TEMA 7

CÁLCULO DE PROBABILIDADES

Ejercicios para Selectividad
de
Cálculo de Probabilidades

Detalladamente
resueltos

Curso
1998 / 1999

Enunciados

1. [S/99]En un hospital se han producido 60 nacimientos en una semana. De ellos 35 son varones y de éstos 21 tienen el pelo negro. Asimismo, se ha observado que de las niñas nacidas 10 no tienen el pelo negro.

Basándose en estos datos razone si tener el pelo negro depende, o no, del sexo.

2. [S/99]Una determina población está formada, a partes iguales, por hombres y mujeres. La probabilidad de que un individuo de esa población no lea ningún periódico es $0´25$. Además el porcentaje de individuos que o bien leen algún periódico o bien son hombres es el 95%. Se elige, al azar, una persona.

a) Halle la probabilidad de "ser hombre y leer algún periódico".

b) Halle la probabilidad de que lea algún periódico, sabiendo que es hombre.

3. [S/99]La probabilidad de que un conductor no lleve la rueda de repuesto es $0´13$ y la de que no lleve lámparas de repuesto es $0'37$. Se sabe que el 60% de los conductores llevan ambos repuestos.

a) Calcule la probabilidad de que un conductor no lleve alguno de los dos repuestos señalados.

b) ¿Son independientes los sucesos "llevar rueda de repuesto" y "llevar lámparas de repuesto"?

4. [S/99]Una experiencia consiste en preguntar a tres personas distintas, elegidas al azar, si son partidarias o no de consumir un determinado producto.

a) Escriba el espacio muestral asociado a dicho experimento, utilizando las letra "s" para las respuestas afirmativas y la "n" para las negativas.

b) ¿Qué elementos del espacio muestral anterior constituyen el suceso "al menos dos de las personas son partidarias de consumir el producto"?

c) Describa el suceso contrario de "más de una persona es partidaria de consumir el producto".

5. [S/99]Se dispone de una baraja española de 40 cartas. Se saca una carta al zar y, sin devolverla a la baraja, se saca otra también al azar.

a) Calcule la probabilidad de que ninguna de las cartas extraídas sea una figura.

b) Sabiendo que la segunda carta extraída no ha sido una figura, calcule la probabilidad de que tampoco lo fuera la primera.

6. [S/99]En un supermercado, el 70% de las compras las realizan mujeres; de las compras realizadas por éstas, el 80% supera las 2.000 pta., mientas que de las compras realizadas por hombres sólo el 30% supera esa cantidad.

a) Elegido un ticket de compra al azar, ¿cuál es la probabilidad de que supere las 2.000 pta.?

b) Si se sabe que un ticket de compra no supera las 2.000 pta., ¿cuál es la probabilidad de que la compra haya sido hecha por una mujer?

7. [S/99]Disponemos de 3 urnas y de 10 bolas, 5 blancas y 5 negras. Distribuimos las bolas de la siguiente manera:

En la 1ª urna ponemos 1 blanca y 1 negra.

En la 2ª urna ponemos 3 blancas y 2 negras.

En la 3ª urna ponemos 2 blanca y 1 negras.

De una de las urnas, elegida al zar, se extrae una bola.

Halle la probabilidad de que la bola elegida sea negra.

8. [S/99]Tenemos tres cajas de bombones A, B y C. La caja A contiene 10 bombones, de los cuales 4 están rellenos; la caja B contiene 8 bombones, de los cuales 3 están rellenos y la caja C contiene 6 bombones, de los que 1 está relleno.

a) Tomamos al azar un bombón de la caja A: hall la probabilidad de que no esté relleno

b) Si elegimos al azar una de las tres cajas y tomamos un bombón de la caja elegida, ¿cuál es la probabilidad de que esté relleno?

9. [S/99]A un congreso médico asisten oculistas y pediatras. Sabemos que 240 médicos son andaluces, 135 navarros y 225 canarios. El número total de pediatras es 315. De los andaluces, 96 son oculistas y de los navarros son oculistas 75.

a) Escogemos un asistente al azar: ¿cuál es la probabilidad de que sea un pediatra navarro?

b) Hemos elegido un médico canario: ¿cuál es la probabilidad de que sea oculista?

c) ¿Son independientes los sucesos “ser andaluz” y “ser oculista”?

10. [S/99]En un espacio muestral dado se consideran dos sucesos A y B tales que su unión es el suceso seguro, y las probabilidades condicionadas entre ellos valen $p(A/B)=\frac{1}{2}$ y $p(B/A)=\frac{1}{3}$. Halle las probabilidades de los sucesos A y B.

11. [S/99]El 40% de los habitantes de una ciudad va al cine, el 30% va al teatro y el 20% a ambos.

a) Si una persona de esa ciudad no va al cine, ¿cuál es la probabilidad de que tampoco vaya al teatro?

b) Si una persona no va al teatro, ¿cuál es la probabilidad de que vaya al cine?

12. [S/99]En un centro de enseñanza secundaria se sabe que el 70% de los alumnos practican atletismo, que el 50% juega al fútbol, y que el 40% de los que practican atletismo juega al fútbol

a) Razone si los sucesos “jugar al fútbol” y “practicar atletismo” son independientes.

b) Si se elige al azar un alumno de ese centro, ¿cuál es la probabilidad de que no participe en ninguno de estos dos deportes?

Soluciones

1. Organizamos los datos en la siguiente tabla:

	Pelo negro	*Pelo no negro*	
Varones	21	14	35
Mujeres	15	10	25
	36	24	60

Designemos V = "ser varón"

N = "tener pelo negro"

Veamos si son independientes:

$$\left.\begin{array}{l} p(V\cap N)=\frac{21}{60}=\frac{7}{20} \\ p(V)\cdot p(N)=\frac{35}{60}\cdot\frac{36}{60}=\frac{7}{20}\end{array}\right\} \rightarrow p(V\cap N)=p(V)\cdot p(N) \rightarrow V \text{ y } N \text{ son independientes}$$

De la misma forma se obtiene que "ser mujer" y "tener el pelo negro" son independientes.

Concluimos así que tener el pelo negro no depende del sexo.

2. Llamemos:

H = "ser hombre" $\rightarrow$ $p(H)=0'50$

M = "ser mujer" $\rightarrow$ $p(M)=0'50$

L = "leer el periódico" $\rightarrow$ $p(L)=1-0'25=0'75$

Conocemos también la probabilidad

$$p(H\cup L)=0'95$$

a) Se nos está pidiendo la probabilidad del suceso

"ser hombre y leer el periódico" = $H\cap L$

$$p(H\cup L)=p(H)+p(L)-p(H\cap L) \rightarrow p(H\cap L)=p(H)+p(L)-p(H\cup L)=0'75+0'50-0'95=0'3$$

b) Se nos pide una probabilidad condicionada, concretamente:

$$p(L/H)=\frac{p(L\cap H)}{p(H)}=\frac{0'3}{0'5}=0'6$$

3. Tenemos:

R = "llevar rueda de repuesto" $\rightarrow$ $p(\overline{R})=0'13$

L = "llevar lámparas de repuesto" $\rightarrow$ $p(\overline{L})=0'37$

$R\cap L$ = "llevar ambos repuestos" $\rightarrow$ $p(R\cap L)=0'60$

Organicemos los datos en una tabla:

	L	$\overline{L}$	
R	0'60	0'27	0'87
$\overline{R}$	0'03	0'10	0'13
	0'63	0'37	1

a) Tenemos que es

$$\text{"no llevar alguno de los dos repuestos"} = \overline{R}\cup\overline{L}$$

<u>Método 1</u>: (por el suceso contrario)

$$p(\overline{R}\cup\overline{L})=p(\overline{R\cap L})=1-p(R\cap L)=1-0'60=0'40$$

<u>Método 2</u>: (usando la fórmula de la probabilidad de la unión):

$$p\left(\overline{R}\cup\overline{L}\right)=p(\overline{R})+p(\overline{L})-p(\overline{R}\cap\overline{L})=0'13+0'37-0'10=0'40$$

b) Veamos si son independientes:

$$\left.\begin{array}{l} p(R\cap L)=0'60 \\ p(R)\cdot p(L)=0'87\cdot 0'63=0'5481 \end{array}\right\} \rightarrow p(R\cap L)\neq p(R)\cdot p(L) \rightarrow R \text{ y } L \text{ son dependientes}$$

4.

a) El espacio muestral es:

$$E=\{sss, ssn, sns, snn, nss, nsn, nns, nnn\}$$

b) Sea A ese suceso. Tenemos que es:

$$A=\{sss, ssn, sns, nss\}$$

c) El contrario de "más de una persona sí es partidaria" es "como máximo una persona sí es partidaria":

$$\overline{A}=\{snn, nsn, nns, nnn\}$$

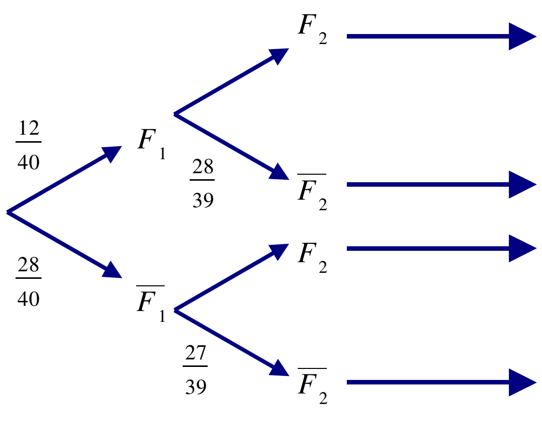
5. Podemos considerarlo una experiencia compuesta de dos fases, que son dependientes pues no se devuelve la primera carta extraída al mazo:

Fase 1: "extracción de la 1ª carta" y Fase 2: extracción de la 2º carta"

Sea

F_1 = "la 1ª carta es figura " y F_2 = "la 2ª carta es figura "

El diagrama de árbol nos muestra esquemáticamente la estructura de la prueba:



$$p(F_1\cap\overline{F_2})=\frac{12}{40}\cdot\frac{28}{39}=\frac{14}{65}$$

$$p(\overline{F_1}\cap\overline{F_2})=\frac{28}{40}\cdot\frac{27}{39}=\frac{63}{130}$$

a) Se pide la probabilidad de una intersección:

$$p(\overline{F}_1 \cap \overline{F}_2) = \frac{28}{40} \cdot \frac{27}{39} \frac{63}{130}$$

b) Se pide una probabilidad condicionada:

$$p(\overline{F}_1 / \overline{F}_2) = \frac{p(\overline{F}_1 \cap \overline{F}_2)}{p(\overline{F}_2)} = \frac{p(\overline{F}_1 \cap \overline{F}_2)}{p(\overline{F}_1 \cap \overline{F}_2) + p(F_1 \cap \overline{F}_2)} = \frac{\frac{63}{130}}{\frac{63}{130} + \frac{14}{65}} = \frac{9}{13}$$

6. Podemos considerarlo una experiencia compuesta de dos fases

Fase 1: "vemos el sexo del comprador" y Fase 2: "vemos la cuantía de la compra"

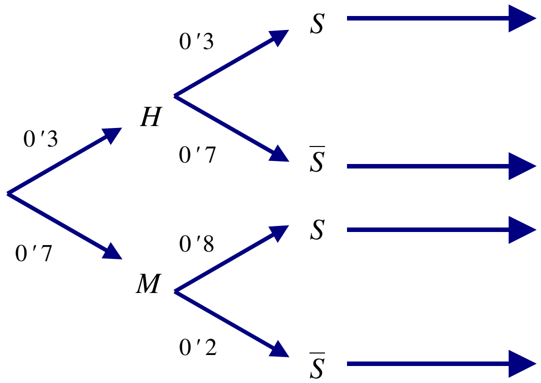
Las fases son dependientes, pues las probabilidades de que la compra supere las 2000 Pta. varían según las haga una mujer o un hombre.

Sea H = “es un hombre quien compra"

M = "es una mujer quien compra"

S = "supera las 2000 pesetas"

El diagrama de árbol nos muestra esquemáticamente la estructura de la prueba:



$$p(H \cap S) = 0'3 \cdot 0'3 = 0'09$$

$$p(H \cap \overline{S}) = 0'3 \cdot 0'7 = 0'21$$

$$p(M \cap S) = 0'7 \cdot 0'8 = 0'56$$

$$p(\overline{H} \cap \overline{S}) = 0'7 \cdot 0'2 = 0'14$$

a) Es una probabilidad total:

$$p(S) = 0'09 + 0'56 = 0'65$$

b) Se pide una probabilidad condicionada "a posteriori":

$$p(M / \overline{S}) = \frac{p(M \cap \overline{S})}{p(\overline{S})} = \frac{0'14}{1 - 0'65} = \frac{0'14}{0'35} = 0'4$$

7. Podemos considerarlo una experiencia compuesta de dos fases

Fase 1: "elegimos una urna"

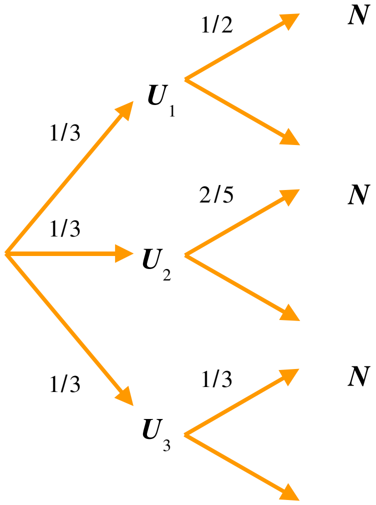
Fase 2: "extraemos una bola de la urna elegida"

Las fases son dependientes, pues las probabilidades de extraer una bola negra se ven condicionadas por la urna de la que se realiza la extracción.

Sea

U_j = “elegimos la urna j"

N = "extraemos una bola negra



$$p(U_1 \cap N) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$p(U_2 \cap N) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{15}$$

$$p(U_3 \cap N) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

Por el Teorema de la Probabilidad Total:

$$p(N) = p(U_1 \cap N) + p(U_2 \cap N) + p(U_3 \cap N) = \frac{1}{6} + \frac{2}{15} + \frac{1}{9} = \frac{47}{90}$$

8.

a) En la caja A hay 4 bombones rellenos y 6 que no están rellenos. Por tanto, la probabilidad pedida es:

$$p\left(\overline{R}/A\right) = \frac{6}{10} = 0'6$$

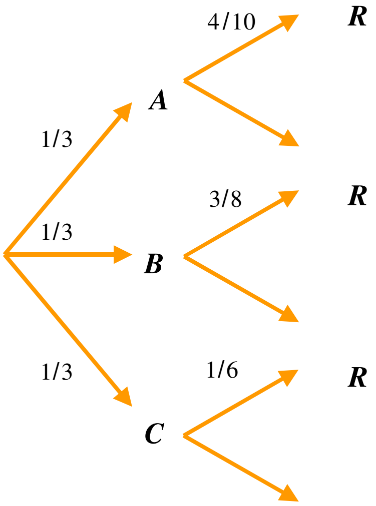
donde hemos llamado R = "sacar un bombón relleno"

b) Podemos considerarlo una experiencia compuesta de dos fases

Fase 1: "elegimos una caja" y Fase 2: "extraemos un bombón de la caja elegida"

Las fases son dependientes, pues las probabilidades de sacar un bombón relleno o no se ven condicionadas por la caja de la que se realiza la extracción.

El diagrama de árbol nos muestra esquemáticamente la estructura de la prueba:



$$p(A \cap R) = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{10} = \frac{2}{15}$$

$$p(B \cap R) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{8}$$

$$p(C \cap R) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{8}$$

Así, por el Teorema de la Probabilidad Total:

$$p(R)=p(A\cap R)+p(B\cap R)+p(C\cap R)=\frac{2}{15}+\frac{1}{8}+\frac{1}{18}=\frac{113}{360}=0'3138\ldots$$

9. Organizamos los datos en la siguiente tabla:

	A	N	C	
O	96	75	114	285
P	144	60	111	315
	240	135	225	600

a) La probabilidad pedida es:

$$p(P\cap N)=\frac{60}{600}=\frac{1}{10}$$

b) Se pide la siguiente probabilidad condicionada:

$$p(O/C)=\frac{p(O\cap C)}{p(C)}=\frac{114/600}{225/600}=\frac{114}{225}=\frac{38}{75}$$

c) Veamos si son independientes:

$$\left.\begin{array}{r} p(O\cap A)=\dfrac{96}{600}=0{,}16 \\ p(O)\cdot p(A)=\dfrac{285}{600}\cdot\dfrac{240}{600}=0{,}19 \end{array}\right\} \rightarrow p(O\cap A)\neq p(O)\cdot p(A) \rightarrow O \text{ y } A \text{ son dependientes}$$

10. Veamos primero los datos:

(1) $p(A/B)=\frac{1}{2} \rightarrow \frac{p(A\cap B)}{p(B)}=\frac{1}{2} \rightarrow p(B)=2\cdot p(A\cap B)$

(2) $p(B/A)=\frac{1}{3} \rightarrow \frac{p(A\cap B)}{p(A)}=\frac{1}{3} \rightarrow p(A)=3\cdot p(A\cap B)$

(3) $p(A\cup B)=1 \rightarrow p(A)+p(B)-p(A\cap B)=1$

Sustituyendo (1) y (2) en (3) obtendremos la probabilidad de la intersección:

$$3\,p(A\cap B)+2\,p(A\cap B)-p(A\cap B)=1 \rightarrow 4\,p(A\cap B)=1 \rightarrow p(A\cap B)=\frac{1}{4}$$

Sustituyendo ahora en (1) y en (2) tendremos las probabilidades de A y B:

$$p(A)=3\cdot\frac{1}{4}=\frac{3}{4} \quad \text{y} \quad p(B)=2\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$$

11. Llamemos:

C = "una persona va al cine" y T = "una persona va al teatro"

Conocemos la probabilidades de ambos sucesos y de su intersección. Organicemos todo en una tabla:

	T	$\overline{T}$	
C	0´2	0´2	0´4
$\overline{C}$	0´1	0´5	0´6
	0´3	0´7	1

a) $p(\overline{T}/\overline{C})=\frac{p(\overline{T}\cap\overline{C})}{p(\overline{C})}=\frac{0'5}{0'6}=\frac{5}{6}$

b) $p(C/\overline{T})=\frac{p(C\cap\overline{T})}{p(\overline{T})}=\frac{0'2}{0'7}=\frac{2}{7}$

12. Llamemos:

A = "practicar atletismo" $\rightarrow$ $p(A)=0'7$

F = "jugar al fútbol" $\rightarrow$ $p(F)=0'5$

Conocemos también la probabilidad $p(F/A)=0'4$

De ésta sacaremos la probabilidad de la intersección:

$$p(F/A)=\frac{p(F\cap A)}{p(A)} \rightarrow p(F\cap A)=0'4\cdot 0'7=0'28$$

Organicemos todo en una tabla:

	A	$\overline{A}$	
F	0'28	0'22	0'50
$\overline{F}$	0'42	0'08	0'50
	0'70	0'30	1

a) Veamos si A y F son independientes:

$$\left.\begin{array}{r} p(A\cap F)=0'28 \\ p(A)\cdot p(F)=0'70\cdot 0'50=0'35 \end{array}\right\} \rightarrow p(A\cap F)\neq p(A)\cdot p(F) \rightarrow A \text{ y } F \text{ son dependientes}$$

b) La probabilidad pedida es

$$p(\overline{A}\cap\overline{F})\overset{tabla}{=}0'08$$