0{,}3^9 + \binom{10}{2} \cdot 0{,}7^2 \cdot 0{,}3^8 + \binom{10}{3} \cdot 0{,}7^3 \cdot 0{,}3^7 =$$

$$= 0{,}0001378 + 0{,}001447 + 0{,}009002 = 0{,}0105868$$

d) $P(X < 6) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) =$

$$= 0{,}000005904 + 0{,}0001378 + 0{,}001447 + 0{,}009002 + 0{,}03676 + 0{,}1029 =$$

$$= 0{,}15025$$

10.- (34)

En un laboratorio de análisis clínicos saben que el 98 % de las pruebas de diabetes que realizan resulta negativo. Si han recibido 10 muestras para analizar:

a) Determina la probabilidad de que haya 2 personas a las que la prueba les dé positivo.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la prueba resulte positiva a más de 1 persona?

$X \equiv B(10; 0{,}02)$

a) $P(X = 2) = \binom{10}{2} \cdot 0{,}02^2 \cdot 0{,}98^8 = 0{,}01531$

b) $P(X > 1) = 1 - P(X \le 1) = 1 - (P(X = 0) + P(X = 1)) =$

$$= 1 - \binom{10}{0} \cdot 0{,}02^0 \cdot 0{,}98^{10} - \binom{10}{1} \cdot 0{,}02^1 \cdot 0{,}98^9 = 1 - 0{,}8171 - 0{,}1667 = 0{,}0162$$

11.- (35)

El 20 % de la población de una ciudad es inmigrante de procedencia africana. Se eligen cinco personas al azar. Determina la probabilidad de que:

a) Haya un inmigrante africano.

b) Sean dos o más inmigrantes africanos.

c) Las cinco sean inmigrantes africanos.

d) Haya, al menos, un africano.

e) Sean cuatro inmigrantes africanos.

$X \equiv B(5; 0{,}2)$

a) $P(X = 1) = \binom{5}{1} \cdot 0{,}2^1 \cdot 0{,}8^4 = 0{,}4096$

b) $P(X \ge 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - (P(X = 0) + P(X = 1)) =$

$$= 1 - \binom{5}{0} \cdot 0{,}2^0 \cdot 0{,}8^5 - \binom{5}{1} \cdot 0{,}2^1 \cdot 0{,}8^4 = 1 - 0{,}3277 - 0{,}4096 = 0{,}2627$$

c) $P(X = 5) = \binom{5}{5} \cdot 0{,}2^5 \cdot 0{,}8^0 = 0{,}00032$

d) $P(X \ge 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \binom{5}{0} \cdot 0{,}2^0 \cdot 0{,}8^5 = 1 - 0{,}3277 = 0{,}6723$

e) $P(X = 4) = \binom{5}{4} \cdot 0{,}2^4 \cdot 0{,}8^1 = 0{,}0064$

12.- (37)

En una distribución $N(0, 1)$, calcula las probabilidades.

a) $P(Z < 0{,}73)$
b) $P(Z < 2{,}05)$
c) $P(Z \leq 1{,}77)$
d) $P(Z < 0{,}274)$
e) $P(Z > -0{,}38)$
f) $P(Z > -1{,}297)$
g) $P(Z = -2{,}75)$
h) $P(Z \geq -1{,}04)$

a) $P(Z < 0{,}73) = 0{,}7673$
b) $P(Z < 2{,}05) = 0{,}9798$
c) $P(Z \leq 1{,}77) = 0{,}9616$
d) $P(Z < 0{,}274) = 0{,}6079$
e) $P(Z > -0{,}38) = P(Z < 0{,}38) = 0{,}648$
f) $P(Z > -1{,}297) = P(Z < 1{,}297) = 0{,}9026$
g) $P(Z = -2{,}75) = 0$
h) $P(Z \geq -1{,}04) = P(Z \leq 1{,}04) = 0{,}8508$

13.- (38)

En una distribución $N(0, 1)$, halla las siguientes probabilidades.

a) $P(Z > 3{,}58)$
b) $P(Z \geq 1{,}3487)$
c) $P(Z = 2{,}107)$
d) $P(Z \geq 0{,}53)$
e) $P(Z < -0{,}33)$
f) $P(Z < -1{,}334)$
g) $P(Z \leq -2{,}19)$
h) $P(Z < -3{,}487)$

a) $P(Z > 3{,}58) = 1 - P(Z < 3{,}58) = 1 - 0{,}9999 = 0{,}0001$
b) $P(Z \geq 1{,}3487) = 1 - P(Z \leq 1{,}3487) = 1 - 0{,}9113 = 0{,}0887$
c) $P(Z = 2{,}107) = 0$
d) $P(Z \geq 0{,}53) = 1 - P(Z \leq 0{,}53) = 1 - 0{,}7019 = 0{,}2981$
e) $P(Z < -0{,}33) = 1 - P(Z \leq 0{,}33) = 1 - 0{,}6293 = 0{,}3707$
f) $P(Z < -1{,}334) = 1 - P(Z \leq 1{,}334) = 1 - 0{,}9088 = 0{,}0912$
g) $P(Z \leq -2{,}19) = 1 - P(Z \leq 2{,}19) = 1 - 0{,}9857 = 0{,}0143$
h) $P(Z < -3{,}487) = 1 - P(Z \leq 3{,}487) = 1 - 0{,}9999 = 0{,}0001$

14.- (39)

En una distribución $N(0, 1)$, obtén las probabilidades.

a) $P(0{,}26 < Z < 0{,}39)$
b) $P(1{,}16 < Z < 2{,}03)$
c) $P(-0{,}64 < Z < 1{,}36)$
d) $P(-0{,}56 < Z < 3{,}92)$
e) $P(-2{,}6 < Z < -0{,}4329)$
f) $P(-1{,}49 < Z < -1{,}07)$

a) $P(0{,}26 < Z < 0{,}39) = P(Z < 0{,}39) - P(Z < 0{,}26) = 0{,}6517 - 0{,}6026 = 0{,}0491$
b) $P(1{,}16 < Z < 2{,}03) = P(Z < 2{,}03) - P(Z < 1{,}16) = 0{,}9788 - 0{,}877 = 0{,}1018$
c) $P(-0{,}64 < Z < 1{,}36) = P(Z < 1{,}36) - (1 - P(Z < 0{,}64)) = 0{,}9131 - 1 + 0{,}7389 = 0{,}652$
d) $P(-0{,}56 < Z < 3{,}92) = P(Z < 3{,}92) - (1 - P(Z < 0{,}56)) = 0{,}9999 - 1 + 0{,}7123 = 0{,}7122$
e) $P(-2{,}6 < Z < -0{,}4329) = P(Z < 2{,}6) - P(Z < 0{,}4329) = 0{,}9953 - 0{,}6674 = 0{,}3279$
f) $P(-1{,}49 < Z < -1{,}07) = P(Z < 1{,}49) - P(Z < 1{,}07) = 0{,}9319 - 0{,}8577 = 0{,}0742$

15.- (41)

Determina las siguientes probabilidades en una distribución $N(12, 2)$.

a) $P(X < 12{,}36)$

b) $P(X < 16{,}4)$

c) $P(X \leq 17{,}01)$

d) $P(X < 12{,}0273)$

e) $P(X > 11{,}82)$

f) $P(X > 9{,}84)$

g) $P(X = 12{,}55)$

h) $P(X \geq 7{,}89)$

a) $P(X < 12{,}36) = P\left(\frac{X-12}{2} < \frac{12{,}36-12}{2}\right) = P(Z < 0{,}18) = 0{,}5714$

b) $P(X < 16{,}4) = P\left(\frac{X-12}{2} < \frac{16{,}4-12}{2}\right) = P(Z < 2{,}2) = 0{,}9861$

c) $P(X \leq 17{,}01) = P\left(\frac{X-12}{2} \leq \frac{17{,}01-12}{2}\right) = P(Z < 2{,}51) = 0{,}994$

d) $P(X < 12{,}0273) = P\left(\frac{X-12}{2} < \frac{12{,}0273-12}{2}\right) = P(Z < 0{,}014) = 0{,}5056$

e) $P(X > 11{,}82) = P\left(\frac{X-12}{2} < \frac{11{,}82-12}{2}\right) = P(Z < -0{,}09) = 1 - P(Z \leq 0{,}09) =$
$= 1 - 0{,}5359 = 0{,}4641$

f) $P(X > 9{,}84) = P\left(\frac{X-12}{2} < \frac{9{,}84-12}{2}\right) = P(Z < -1{,}08) = 1 - P(Z \leq 1{,}08) =$
$= 1 - 0{,}8599 = 0{,}1401$

g) $P(X = 12{,}55) = 0$

h) $P(X \geq 7{,}89) = P\left(\frac{X-12}{2} < \frac{7{,}89-12}{2}\right) = P(Z < -2{,}06) = 1 - P(Z \leq 2{,}06) =$
$= 1 - 0{,}9803 = 0{,}0197$

16.- (42)

En una distribución $N(56, 4)$, calcula las siguientes probabilidades.

a) $P(X > 68{,}4)$

b) $P(X \geq 62{,}45)$

c) $P(X = 56)$

d) $P(X \geq 52{,}45)$

e) $P(X < 53{,}3)$

f) $P(X \geq 57{,}32)$

g) $P(X \leq 46{,}92)$

h) $P(X < 46{,}877)$

a) $P(X > 68{,}4) = P\left(\frac{X-56}{4} > \frac{68{,}4-56}{4}\right) = P(Z > 3{,}1) = 1 - P(Z \leq 3{,}1) =$
$= 1 - 0{,}999 = 0{,}001$

b) $P(X \geq 62{,}45) = P\left(\frac{X-56}{4} \geq \frac{62{,}45-56}{4}\right) = P(Z \geq 1{,}61) = 1 - P(Z < 1{,}61) =$
$= 1 - 0{,}9463 = 0{,}0537$

c) $P(X = 56) = 0$

d) $P(X \geq 52{,}45) = P\left(\frac{X-56}{4} \geq \frac{52{,}45-56}{4}\right) = P(Z \geq -0{,}89) = P(Z \leq 0{,}89) = 0{,}8133$

e) $P(X < 53{,}3) = P\left(\frac{X-56}{4} < \frac{53{,}3-56}{4}\right) = P(Z < -0{,}68) = 1 - P(Z \leq 0{,}68) =$
$= 1 - 0{,}7517 = 0{,}2483$

f) $P(X \geq 57{,}32) = P\left(\frac{X-56}{4} \geq \frac{57{,}32-56}{4}\right) = P(Z \geq 0{,}33) = 1 - P(Z < 0{,}33) =$
$= 1 - 0{,}6293 = 0{,}3707$

g) $P(X \leq 46{,}92) = P\left(\frac{X-56}{4} \leq \frac{46{,}92-56}{4}\right) = P(Z \leq -2{,}27) = 1 - P(Z < 2{,}27) =$
$= 1 - 0{,}9884 = 0{,}0116$

h) $P(X < 46{,}877) = P\left(\frac{X-56}{4} < \frac{46{,}877-56}{4}\right) = P(Z < -2{,}28) = 1 - P(Z \leq 2{,}28) =$
$= 1 - 0{,}9887 = 0{,}0113$

17.- (43)

En una distribución $N(90, 12)$, obtén estas probabilidades.

a) $P(106 < X < 120)$

b) $P(109 < X < 117{,}3)$

c) $P(84 < X < 112{,}6)$

d) $P(76{,}67 < X < 103{,}96)$

e) $P(58{,}89 < X < 82)$

f) $P(69 < X < 87)$

a) $P(106 < X < 120) = P\left(\frac{106-90}{12} < \frac{X-90}{12} < \frac{120-90}{12}\right) = P(1{,}33 < Z < 2{,}5) =$
$= P(Z < 2{,}5) - P(Z < 1{,}33) = 0{,}9938 - 0{,}9082 = 0{,}0856$

b) $P(109 < X < 117{,}3) = P\left(\frac{109-90}{12} < \frac{X-90}{12} < \frac{117{,}3-90}{12}\right) = P(1{,}58 < Z < 2{,}28) =$
$= P(Z < 2{,}28) - P(Z < 1{,}58) = 0{,}9887 - 0{,}9429 = 0{,}0458$

c) $P(84 < X < 112{,}6) = P\left(\frac{84-90}{12} < \frac{X-90}{12} < \frac{112{,}6-90}{12}\right) = P(-0{,}5 < Z < 1{,}88) =$
$= P(Z < 1{,}88) - (1 - P(Z < 0{,}5)) = 0{,}9699 - 1 + 0{,}6915 = 0{,}6614$

d) $P(76{,}67 < X < 103{,}96) = P\left(\frac{76{,}67-90}{12} < \frac{X-90}{12} < \frac{103{,}96-90}{12}\right) =$
$= P(-1{,}11 < Z < 1{,}16) = P(Z < 1{,}16) - (1 - P(Z < 1{,}11)) =$
$= 0{,}877 - 1 + 0{,}8665 = 0{,}7435$

e) $P(58{,}89 < X < 82) = P\left(\frac{58{,}89-90}{12} < \frac{X-90}{12} < \frac{82-90}{12}\right) =$
$= P(-2{,}59 < Z < -0{,}67) = P(Z < 2{,}59) - P(Z < 0{,}67) =$
$= 0{,}9952 - 0{,}7486 = 0{,}2466$

f) $P(69 < X < 87) = P\left(\frac{69-90}{12} < \frac{X-90}{12} < \frac{87-90}{12}\right) = P(-1{,}75 < Z < -0{,}25) =$
$= P(Z < 1{,}75) - P(Z < 0{,}25) = 0{,}9599 - 0{,}5987 = 0{,}3612$

18.- (46)

Se ha comprobado que el tiempo medio que resiste un adulto sin respirar es de 40 segundos, con una desviación típica de 6,2 segundos, y que los datos anteriores siguen una distribución normal.

a) Halla el porcentaje de personas que aguantan más de 53 segundos y menos de 30 segundos.

b) ¿Qué porcentaje resiste entre 30 y 50 segundos?

a) $P(X > 53) \cdot P(X < 30) = P\left(\frac{X-40}{6,2} > \frac{53-40}{6,2}\right) \cdot P\left(\frac{X-40}{6,2} < \frac{30-40}{6,2}\right) =$

$= P(Z > 2,09) \cdot P(Z < -1,61) = (1 - P(Z \leq 2,09)) \cdot (1 - P(Z \leq 1,61)) =$

$= (1 - 0,9817) \cdot (1 - 0,9463) = 0,00098$

El porcentaje de personas es del 0,09 %.

b) $P(30 < X < 50) = P\left(\frac{30-40}{6,2} < \frac{X-40}{6,2} < \frac{50-40}{6,2}\right) = P(-1,61 < Z < 1,61) =$

$= P(Z < 1,61) - (1 - P(Z < 1,61)) = 2 \cdot 0,9463 - 1 = 0,8926$

El 89,26 % resiste entre 30 y 50 segundos.

19.- (47)

La edad de un grupo de personas sigue una distribución $N(35,10)$.

Calcula la probabilidad de que una persona de ese grupo, elegida al azar, tenga:

a) Más de 40 años.

b) Entre 23 y 47 años.

a) $P(X > 40) = P\left(\frac{X-35}{10} > \frac{40-35}{10}\right) = P(Z > 0,5) = 1 - P(Z \leq 0,5) =$

$= 1 - 0,6915 = 0,3085$

b) $P(23 < X < 47) = P\left(\frac{23-35}{10} < \frac{X-35}{10} < \frac{47-35}{10}\right) = P(-1,2 < Z < 1,2) =$

$= P(Z < 1,2) - (1 - P(Z < 1,2)) = 2 \cdot 0,8849 - 1 = 0,7698$

20.- (48)

El peso de las ovejas adultas se distribuye normalmente con una media de 53 kg y una desviación típica de 2,4 kg.

a) ¿Qué porcentaje de las ovejas pesará entre 50 y 57 kg?

b) Si pretendemos separar una cuarta parte de las ovejas, siendo las más pesadas del rebaño, ¿a partir de qué peso se hará la separación?

a) $P(50 < X < 57) = P\left(\frac{50-53}{2,4} < \frac{X-53}{2,4} < \frac{57-53}{2,4}\right) = P(-1,25 < Z < 1,67) =$

$= P(Z < 1,67) - (1 - P(Z < 1,25)) = 0,9525 - 1 + 0,8944 = 0,8469$

b) $P(X > a) = 0,25 \to P\left(\frac{X-53}{2,4} > \frac{a-53}{2,4}\right) = P\left(Z > \frac{a-53}{2,4}\right) =$

$= 1 - P\left(Z \leq \frac{a-53}{2,4}\right) = 0,25 \to P\left(Z \leq \frac{a-53}{2,4}\right) = 0,75$

$\to \frac{a-53}{2,4} = 0,68 \to a = 54,63$

La separación debe hacerse a partir de 54,63 kg.

21.- (49)

El tiempo medio de espera de un viajero en una estación ferroviaria, medido en minutos, sigue una distribución normal $N(7,5; 2)$. Cada mañana 4.000 viajeros acceden a esa estación. Determina el número de viajeros que esperó:

a) Más de 9 minutos.
b) Menos de 6 minutos.
c) Entre 5 y 10 minutos.
d) Completa la frase: «Los 1.000 viajeros que menos tiempo tardaron en subir al tren tuvieron que esperar menos de … minutos».

a) $P(X > 9) = P\left(\frac{X-7,5}{2} > \frac{9-7,5}{2}\right) = P(Z > 0,75) = 1 - P(Z \leq 0,75) =$
$= 1 - 0,7734 = 0,2266$

$0,2266 \cdot 4.000 = 906,4 \rightarrow$ 906 viajeros esperaron más de 9 minutos.

b) $P(X < 6) = P\left(\frac{X-7,5}{2} < \frac{6-7,5}{2}\right) = P(Z < -0,75) = 1 - P(Z \leq 0,75) =$
$= 1 - 0,7734 = 0,2266$

$0,2266 \cdot 4.000 = 906,4 \rightarrow$ 906 viajeros esperaron menos de 6 minutos.

c) $P(5 < X < 10) = P\left(\frac{5-7,5}{2} < \frac{X-7,5}{2} < \frac{10-7,5}{2}\right) = P(-1,25 < Z < 1,25) =$
$= P(Z < 1,25) - (1 - P(Z < 1,25)) = 2 \cdot 0,8944 - 1 = 0,7888$

$0,7888 \cdot 4.000 = 3.155,2 \rightarrow$ 3.155 viajeros esperaron entre 5 y 10 minutos.

d) $\frac{1.000}{4.000} = 0,25 \rightarrow P(X < a) = 0,25 \rightarrow P\left(\frac{X-7,5}{2} < \frac{a-7,5}{2}\right) = 0,25$

$\rightarrow P\left(Z < \frac{a-7,5}{2}\right) = 0,25 \rightarrow P\left(Z \leq \frac{a-7,5}{2}\right) = 0,75$

$\rightarrow \frac{a-7,5}{2} = 0,68 \rightarrow a = 8,86$

Los 1.000 viajeros que menos tiempo tardaron en subir al tren tuvieron que esperar menos de 8 minutos.

22.- (50)

Se sabe que el 98,61% de los tornillos fabricados por una empresa tiene un diámetro menor que 3,398 mm. Si el diámetro de los tornillos se distribuye según una normal de media $\mu = 3,2$ mm, determina la desviación típica.

$P(X < 3,398) = 0,9861 \rightarrow P\left(\frac{X-3,2}{\sigma} < \frac{3,398-3,2}{\sigma}\right) = 0,9861$

$\rightarrow P\left(Z < \frac{0,198}{\sigma}\right) = 0,9861 \rightarrow \frac{0,198}{\sigma} = 2,2 \rightarrow \sigma = 0,09$

23.- (62)

En un instituto se han comprado 150 ordenadores para 4 aulas de informática. La duración de la batería permite tener una media de trabajo de 180 minutos, con una desviación típica de 25 minutos.

a) Calcula la probabilidad de que la batería de uno de los ordenadores solo dure dos horas.

b) ¿Cuántos ordenadores tendrán una batería cuya carga dure más de 200 minutos?

a) $X \equiv N(180, 25)$

$$P(X \leq 120) = P\left(\frac{X-180}{25} \leq \frac{120-180}{25}\right) = P(Z \leq -2{,}4) = 1 - P(Z < 2{,}4) =$$
$$= 1 - 0{,}9918 = 0{,}0082$$

b) $$P(X > 200) = P\left(\frac{X-180}{25} > \frac{200-180}{25}\right) = P(Z > 0{,}8) = 1 - P(Z \leq 0{,}8) =$$
$$= 1 - 0{,}7881 = 0{,}2119$$

Como $0{,}2119 \cdot 150 = 31{,}785$; en 31 ordenadores la carga de la batería durará más de 200 minutos.

24.- (63)

La estatura de los 1.200 alumnos de un colegio sigue una distribución normal, de media 156 cm y desviación típica 9 cm.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un alumno seleccionado al azar mida más de 180 cm?

b) ¿Cuántos estudiantes debemos esperar que midan entre 140 y 170 cm?

c) Busca un intervalo de alturas que contenga el 90 % de los alumnos y que sea el mínimo posible.

a) $$P(X > 180) = P\left(\frac{X-156}{9} > \frac{180-156}{9}\right) = P(Z > 2{,}67) = 1 - P(Z \leq 2{,}67) =$$
$$= 1 - 0{,}9962 = 0{,}0038$$

b) $$(140 < X < 170) = P\left(\frac{140-156}{9} < \frac{X-156}{9} < \frac{170-156}{9}\right) =$$
$$= P(-1{,}78 < Z < 1{,}56) = P(Z < 1{,}56) - (1 - P(Z < 1{,}78)) =$$
$$= 0{,}9406 - 1 + 0{,}9625 = 0{,}9031$$

Como $0{,}9031 \cdot 1.200 = 1.083$, hay 1.083 estudiantes que miden entre 140 y 170 cm.

c) $$P(156 - a < X < 156 + a) = P\left(\frac{156-a-156}{9} < \frac{X-156}{9} < \frac{156+a-156}{9}\right) =$$
$$= P\left(-\frac{a}{9} < Z < \frac{a}{9}\right) = P\left(Z < \frac{a}{9}\right) - \left(1 - P\left(Z < \frac{a}{9}\right)\right) =$$
$$= 2P\left(Z < \frac{a}{9}\right) - 1 = 0{,}9 \rightarrow P\left(Z < \frac{a}{9}\right) = 0{,}95 \rightarrow \frac{a}{9} = 1{,}65$$
$\rightarrow a = 14{,}85 \rightarrow (141{,}15;\ 170{,}85)$ es el intervalo de alturas.

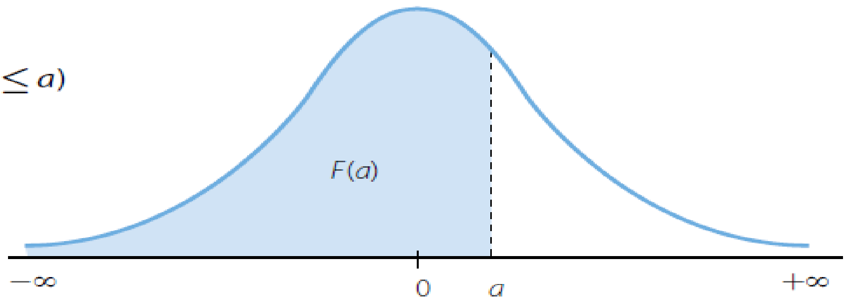
Tabla de distribución binomial $B(n, p)$

$$P(X=r)=\binom{n}{r}p^r(1-p)^{n-r}$$

		p									
n	r	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
1	0	0,9500	0,9000	0,8500	0,8001	0,7500	0,7000	0,6500	0,6000	0,5500	0,5000
	1	0,0500	0,1000	0,1500	0,2000	0,2500	0,3000	0,3500	0,4001	0,4500	0,5000
2	0	0,9025	0,8100	0,7225	0,6400	0,5625	0,4900	0,4225	0,3600	0,3025	0,2500
	1	0,0950	0,1800	0,2550	0,3200	0,3750	0,4200	0,4550	0,4800	0,4950	0,5000
	2	0,0025	0,0100	0,0225	0,0400	0,0625	0,0900	0,1225	0,1600	0,2025	0,2500
3	0	0,8574	0,7290	0,6141	0,5120	0,4219	0,3430	0,2746	0,2160	0,1664	0,1250
	1	0,1354	0,2430	0,3251	0,3840	0,4219	0,4410	0,4436	0,4320	0,4084	0,3750
	2	0,0071	0,0270	0,0574	0,0960	0,1406	0,1890	0,2389	0,2880	0,3341	0,3750
	3	0,0001	0,0010	0,0034	0,0080	0,0156	0,0270	0,0429	0,0640	0,0911	0,1250
4	0	0,8145	0,6561	0,5220	0,4096	0,3164	0,2401	0,1785	0,1296	0,0915	0,0625
	1	0,1715	0,2916	0,3685	0,4096	0,4219	0,4116	0,3845	0,3456	0,2995	0,2500
	2	0,0135	0,0486	0,0975	0,1536	0,2109	0,2646	0,3105	0,3456	0,3675	0,3750
	3	0,0005	0,0036	0,0115	0,0256	0,0469	0,0756	0,1115	0,1536	0,2005	0,2500
	4	0,0000	0,0001	0,0005	0,0016	0,0039	0,0081	0,0150	0,0256	0,0410	0,0625
5	0	0,7738	0,5905	0,4437	0,3277	0,2373	0,1681	0,1160	0,0778	0,0503	0,0312
	1	0,2036	0,3280	0,3915	0,4096	0,3955	0,3602	0,3124	0,2592	0,2059	0,1562
	2	0,0214	0,0729	0,1382	0,2048	0,2637	0,3087	0,3364	0,3456	0,3369	0,3125
	3	0,0011	0,0081	0,0244	0,0512	0,0879	0,1323	0,1811	0,2304	0,2757	0,3125
	4	0,0000	0,0004	0,0022	0,0064	0,0146	0,0284	0,0488	0,0768	0,1128	0,1562
	5	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0010	0,0024	0,0053	0,0102	0,0185	0,0312
6	0	0,7351	0,5314	0,3771	0,2621	0,1780	0,1176	0,0754	0,0467	0,0277	0,0156
	1	0,2321	0,3543	0,3993	0,3932	0,3560	0,3025	0,2437	0,1866	0,1359	0,0938
	2	0,0305	0,0984	0,1762	0,2458	0,2966	0,3241	0,3280	0,3110	0,2780	0,2344
	3	0,0021	0,0146	0,0415	0,0819	0,1318	0,1852	0,2355	0,2765	0,3032	0,3125
	4	0,0001	0,0012	0,0055	0,0154	0,0330	0,0595	0,0951	0,1382	0,1861	0,2344
	5	0,0000	0,0001	0,0004	0,0015	0,0044	0,0102	0,0205	0,0369	0,0609	0,0938
	6		0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0007	0,0018	0,0041	0,0083	0,0156
7	0	0,6983	0,4783	0,3206	0,2097	0,1335	0,0824	0,0490	0,0280	0,0152	0,0078
	1	0,2573	0,3720	0,3960	0,3670	0,3115	0,2471	0,1848	0,1306	0,0872	0,0547
	2	0,0406	0,1240	0,2097	0,2753	0,3115	0,3177	0,2985	0,2613	0,2140	0,1641
	3	0,0036	0,0230	0,0617	0,1147	0,1730	0,2269	0,2679	0,2903	0,2918	0,2734
	4	0,0002	0,0026	0,0109	0,0287	0,0577	0,0972	0,1442	0,1935	0,2388	0,2734
	5	0,0000	0,0002	0,0012	0,0043	0,0115	0,0250	0,0466	0,0774	0,1172	0,1641
	6		0,0000	0,0001	0,0004	0,0013	0,0036	0,0084	0,0172	0,0320	0,0547
	7			0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0006	0,0016	0,0037	0,0078
8	0	0,6634	0,4305	0,2725	0,1678	0,1001	0,0576	0,0319	0,0168	0,0084	0,0039
	1	0,2793	0,3826	0,3847	0,3355	0,2670	0,1977	0,1373	0,0896	0,0548	0,0312
	2	0,0515	0,1488	0,2376	0,2936	0,3115	0,2965	0,2587	0,2090	0,1569	0,1094
	3	0,0054	0,0331	0,0839	0,1468	0,2076	0,2541	0,2786	0,2787	0,2568	0,2188
	4	0,0004	0,0046	0,0815	0,0459	0,0865	0,1361	0,1875	0,2322	0,2627	0,2734
	5	0,0000	0,0004	0,0026	0,0092	0,0231	0,0467	0,0808	0,1239	0,1719	0,2188
	6		0,0000	0,0002	0,0011	0,0038	0,0100	0,0217	0,0413	0,0703	0,1094
	7			0,0000	0,0001	0,0004	0,0012	0,0033	0,0079	0,0164	0,0312
	8				0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0007	0,0017	0,0039

Tabla de distribución normal $N(0, 1)$

$F(a) = P(Z \leq a)$



a	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

APÉNDICE:

Aproximación de la binomial por la normal:

Cuando n es muy grande, no se puede buscar en la tabla de la binomial, y entonces la aproximaremos mediante una normal de media $\mu = np$ y desviación típica $\sigma = \sqrt{npq}$, cuanto mayor es n, mejor es la aproximación; en la práctica se considera que es buena la aproximación cuando se cumple que np > 5, y nq > 5, siendo q = 1- p.

25.- (19)

Una fábrica de componentes elabora 2.000 circuitos electrónicos al día.
Si la probabilidad de fabricar un circuito defectuoso es del 1 %,
¿cuál es la probabilidad de que en un día el número de circuitos defectuosos sea mayor que 50? ¿Y menor que 25?

$$X \equiv B(2.000; 0{,}01) \approx N(20; 4{,}45)$$

$$P(X > 50) = P\left(\frac{X-20}{4{,}45} > \frac{50-20}{4{,}45}\right) = P(Z > 6{,}74) = 1 - P(Z \leq 6{,}74) = 1 - 1 = 0$$

$$P(X < 25) = P\left(\frac{X-20}{4{,}45} < \frac{25-20}{4{,}45}\right) = P(Z < 1{,}12) = 0{,}8686$$

26.- (20)

El 10 % de las personas de una ciudad afirma que no ve nunca televisión.
Calcula la probabilidad de que, escogidas 100 personas al azar,
haya al menos 14 personas que no vean televisión. ¿Qué probabilidad hay de que sean exactamente 14?

$$X \equiv B(100; 0{,}1) \approx N(10, 3)$$

$$P(X \geq 14) = P\left(\frac{X-10}{3} \geq \frac{14-10}{3}\right) = P(Z \geq 1{,}33) = 1 - P(Z < 1{,}33) =$$
$$= 1 - 0{,}9082 = 0{,}0918$$

$$P(X = 14) = P(13{,}5 < X < 14{,}5) = P\left(\frac{13{,}5-10}{3} < \frac{X-10}{3} < \frac{14{,}5-10}{3}\right) =$$
$$= P(Z < 1{,}5) - P(Z < 1{,}17) = 0{,}9332 - 0{,}879 = 0{,}0542$$

27.- (52)

El 60 % de una población de 20.000 habitantes tiene los ojos oscuros.
Si elegimos, al azar, 50 personas de esa población, ¿cuál es la probabilidad de que haya menos de 30 personas con los ojos oscuros?

$$X \equiv B(50; 0{,}6)$$

$$\left.\begin{array}{l} np = 30 > 5 \\ n(1-p) = 20 > 5 \end{array}\right\} \rightarrow X \equiv B(50;\ 0{,}6) \approx N(30;\ 3{,}46)$$

$$P(X < 30) = P\left(\frac{X-30}{3{,}46} < \frac{30-30}{3{,}46}\right) = P(Z < 0) = 0{,}5$$

28.- (53)

El 7 % de los pantalones de una marca tiene algún defecto. Se empaquetan en cajas de 80 unidades para distribuirlos. ¿Cuál es la probabilidad de que en una caja haya más de 10 pantalones defectuosos?

$$X \equiv B(80;\ 0{,}07)$$

$$\left.\begin{array}{l} np = 5{,}6 > 5 \\ n(1-p) = 78{,}4 > 5 \end{array}\right\} \rightarrow X \equiv B(80;\ 0{,}07) \approx N(5{,}6;\ 2{,}28)$$

$$P(X > 10) = P\left(\frac{X-5{,}6}{2{,}28} > \frac{10-5{,}6}{2{,}28}\right) = P(Z > 1{,}93) = 1 - P(Z \leq 1{,}93) =$$
$$= 1 - 0{,}9732 = 0{,}0268$$

29.- (54)

Se está experimentando una nueva vacuna para la malaria que resulta efectiva en el 60 % de los casos. Si se eligen al azar 45 personas, halla las siguientes probabilidades.

a) La probabilidad de que en ese grupo la vacuna sea efectiva en 27 personas.

b) La probabilidad de que sea efectiva en un número de personas comprendido entre 25 y 27, ambos inclusive.

c) La probabilidad de que resulte efectiva en menos de 20 personas.

$$X \equiv B(45;\ 0{,}6)$$

$$\left.\begin{array}{l} np = 27 > 5 \\ n(1-p) = 10{,}8 > 5 \end{array}\right\} \rightarrow X \equiv B(45;\ 0{,}6) \approx N(27;\ 3{,}28)$$

a) $$P(X = 27) = P(26{,}5 < X < 27{,}5) = P\left(\frac{26{,}5-27}{3{,}28} < \frac{X-27}{3{,}28} < \frac{27{,}5-27}{3{,}28}\right) =$$
$$= P(-0{,}15 < Z < 0{,}15) = P(Z < 0{,}15) - (1 - P(Z < 0{,}15)) =$$
$$= 2 \cdot 0{,}5596 - 1 = 0{,}1192$$

b) $$P(25 \leq X \leq 27) = P\left(\frac{25-27}{3{,}28} \leq \frac{X-27}{3{,}28} \leq \frac{27-27}{3{,}28}\right) = P(-0{,}61 \leq Z \leq 0) =$$
$$= P(Z \leq 0{,}61) - P(Z \leq 0) = 0{,}7291 - 0{,}5 = 0{,}2291$$

c) $$P(X < 20) = P\left(\frac{X-27}{3{,}28} < \frac{20-27}{3{,}28}\right) = P(Z < -2{,}13) = 1 - P(Z \leq 2{,}13) =$$
$$= 1 - 0{,}9834 = 0{,}0166$$

30.- (55)

Se estima que 1 de cada 8 españoles padece hipertensión. Si elegimos a 60 personas al azar:

a) Determina la probabilidad de que en ese grupo haya exactamente 7 personas hipertensas.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que haya más de diez personas hipertensas?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que en el grupo tengan hipertensión 11 personas o menos?

$$X \equiv B(60;\ 0{,}125)$$

$$\left.\begin{array}{l} np = 7{,}5 > 5 \\ n(1-p) = 6{,}56 > 5 \end{array}\right\} \rightarrow X \equiv B(60;\ 0{,}125) \approx N(7{,}5;\ 2{,}56)$$

a) $P(X = 7) = P(6{,}5 < X < 7{,}5) = P\left(\frac{6{,}5 - 7{,}5}{2{,}56} < \frac{X - 7{,}5}{2{,}56} < \frac{7{,}5 - 7{,}5}{2{,}56}\right) =$

$= P(-0{,}39 < Z < 0) = P(Z < 0{,}39) - P(Z < 0) = 0{,}6517 - 0{,}5 = 0{,}1517$

b) $P(X > 10) = P\left(\frac{X - 7{,}5}{2{,}56} > \frac{10 - 7{,}5}{2{,}56}\right) = P(Z > 0{,}97) = 1 - P(Z \leq 0{,}97) =$

$= 1 - 0{,}834 = 0{,}166$

c) $P(X \leq 11) = P\left(\frac{X - 7{,}5}{2{,}56} \leq \frac{11 - 7{,}5}{2{,}56}\right) = P(Z \leq 1{,}36) = 0{,}9131$

31.- (56)

Las compañías de seguros han calculado que 1 de cada 5 vehículos tiene un accidente al año. Si se toman al azar 40 vehículos, determina.

a) La probabilidad de que ese año 10 de ellos tengan un accidente.

b) La probabilidad que sean entre 10 y 12 vehículos, ambos números incluidos.

c) ¿Cuál es la probabilidad de que ese año se accidenten más de 15 vehículos?

$$X \equiv B(40;\ 0{,}2)$$

$$\left.\begin{array}{l} np = 8 > 5 \\ n(1-p) = 6{,}4 > 5 \end{array}\right\} \rightarrow X \equiv B(40;\ 0{,}2) \approx N(8;\ 2{,}53)$$

a) $P(X = 10) = P(9{,}5 < X < 10{,}5) = P\left(\frac{9{,}5 - 8}{2{,}53} < \frac{X - 8}{2{,}53} < \frac{10{,}5 - 8}{2{,}53}\right) =$

$= P(0{,}59 < Z < 0{,}98) = P(Z < 0{,}98) - P(Z < 0{,}59) =$

$= 0{,}8365 - 0{,}7224 = 0{,}1141$

b) $P(10 \leq X \leq 12) = P\left(\frac{10 - 8}{2{,}53} \leq \frac{X - 8}{2{,}53} \leq \frac{12 - 8}{2{,}53}\right) = P(0{,}79 \leq Z \leq 1{,}58) =$

$= P(Z \leq 1{,}58) - P(Z \leq 0{,}79) = 0{,}9429 - 0{,}7852 = 0{,}1577$

c) $P(X > 15) = P\left(\frac{X - 8}{2{,}53} > \frac{15 - 8}{2{,}53}\right) = P(Z > 2{,}76) = 1 - P(Z \leq 2{,}76) =$

$= 1 - 0{,}9971 = 0{,}0029$

32.- (61)

Supongamos que la probabilidad de que nazca una niña es la misma de que nazca un niño.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una familia con tres hijos tenga 2 hijos y 1 hija?

b) Si tomamos 100 familias con 3 hijos, ¿cuál es la probabilidad de que haya 35 familias con 2 hijos y 1 hija?

c) ¿Y de que se encuentre entre 35 y 39?

d) ¿Cuál es la probabilidad de que en esas 100 familias haya 12 familias que solo tengan hijas?

a) $P(\text{2 hijos y 1 hija}) = 3 \cdot 0{,}5^2 \cdot 0{,}5 = 0{,}375$

b) $X \equiv B(100;\ 0{,}375)$

$$\left.\begin{array}{l} np = 37{,}5 > 5 \\ n(1-p) = 62{,}5 > 5 \end{array}\right\} \to X \equiv B(100;\ 0{,}375) \approx N(37{,}5;\ 4{,}84)$$

$$P(X = 35) = P(34{,}5 < X < 35{,}5) = P\left(\frac{34{,}5 - 37{,}5}{4{,}84} < \frac{X - 37{,}5}{4{,}84} < \frac{35{,}5 - 37{,}5}{4{,}84}\right) =$$
$$= P(-0{,}62 < Z < -0{,}41) = P(Z < 0{,}62) - P(Z < 0{,}41) =$$
$$= 0{,}7324 - 0{,}6591 = 0{,}0733$$

c) $$P(35 < X < 39) = P\left(\frac{35 - 37{,}5}{4{,}84} < \frac{X - 37{,}5}{4{,}84} < \frac{39 - 37{,}5}{4{,}84}\right) =$$
$$= P(-0{,}51 < Z < 0{,}31) = P(Z < 0{,}31) - (1 - P(Z < 0{,}51)) =$$
$$= 0{,}6217 - 1 + 0{,}695 = 0{,}3167$$

d) $P(\text{3 hijas}) = 0{,}5^3 = 0{,}125$

$X \equiv B(100;\ 0{,}125)$

$$\left.\begin{array}{l} np = 12{,}5 > 5 \\ n(1-p) = 87{,}5 > 5 \end{array}\right\} \to X \equiv B(100;\ 0{,}125) \approx N(12{,}5;\ 0{,}33)$$

$$P(X = 12) = P(11{,}5 < X < 12{,}5) = P\left(\frac{11{,}5 - 12{,}5}{0{,}33} < \frac{X - 12{,}5}{0{,}33} < \frac{12{,}5 - 12{,}5}{0{,}33}\right) =$$
$$= P(-3 < Z < 0) = P(Z < 3) - P(Z < 0) = 0{,}9987 - 0{,}5 = 0{,}4987$$

32.- (62)

En un instituto se han comprado 150 ordenadores para 4 aulas de informática. La duración de la batería permite tener una media de trabajo de 180 minutos, con una desviación típica de 25 minutos.

c) ¿Cuál es la probabilidad de que 110 de esos ordenadores sigan trabajando a los 180 minutos?

c) $$P(X \geq 180) = P\left(\frac{X - 180}{25} \geq \frac{180 - 180}{25}\right) = P(Z \geq 0) = 1 - P(Z < 0) = 1 - 0{,}5 = 0{,}5$$

$Y \equiv B(150;\ 0{,}5)$

$$\left.\begin{array}{l} np = 75 > 5 \\ n(1-p) = 75 > 5 \end{array}\right\} \to Y \equiv B(150;\ 0{,}5) \approx N(75;\ 6{,}12)$$

$$P(Y=110)=P(109{,}5<Y<110{,}5)=P\left(\frac{109{,}5-75}{6{,}12}<\frac{Y-75}{6{,}12}<\frac{110{,}5-75}{6{,}12}\right)=$$
$$=P(5{,}62<Z<5{,}8)=P(Z<5{,}8)-P(Z<5{,}62)=1-1=0$$

33.- (67)

La probabilidad de que un reloj sea defectuoso es del 4 %. Halla.

a) El número de relojes defectuosos que se estima en un lote de 1.000.

b) La probabilidad de menos de 10 defectuosos.

a) $\mu = 1.000 \cdot 0{,}04 = 40$ relojes

b) $B(1.000; 0{,}04) \approx N(40; 6{,}19)$

$$P(X<10)=\left(\frac{X-40}{6{,}19}<\frac{10-40}{6{,}19}\right)=P(Z<-4{,}84)=1-P(Z<4{,}84)=0$$

Nota : Valor esperado = n·p