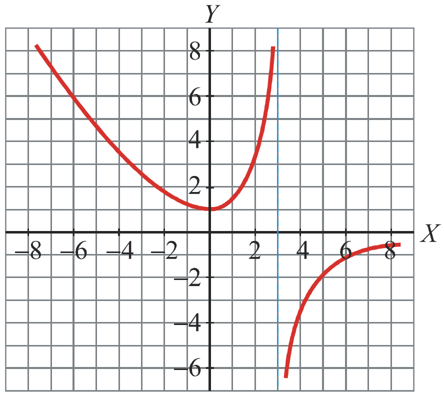
Ejercicio nº 1.-

La siguiente gráfica corresponde a la función *f(x)*. Sobre ella, calcula los límites:



a) $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

b) $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

c) $\lim_{x \to 3^-} f(x)$

d) $\lim_{x \to 3^+} f(x)$

e) $\lim_{x \to 0} f(x)$

Solución:

a) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$

b) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

c) $\lim_{x \to 3^-} f(x) = +\infty$

d) $\lim_{x \to 3^+} f(x) = -\infty$

e) $\lim_{x \to 0} f(x) = 1$

Ejercicio nº 2.-

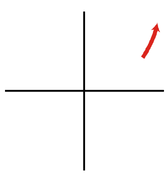
Representa gráficamente los siguientes resultados:

a) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

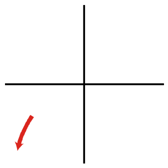
b) $\lim_{x \to -\infty} g(x) = -\infty$

Solución:

a)



b)



__Ejercicio nº 3.-__

Calcula:

a) $\lim\limits_{x \to -2} (3-x)^2$

b) $\lim\limits_{x \to -8} \left(1+\sqrt{-2x}\right)$

c) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \operatorname{sen} x$

Solución:

a) $\lim\limits_{x \to -2} (3-x)^2 = 5^2 = 25$

b) $\lim\limits_{x \to -8} \left(1+\sqrt{-2x}\right) = 1+\sqrt{16} = 1+4 = 5$

c) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \operatorname{sen} x = \operatorname{sen} \dfrac{\pi}{2} = 1$

__Ejercicio nº 4.-__

Calcula el límite de la siguiente función en el punto $x = 3$ y estudia su comportamiento por la izquierda y por la derecha:

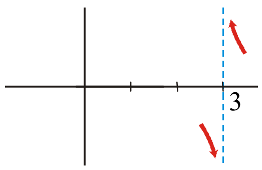
$$f(x) = \frac{1}{x-3}$$

Solución:

$x - 3 = 0 \quad \rightarrow \quad x = 3$

Calculamos los límites laterales:

$\lim\limits_{x \to 3^-} \dfrac{1}{x-3} = -\infty \qquad\qquad \lim\limits_{x \to 3^+} \dfrac{1}{x-3} = +\infty$



__Ejercicio nº 5.-__

Calcula el siguiente límite y representa gráficamente los resultados obtenidos:

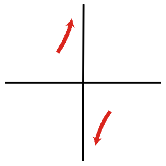
$$\lim_{x\to 0} \frac{2x^2}{x^4 - 2x^3}$$

Solución:

$$\lim_{x\to 0} \frac{2x^2}{x^4 - 2x^3} = \lim_{x\to 0} \frac{2x^2}{x^3(x-2)} = \lim_{x\to 0} \frac{2}{x(x-2)}$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{2}{x(x-2)} = +\infty \qquad \lim_{x\to 0^+} \frac{2}{x(x-2)} = -\infty$$



Ejercicio nº 6.-

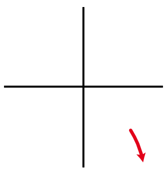
Calcula los siguientes límites y representa la información que obtengas:

a) $\lim_{x\to +\infty} (2 - x - x^4)$

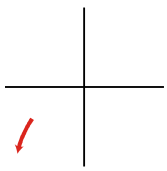
b) $\lim_{x\to -\infty} \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x \right)$

Solución:

a) $\lim_{x\to +\infty} (2 - x - x^4) = -\infty$



b) $\lim_{x\to -\infty} \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x \right) = -\infty$



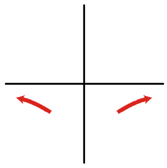
Ejercicio nº 7.-

Halla el límite cuando $x \to +\infty$ y cuando $x \to -\infty$ de la siguiente función, y representa los resultados que obtengas:

$$f(x)=\frac{x+2}{(1-x)^3}$$

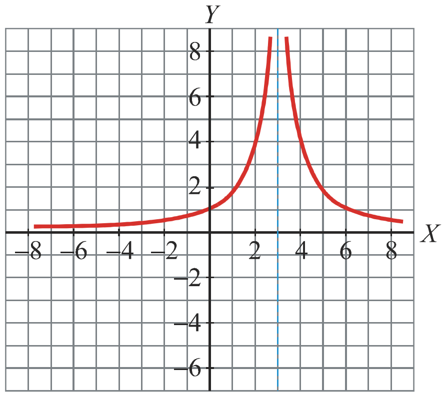
Solución:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x+2}{(1-x)^3}=0 \qquad \lim_{x\to-\infty}\frac{x+2}{(1-x)^3}=0$$



Ejercicio nº 8.-

A partir de la gráfica de $f(x)$ señala si es continua o no en $x=0$ y en $x=3$. En el caso de no ser continua, indica la causa de la discontinuidad.



Solución:

- En x = 0, sí es continua.
- En x = 3 es discontinua porque no está definida, ni tiene límite finito. Tiene una rama infinita en ese punto (una asíntota vertical).

Ejercicio nº 9.-

Averigua si la siguiente función es continua:

$$f(x)=\begin{cases}2x & \text{si} \quad x\le 2\\ x+2 & \text{si} \quad x>2\end{cases}$$

Solución:

- Si $x\neq 2$, la función es continua.
- Si $x=2$:

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to2^-}(\ 2x)=4\\ \lim\limits_{x\to2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to2^+}(x+2)=4\\ f(2)=4\end{array}\right\}\quad \text{Es continua en } x=2 \text{ porque } \lim_{x\to2} f(x)=f(2).$$

Ejercicio nº 10.-

Halla las asíntotas verticales de la siguiente función y sitúa la curva respecto a ellas:

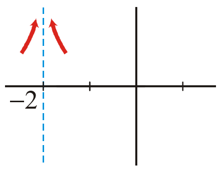
$$f(x) = \frac{2x^2}{(x+2)^2}$$

Solución:

- $(x+2)^2 = 0 \rightarrow x = -2$
  Solo tiene una asíntota vertical: $x = -2$

- Posición de la curva respecto a la asíntota:

$$\lim_{x \to -2^-} \frac{2x^2}{(x+2)^2} = +\infty \qquad \lim_{x \to -2^+} \frac{2x^2}{(x+2)^2} = +\infty$$



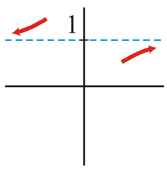
Ejercicio nº 11.-

Halla las ramas infinitas, cuando $x \to +\infty$ y cuando $x \to -\infty$, de la siguiente función y sitúa la curva respecto a ellas:

$$f(x) = \frac{x}{x+2}$$

Solución:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x}{x+2} = 1$$
$$\lim_{x \to -\infty} \frac{x}{x+2} = 1$$



Ejercicio nº 12.-

Halla la asíntota oblicua de la siguiente función y representa la posición de la curva respecto a ella:

$$f(x) = \frac{2x^3}{x^2 - 1}$$

Solución:

- $\dfrac{2x^3}{x^2-1} = 2x + \dfrac{2x}{x^2-1} \rightarrow$ Asíntota oblicua: $y = 2x$

- Cuando $x \rightarrow +\infty$, $\dfrac{2x}{x^2-1} > 0 \rightarrow$ La curva está por encima de la asíntota.

- Cuando $x \rightarrow -\infty$, $\dfrac{2x}{x^2-1} < 0 \rightarrow$ La curva está por debajo de la asíntota.

- Representación: